УДК 550.834:622.12

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В ТРЕЩИНОВАТОМ УГЛЕПОРОДНОМ МАССИВЕ

Анциферов В. А.
(УкрНИМИ НАНУ, г. Донецк, Украина)

У статті дається оцінка доцільності застосування моделей Френкеля-Біо і Гассмана, що є матрицями, котрі пружно-деформуються, заповненими в'язкою рідиною або газом, при проведенні аналізу характеристик сейсмічних полів у тріщинуватому вуглепородному масиві.

The article gives assessment of the appropriateness of using Fraenkel-Biot and Gassmann models, which are elastically deformable matrices filled up with viscous fluid or gas, when making analysis of seismic field characteristics in fractured coal-rock mass.

Планирование рациональной технологии горных работ, параметров и порядка отработки месторождений производится на основе надежного прогноза горно-геологических условий. При этом широко применяются сейсмические методы, теоретическая база которых опирается на модель распространении сейсмических волн в идеально упругой среде. При этом наличие пор и свойства флюида (его плотность, вязкость, модуль объёмной деформации и др.) практически игнорируется. В данной статье дается оценка целесообразности применения моделей Френкеля-Био и Гассмана представляющих собой упруго-деформируемые матрицы, заполненные вязкой жидкостью либо газом при проведении анализа характеристик сейсмических полей в трещиноватом углепородном массиве.

Подход Био основан на положениях классической теории упругости. Для случая двухфазной среды он ввел дополнительные параметры, учитывающие фактор взаимодействия фаз [1]. В одной из первых работ Био [2] получены соотношения между напряжениями и деформациями в двухфазной среде, а чуть позднее Френкелем в работе [3] была впервые рассмотрена теория распространения акустических волн в насыщенной жидкостью пористой среде. Если в первых работах Био среда рассматривалась как однородная и изотропная [4, 5], то в дальнейшем были получены соотношения для случаев анизотропного упругого [6] и вязкоупругого скелета. Несмотря на то, что с момента публикации первых работ Био прошло более 60 лет, они остаются основополагающими работами в области линейной сейсмоакустики пористых материалов.

Био и Френкель теоретически обосновали существование в пористой среде трех типов волн – быстрой продольной (продольная волна I рода), медленной продольной (волна Био или продольная волна II рода) и поперечной волн. Быстрая продольная и поперечная волны подобны волнам в «классической» упругой среде. Они распространяются с небольшим затуханием, вызванным различными механизмами, в том числе взаимодействием фаз [4, 7]. Продольная волна II рода является особенностью пористо-упругой среды. Скорость её распространения существенно меньше, чем у быстрой продольной волны. К тому же, эта волна отличается тем, что быстро затухает. Наиболее значительную роль волны Био играют в случае большой сжимаемости заполняющего поровое пространство флюида, (например, для воздуха либо метана, заполняющего зоны трещиноватости в области влияния геологических нарушений углепородных массивов) [4 – 5, 7]. При уменьшении пористости среды скорость волны Био снижается, в отличие от быстрой продольной и поперечной волн, для которых скорость увеличивается.

К сожалению, медленную продольную волну сложно обнаружить в естественных условиях по той причине, что она имеет значительно меньшую амплитуду и затухает значительно быстрее, чем быстрая продольная и выделить её на фоне волн иных типов очень трудно. В условиях шахтной пластовой сейсморазведки процесс интерференции колебаний разных типов в угольном пласте-волноводе ещё более усугубит данный фактор. Но при этом, упускать из виду сам факт их существования являлось бы ошибочным подходом. В целом ряде работ показано, что игнорирование продольной волны II рода приводит к существенным ошибкам при оценке затухания продольной волны I рода и поперечной волны [8 – 11].

Угленосные толщи Донбасса представляют собой типичную слоисто-однородную структуру, включающую ритмично чередующиеся различные типы пород. Как правило, мощности угля и породных прослоев на расстояниях порядка базы сейсмических наблюдений (150 – 300 м) для большинства задач можно считать одинаковыми. Поэтому в ненарушенном углепородном массиве характеристики угля и пород можно считать изменяющимися только по направлению перпендикуляра к плоскости напластования. В связи с этим начало координат помещаем в точку возбуждения сигнала. Тогда ось x целесообразно направить на приемник колебаний, ось y – в плоскости напластования перпендикулярно оси x, а ось z – перпендикулярно плоскости напластования.

Система уравнений Био в смещениях имеет вид [4 – 5, 7]:

$$\mu\Delta\mathbf{u} + (A+\mu) grad\ div\,\mathbf{u} + Q\ grad\ div\,\mathbf{w} = \\ = \rho_{11}\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2\mathbf{U}}{\partial t^2} + b_0\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} - \frac{\partial\mathbf{U}}{\partial t}\right), \tag{1}$$

$$Q\ grad\ div\,\mathbf{u} + R\ grad\ div\,\mathbf{U} = \\ = \rho_{22}\frac{\partial^2\mathbf{U}}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2} - b_0\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} - \frac{\partial\mathbf{U}}{\partial t}\right), \tag{2}$$

$$b_0 = \phi^2 \eta_f / K_{pr},$$

$$A = H - 2\mu - 2\phi C + \phi^2 M,\ Q = \phi C - \phi^2 M;\ R = \phi^2 M,$$

$$H = \frac{(K_s - K_b)^2}{D - K_b} + K_b + \frac{4\mu}{3},\ C = \frac{K_s(K_s - K_b)}{D - K_b},$$

$$M = \frac{K_s^{\ 2}}{D - K_b},\ D = K_s\left[1 + m\left(K_s / K_f - 1\right)\right],$$

$$\rho_{12} = \rho_f \phi \left(1 - \alpha_f\right),\ \rho_{11} = \left(1 - \phi\right)\rho_s - \rho_{12},\ \rho_{22} = \phi\rho_f - \rho_{12},$$

где $\phi = {}^{V_f}\!\big/_{V}$ – эффективная пористость;

$\mathbf{w} = \phi\left(\mathbf{U} - \mathbf{u}\right)$ – поток флюида относительно упругого скелета;

U – вектор смещений во флюиде;

u – вектор смещений в упругом скелете;

K_s – модуль объемного сжатия упругого скелета;

K_f – модуль объемного сжатия жидкости;

K_b – модуль объемного сжатия пористой среды при дренажных условиях;

μ – модуль сдвига пористой среды;

ρ_s – плотность матрицы упругого скелета;

ρ_f – плотность жидкости;

η – динамическая вязкость жидкости;

K_{pr} – проницаемость пористой среды;

α_f – извилистость (для песчаников $1.5 \le \alpha_f \le 5$, для песков $\alpha_f = 5$).

В компонентах уравнения (1) и (2) имеют вид

$$\mu\sum_k \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^{\,2}} + \left(A + \mu\right)\sum_k \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} + Q\,\phi\sum_k \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial U_k}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right) = \\ = \rho_{11}\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + b_0\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial U_i}{\partial t}\right), \tag{3}$$

$$Q\sum_k \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} + R\sum_k \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial U_k}{\partial x_k} = \\ = \rho_{22}\frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - b_0\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial U_i}{\partial t}\right). \tag{4}$$

Пусть $S = \left(A + \mu - Q\,\phi\right)$, $G = Q\phi$, тогда вид уравнений существенно упрощается. Для y компоненты колебаний (волны SH), записывая через V и v – значения смещений частиц флюида и упругого скелета, соответственно, в направлении y, имеем:

$$\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)=\rho_{11}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}+\rho_{12}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}+b_0\left(\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial V}{\partial t}\right), \tag{5}$$

$$\rho_{22}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}+\rho_{12}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}-b_0\left(\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial V}{\partial t}\right)=0. \tag{6}$$

Для x компоненты колебаний (волны PV) имеем:

$$\begin{aligned}\rho_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\rho_{12}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+S\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\\+G\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial W}{\partial z}\right)-b_0\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial U}{\partial t}\right),\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\rho_{12}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\rho_{22}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=Q\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial z}\right)+R\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial W}{\partial z}\right)+\\+b_0\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial U}{\partial t}\right),\end{aligned} \tag{8}$$

где U и u – смещения частиц флюида и упругого скелета, соответственно, в направлении x;

W и w – смещения частиц флюида и упругого скелета, соответственно, в направлении z.

Аналогично для z компоненты колебаний имеем (волны SV):

$$\begin{aligned}\rho_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\rho_{12}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}=\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)+S\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\\+G\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial W}{\partial z}\right)-b_0\left(\frac{\partial w}{\partial t}-\frac{\partial W}{\partial t}\right),\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\rho_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\rho_{22}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}=Q\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial z}\right)+R\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial W}{\partial z}\right)+\\+b_0\left(\frac{\partial w}{\partial t}-\frac{\partial W}{\partial t}\right).\end{aligned} \tag{10}$$

Граничные условия задаются следующим образом. Величины смещений частиц упругого скелета и частиц флюида с учетом процедуры гашения отражений от границ счетной решетки должны быть равными нулю на внешних границах:

$$u(x,y,z)\big|_{\Gamma} = v(x,y,z)\big|_{\Gamma} = w(x,y,z)\big|_{\Gamma} = 0,$$

$$U(x,y,z)\big|_{\Gamma} = V(x,y,z)\big|_{\Gamma} = W(x,y,z)\big|_{\Gamma} = 0,$$

где Γ – множество граничных точек.

Предполагается, что до момента $t = 0$ вся область модели находилась в покое. Тогда во всей модели в соответствии с тем, что предполагается использовать явную схему метода конечных разностей с трехслойной схемой, необходимо задать начальные условия по правилу:

$$u(x,z,0) = w(x,z,0) = v(x,z,0t) = 0,$$
$$u(x,z,-\Delta t) = w(x,z,-\Delta t) = v(x,z,-\Delta t) = 0,$$
$$U(x,z,0) = W(x,z,0) = V(x,z,0t) = 0,$$
$$U(x,z,-\Delta t) = W(x,z,-\Delta t) = V(x,z,-\Delta t) = 0.$$

Для большинства вводимых величин физический смысл очевиден. Однако в модели Био представлены несколько дополнительных параметров, описывающих взаимодействие упругого скелета и флюида. Например, под эффективной пористостью понимают долю сообщающихся между собой пустот в общем объеме породы, через которые происходит движение флюидов, которая определяется соотношением

$$\phi = \frac{V_f}{V},$$

где V_f – объем сообщающихся между собой пустот;

V – общий объем породы.

В горном деле эту величину чаще всего называют открытой пористостью.

Дренажные условия соответствует состоянию пористой среды при постоянном поровом давлении ($P_f = const$). При проведении исследований механических свойств насыщенную флюидом породу помещают в непроницаемую эластичную оболочку. Флюид может свободно покидать оболочку через трубку.

В отличие от дренажного деформирования, недренажное деформирование происходит при постоянной массе флюида

($m_f = const$). При проведении исследований пористый образец также находится в эластичной оболочке, однако флюид не может её покидать.

Под проницаемостью понимают способность пропускать через себя флюид, которую можно описать законом Дарси, согласно которому скорость пропускания флюида через среду прямо пропорциональна градиенту давления и обратно пропорциональна ее динамической вязкости η:

$$\vec{v} = -\frac{K_{pr}}{\eta} grad(p). \tag{11}$$

Коэффициент пропорциональности в (11) называется коэффициентом проницаемости.

Извилистость a_f является одним из введенных Био параметров пористой среды, которая характеризует то расстояние, которое проходит жидкость или газ по поровому пространству с учетом того, что в направлении градиента давления в зависимости от формы пор может двигаться только часть флюида. Для однородной пористой структуры, в которой все поры ориентированны в направлении градиента давления, $\alpha_f = 1$. Теоретически, диапазон значений данного параметра лежит в пределах $1 \le \alpha_f < \infty$.

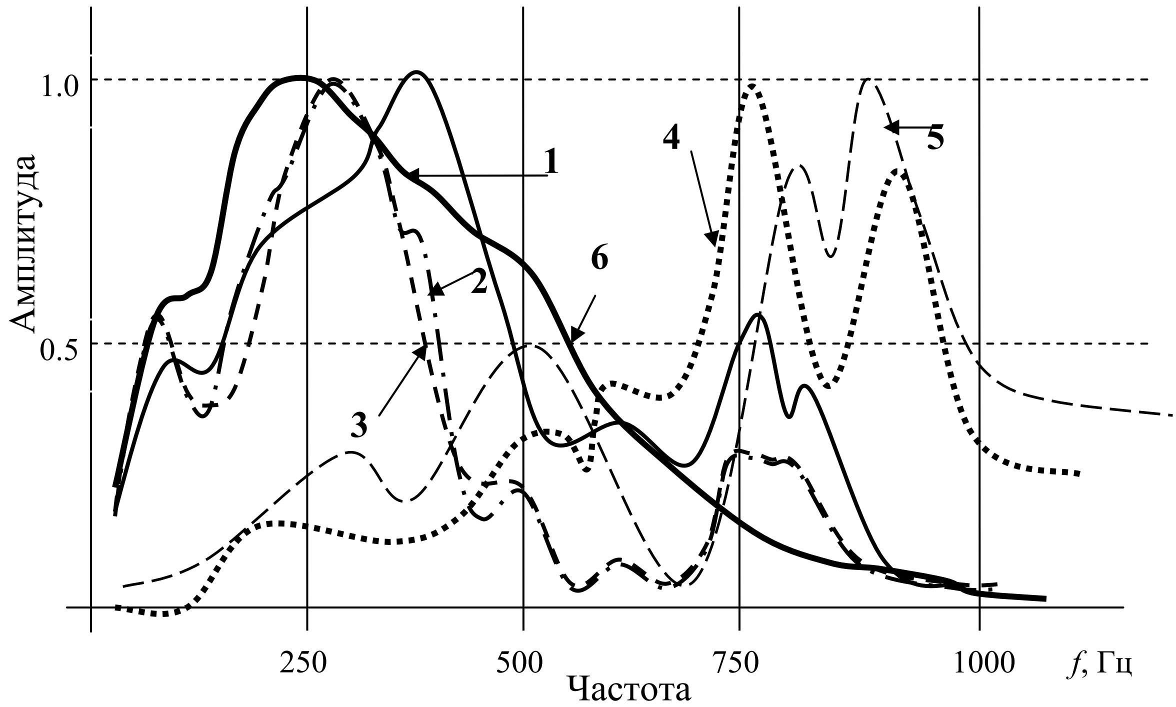
Величины p_{11} и p_{22} рассматриваются в модели Био в качестве «эффективных» масс упругой и жидкой фаз. Анализируя диапазон возможных значений извилистости a_f, можно сделать вывод, что $p_{12} < 0$. Исходя из этого, значения «эффективных масс» каждой из фаз больше их истинных масс.

На основе полученных соотношений был разработан алгоритм, а затем и программный модуль для расчета сейсмических колебаний в пористой среде. С его помощью можно получать наборы теоретических сейсмотрасс для произвольно заданной расстановки сейсмоприемников, а также последовательные картины распределения смещения частиц упругого скелета и флюида в ходе процесса распространения колебаний. На основе этого были проведены расчеты с использованием базовых уравнений (5) – (10), целью которых было установить, насколько данная модель работает в условиях угленосных формаций.

При проведении исследований в качестве первоочередного выбран интервал петрофизического разреза Донбасса, вмещающий угли марки Ж, как наиболее типичный для основных отрабатываемых в настоящее время шахтных полей (ш. им. Засядько, ш. «Красноармейская-Западная № 1», ш. «Краснолиманская», и др.). Всего было проведено около 50 расчетов, в которых в диапазоне характерном для углей марки Ж варьировались характеристики угля и пород. Значения эффективной пористости изменялись от 0 до 40 %. Большинство расчетов производилось при максимальных значениях пористости, поскольку они соответствуют зонам трещиноватости и дробления пород в зонах аномалии (в этом случае более корректно говорить о трещиноватости). В качестве флюида использовалась вода и воздух. В отдельных экспериментах был использован метан. Использовались табличные значения вязкости воды и воздуха.

Предполагая водное насыщение, параметры флюида определялись так: плотность $\rho = 1.0\, г/см^3$, модуль объемного сжатия $k = 2.2*10^{10}\, дин/см^2$, динамическая вязкость $\eta = 0.006\,(г*см)/с$ (0.6 сантипуаз). Для трещиноватого угля при пористости 40 % значение проницаемости для воды бралось $300*10^{-8}\, см^2$. Для извилистости в настоящих исследованиях при расчетах использовались значения в широком диапазоне $1.0 < a < 10.0$. При этом предполагалось, что значение $a = 1.0$ соответствует ориентации трещин вдоль напластования.

Спектр моделируемого источника выбирался таким, чтобы как можно шире охватывать область применения сейсмического метода в шахтных условиях. На рис. 1 изображены усредненные спектры различных типов волн, полученные по результатам расчетов. Нужно подчеркнуть тот факт, что выделить в пласте волну Био в виде распространяющегося в форме волнового пакета колебания удалось только на высоких частотах (более 400 Гц) и только на части моделей. В пласте существенное значение имеет интерференция волн различных типов, существенно усложняющая картину. Видно, что волны II типа проявляются на высоких частотах, как для воздуха, так и для воды. Однако их амплитуды как минимум в 10 раз слабее, чем амплитуды волн I рода. Природа порового флюида практически не изменяет величины модуля сдвига, так что характеристики поперечных волн по скелету угля волн меняются в слабой степени.



1 – исходный сигнал,
2 – продольная волна по скелету угля, насыщенного водой,
3 – продольная волна по скелету угля, насыщенного газом,
4 – продольная волна II рода в воде,
5 – продольная волна II рода в газе,
6 – поперечные волны по скелету угля

Рис. 1. Усредненные нормированные спектры

Таким образом, согласно расчетам, определить природу флюида по изменению структуры и характеристик сигнала в рамках существующих методик затруднено. Тем не менее, тот факт, что в области сравнительно низких частот (до 500 Гц) волны Био теоретически могут наблюдаться, требует в дальнейшем более детального анализа.

В качестве альтернативного подхода можно предложить теорию Гассмана. Пусть материал скелета горных пород имеет плотность ρ_s и модуль всестороннего сжатия κ_s. Скелет имеет пористость Φ и среднюю плотность $\overline{\rho}$, модуль всестороннего сжатия $\overline{\kappa}$, модуль сдвига $\overline{\mu}$ и модуль плоского деформирования $\overline{\mathrm{M}}$. Флюид, насыщающий поровое пространство, имеет плотность ρ_f и модуль всестороннего сжатия κ_f. В целом порода совместно с флюидом имеет среднюю плотность ρ, модуль всестороннего сжатия κ, модуль сдвига μ и модуль плоского деформирования M.

В теории Гассмана [12, 13] предполагается, что флюид и частицы скелета движутся как единое целое, поэтому плотность *р* получается простым усреднением двух плотностей:

$$\rho = \Phi\rho_f + (1-\Phi)\rho_s, \tag{12}$$

при этом флюид не оказывает на твердую фазу такого воздействия, которое могло бы изменить модуль сдвига скелета, т.е. $\mu = \overline{\mu}$.

Рассмотрим изолированный куб насыщенной флюидом породы, подвергаемый на всех гранях возрастающему напряжению Δp, приводящему к относительному изменению объема ($\Delta V / V$). Тогда модуль всестороннего сжатия можно записать в виде:

$$\kappa = -\Delta p \Big/ \left(\frac{\Delta \mathrm{V}}{\mathrm{V}}\right), \tag{13}$$

где общее давление Δp представляет собой сумму давления на скелет $\Delta\overline{p}$ и давления в жидкости Δp_f: $\Delta p = \Delta\overline{p} + \Delta p_f$, а для $\dfrac{\Delta V}{V}$ выполняются соотношения:

$$\frac{\Delta V}{V} = \left[-\frac{\Phi}{\kappa_a} - \frac{1-\Phi}{\kappa_s}\right]\Delta\rho_f - \frac{1}{\kappa_s}\Delta\overline{\rho} \text{ и } \frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{\kappa_s}\Delta\rho_f - \frac{1}{\overline{\kappa}}\Delta\overline{\rho}, \tag{14}$$

из которых можно получить, что модуль всестороннего сжатия флюидонасыщенной породы равен модулю сжатия скелета плюс член, зависящий от флюида:

$$\kappa = \bar{\kappa} + \frac{(1-\bar{\kappa}/\kappa_s)^2}{\left[\Phi/\kappa_f + (1-\Phi)/\kappa_s - \bar{\kappa}/\kappa_s^2\right]}, \tag{15}$$

а модуль плоского деформирования выражается соотношением:

$$M = \bar{M} + \frac{(1-\bar{\kappa}/\kappa_s)^2}{\Phi/\kappa_f + (1-\Phi)/\kappa_s - \bar{\kappa}/\kappa_s^2}. \tag{16}$$

При этом, поскольку флюидонасыщенный материал ведет себя на низких частотах как изотропное упругое тело, плоские продольные и поперечные волны будут распространяться со скоростями

$$c_\rho = (M/\rho)^{1/2},\ c_s = (\mu/\rho)^{1/2}. \tag{17}$$

Таким образом, теория Гассмана позволяет, исходя из свойств скелета пород и свойств флюида, получить значения эффективных модулей упругости пористой среды, которые согласно теории не только имеют высокую степень соответствия реальности [12, 13].

Данные исследования были проведены в рамках научно-исследовательской работы «Теоретические и экспериментальные исследования процессов формирования геодинамических опасных зон в массиве горных пород и разработка фундаментальных основ мониторинга гео- и газодинамических явлений при горных работах», выполняемой в рамках совместного конкурса НАН Украины и Российского фонда фундаментальных исследований.

СПИСОК ССЫЛОК

1. Био М. А. Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде // Механика. Пероид. сб. переводов иностр. статей. – 1963. – 6, N 82. – С. 103 – 134.
2. Biot M. A. General theory of three-dimensional consolidation // J. Appl. Phys. – 1941. – 12. – P. 155 – 164.
3. Френкель Я. И. К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве // Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз. – 1944. – 8, N 4. – С. 133 – 149.

4. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. Part I. Low frequency range // J. Acoust. Soc. Amer. – 1956. – 28, N 2. – P. 168 – 178.
5. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. Part II. Higher frequency range // J. Acoust. Soc. Amer. – 1956. – 28, N 2. – P. 179 – 191.
6. Био М. А. Теория упругости и консолидации анизотропной пористой среды // Механика. Пероид. сб. переводов иностр. статей. – 1957. – 1, N 35. – С. 140 – 147.
7. Tolstoy I. Acoustics, elasticity, and thermodynamics of porous media: Twenty-one papers by M. A. Biot. – New York: AIP Press, 1992. – 272 p.
8. Chotiros N. P., Lyons A. P., Pace N. G. Normal incidence reflection loss from sandy semident // J. Acoust. Soc. Amer. – 2002. – 112, N 5, Pt 1. – P. 1831 – 1840.
9. Pride S. R., Garambois S. The role of Biot slow waves in electroseismic wave phenomena // J. Acoust. Soc. Amer. – 1985. – 111, N 2. – P. 697 – 706.
10. Silin D. B., Korneev V. A., Goloshubin G. M., Patzek T. W. Low frequancy asymptotic analysis of seismic reflection from a fluid-saturated medium // Transp. Por. Media. – 2006. – 62. – P. 283 – 305.
11. While J. E. Computed seismic speed and attenuation in rocks with partial gas saturation // Geophys. – 1975. – 40. – P. 224 – 232.
12. Gassman F. Elastic waves through a packing of spheres / Geophysics, 16 1951, P.673 – 685.
13. Gassman F. Elastic waves through a packing of spheres / Geophysics, 18 1951, P.269.