УДК 511.138+517.53+517.633 http://dx.doi.org/10.15407/dopovidi2016.02.017

Академік НАН України **В. Л. Макаров**[1], **І. І. Демків**[2]

[1]Інститут математики НАН України, Київ
[2]Національний університет "Львівська політехніка"
E-mail: makarovimath@gmail.com, ihor.demkiv@gmail.com

Узагальнення дробу Тіле

Для наближення нелінійних функціоналів, визначених на лінійному топологічному просторі, запропоновано узагальнений інтерполяційний дріб типу Тіле. Наведено два наслідки, що мають самостійне значення. Один з них — інтерполянт типу Тіле для функцій від довільної кількості змінних без геометричних обмежень на розташування інтерполяційних вузлів.

Ключові слова: інтерполяційні вузли, ланцюговий дріб, дріб Тіле.

Узагальнення дробів Тіле є предметом дослідження робіт ряду авторів (див., наприклад, [1–6] та ін.). Ці узагальнення умовно можна розподілити на два класи. До першого класу належать узагальнення дробів Тіле на випадок функцій багатьох змінних, переважно двох (див. [1–4, 6]), до другого — узагальнення дробів Тіле на випадок векторнозначних та матричнозначних функцій від однієї змінної (див. [2, 5]). Крім того, окремі результати стосуються побудови матричнозначних інтерполянтів від двох змінних [7]. Проте всі дробові інтерполянти, запропоновані у зазначених роботах, на відміну від класичного дробу Тіле, мають суттєвий недолік: при заміні останнього інтерполяційного вузла на довільний елемент з відповідної множини визначення інтерполянт не перетворюється у звичайну (відповідно векторнозначну або матричнозначну) функцію, що інтерполюється.

Метою даної роботи є узагальнення дробів Тіле, визначених на лінійному топологічному просторі X, яке позбавлене вказаного недоліку. Як частковий випадок, звідси одержимо інтерполяційний дріб типу Тіле для функцій довільної кількості змінних.

Оскільки одержані у наших попередніх роботах [8, 9] узагальнення дробів Тіле для випадку інтерполювання нелінійних функціоналів призвели до конструкцій, що задовольняли інтерполяційні умови на каркасі $x_i(x)$, $i = 0, 1, \ldots, n$, і тільки одна умова виконувалась на континуальному вузлі $x_n(z, \xi) = x_{n-1}(z) + H(z - \xi)(x_n(z) - x_{n-1}(z))$, $\xi \in [0, 1], H(z)$ — функція Хевісайда, то для такого типу узагальнень доцільно скористатись технікою, розробленою в роботах Л. О. Яновича та його учнів [10, 11].

Розглянемо клас диференційованих функціоналів M, для яких існують побудови, що будуть наведені нижче.

Введемо для дослідження такий інтегральний ланцюговий дріб (ІЛД):

$$T_n(x) = F(x_0) + \frac{l_1(x)|}{|1} + \frac{l_2(x)|}{|1} + \ldots + \frac{l_n(x)|}{|1} = \underset{i=1}{\overset{n}{D}} \frac{l_i(x)}{1}. \tag{1}$$

Тут $l_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots,$ — лінійні функціонали, визначені на лінійному топологічному просторі X за допомогою співвідношень

$$T_k(x) = \frac{A_k(x)}{B_k(x)}, \tag{2}$$

© В. Л. Макаров, І. І. Демків, 2016

$$A_k(x) = A_{k-1}(x) + l_k(x)A_{k-2}(x), \quad k = 1, 2, \ldots, \quad A_{-1}(x) = 1, \quad A_0(x) = F(x_0),$$

$$B_k(x) = B_{k-1}(x) + l_k(x)B_{k-2}(x), \quad k = 1, 2, \ldots, \quad B_{-1}(x) = 0, \quad B_0(x) = 1,$$

$$l_k(x) = -\frac{A_{k-1}(x) - T_k(x)B_{k-1}(x)}{A_{k-2}(x) - T_k(x)B_{k-2}(x)} \equiv F_k(x).$$

Виходячи з [9], отримуємо

$$\begin{aligned} &l_k(x) = \int\limits_0^1 F_k'(x_{k-1} + \tau_k(x_k - x_{k-1}))(x - x_{k-1})\, d\tau_k, \qquad k = 1, 2, \ldots, \\ &F_1(x) = F(x), \end{aligned} \tag{3}$$

де підінтегральним виразом у (3) є похідна Гато від функціонала $F_k(x)$, обчислена на елементі $x_{k-1} + \tau_k(x_k - x_{k-1})$ за напрямком $(x_k - x_{k-1})$, а при підстановці цього ж елемента у (2) відповідне значення дробу $T_k(x_{k-1} + \tau_k(x_k - x_{k-1}))$ замінене на $F(x_{k-1} + \tau_k(x_k - x_{k-1}))$.

Перевіримо виконання інтерполяційних умов на часткових випадках.

Нехай $n = 1$. Тоді

$$T_1(x) = F(x_0) + \int\limits_0^1 F'(x_0 + \tau_k(x_1 - x_0))(x - x_0)\, d\tau_k,$$

$$T_1(x_0) = F(x_0),$$

$$T_1(x_1) = F(x_0) + \int\limits_0^1 \frac{d}{d\tau_k} F(x_0 + \tau_k(x_1 - x_0))(x - x_0)\, d\tau_k = F(x_1).$$

Нехай $n = 2$. Тоді

$$T_2(x) = F(x_0) + \frac{\int\limits_0^1 F'(x_0 + \tau_1(x_1 - x_0))(x - x_0)\, d\tau_1}{1 + \int\limits_0^1 F_2'(x_1 + \tau_2(x_2 - x_1))(x - x_1)\, d\tau_2},$$

$$F_2(x) = \frac{\int\limits_0^1 F'(x_0 + \tau_1(x_1 - x_0))(x - x_0)\, d\tau_1}{F(x) - F(x_0)},$$

$$T_2(x_i) = F(x_i), \qquad i = 0, 1,$$

$$T_2(x_2) = F(x_0) + \frac{\int\limits_0^1 F'(x_0 + \tau_1(x_1 - x_0))(x_2 - x_0)\, d\tau_1}{1 + \int\limits_0^1 \frac{d}{d\tau_2} F_2'(x_1 + \tau_2(x_2 - x_1))\, d\tau_2} =$$

$$= F(x_0) + \frac{\int\limits_0^1 F'(x_0+\tau_1(x_1-x_0))(x_2-x_0)\,d\tau_1}{1+F_2(x_2)-F_2(x_1)} = F(x_0) +$$

$$+ \cfrac{\int\limits_0^1 F'(x_0+\tau_1(x_1-x_0))(x_2-x_0)\,d\tau_1}{1+\cfrac{\int\limits_0^1 F'(x_0+\tau_1(x_1-x_0))(x_2-x_0)\,d\tau_1}{F_1(x_2)-F_1(x_0)}-\cfrac{\int\limits_0^1 F'(x_0+\tau_1(x_1-x_0))(x_1-x_0)\,d\tau_1}{F_1(x_1)-F_1(x_0)}} = F(x_2).$$

У загальному випадку отримаємо

$$T_n(x) = F(x_0) + \mathop{D}\limits_{i=1}^{n} \frac{\int\limits_0^1 F_i'(x_{i-1}+\tau_i(x_i-x_{i-1}))\,d\tau_i(x-x_{i-1})}{1}, \tag{4}$$

$$F_i(x) = \mathop{D}\limits_{p=1}^{i} \frac{l_{i-p}(x)}{-1}, \qquad l_0(x) = F(x_0) - F(x) - 1.$$

Підставивши у (3) $k = n$, $x = x_n$, одержимо

$$l_n(x_n) = F_n(x_n) - F_n(x_{n-1}) = \mathop{D}\limits_{i=1}^{n} \frac{l_{n-i}(x_n)}{-1} - \mathop{D}\limits_{i=1}^{n} \frac{l_{n-i}(x_{n-1})}{-1} =$$

$$= \mathop{D}\limits_{i=1}^{n} \frac{l_{n-i}(x_n)}{-1} - \frac{F_{n-1}(x_{n-1}) - F_{n-1}(x_{n-2})}{\mathop{D}\limits_{i=1}^{n-1} \frac{l_{n-i-1}(x_{n-1})}{-1}} = \mathop{D}\limits_{i=1}^{n} \frac{l_{n-i}(x_n)}{-1} - 1.$$

Далі матимемо

$$\begin{aligned}
&1 + \frac{l_{n-1}(x_n)}{1 + l_n(x_n)} = 1 + \frac{l_{n-1}(x_n)}{\mathop{D}\limits_{i=1}^{n} \frac{l_{n-i}(x_n)}{-1}} = \mathop{D}\limits_{i=1}^{n-1} \frac{l_{n-i-1}(x_n)}{-1},\\
&1 + \cfrac{l_{n-2}(x_n)}{1 + \cfrac{l_{n-1}(x_n)}{1 + l_n(x_n)}} = \mathop{D}\limits_{i=1}^{n-2} \frac{l_{n-i-2}(x_n)}{-1}, \qquad \ldots,\\
&1 + \mathop{D}\limits_{i=1}^{n} \frac{l_i(x_n)}{1} = F(x_n) - F(x_0).
\end{aligned} \tag{5}$$

Співвідношення (5) доводять справедливість такого твердження:

Теорема 1. *Нехай функціонал $F(x) \in \mathrm{M}$ n разів диференційований за Гато і мають сенс формули (1), (3), (4). Тоді формула (4) визначає інтерполяційний ІЛД типу Тіле, що діє з лінійного топологічного простору X з інтерполяційними вузлами x_i, $i = 0, 1, \ldots, n$.*

Аналогічно доводиться нижчесформульоване твердження.

Теорема 2. *Нехай виконуються умови теореми 1. Тоді функцію $F(x)$ можна подати у вигляді*

$$F(x) = F(x_0) + \underset{i=1}{\overset{n}{D}} \frac{\int\limits_0^1 F_i'(x_{i-1} + \tau_i(x_i - x_{i-1}))\, d\tau_i (x - x_{i-1})}{1},$$

де x_n змінено на x.

Наведемо декілька наслідків цієї теореми.

Перед тим як перейти до викладу першого наслідку, зауважимо, що в більшості робіт досліджувався двовимірний випадок (див. [6, 7] і наведену там літературу). Тепер функціонал $F(x) = f(\vec{x}) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ задано його значеннями $f(\vec{x}_i)$ у вузлах $\vec{x}_i = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \ldots, x_n^{(i)})$, $i = 0, 1, \ldots, n$, причому обмеження на геометрію розташування вузлів відсутні.

Наслідок 1. *Якщо $X = \mathbb{R}^n$, тобто розглядається інтерполяція функцій багатьох змінних дробом типу Тіле, складові формули (4) матимуть такий вигляд:*

$$\begin{aligned} l_i(x) &= \int\limits_0^1 F_i'(x_{i-1} + \tau_i(x_i - x_{i-1}))\, d\tau_i (x - x_{i-1}) = \\ &= \int\limits_0^1 (\nabla f_i(\vec{x}_{i-1} + \tau_i(\vec{x}_i - \vec{x}_{i-1})), (\vec{x} - \vec{x}_{i-1})\,) d\tau_i = l_i(\vec{x}), \\ F_i(x) &= \underset{p=1}{\overset{i}{D}} \frac{l_{i-p}(x)}{-1} = \underset{p=1}{\overset{i}{D}} \frac{l_{i-p}(\vec{x})}{-1} = f_i(\vec{x}), \\ l_0(x) &= F(x_0) - F(x) - 1 = f(\vec{x}_0) - f(\vec{x}) - 1 = l_0(\vec{x}). \end{aligned}$$

Тут ∇ — градієнт, $(\cdot, \cdot)$ — скалярний добуток у $\mathbb{R}^n$.

Приклад 1. Нехай $X = R^3$ і

$$f(\vec{x}^3) = f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2.$$

Тоді для інтерполяційних умов

$$\vec{x}_0 = (1, 2, 0)^T, \qquad \vec{x}_1 = (0, 1, 1)^T, \qquad \vec{x}_2 = (1, 1/2, 0)^T,$$
$$f(\vec{x}_0) = 5, \qquad f(\vec{x}_1) = 2, \qquad f(\vec{x}_2) = 5/4$$

отримаємо

$$\begin{aligned} &f_1(\vec{x}_0 + t(\vec{x}_1 - \vec{x}_0)) = 3t^2 - 6t + 5, \\ &l_1(\vec{x}^3) = (x_1 - 1) + 3(x_2 - 2) + x_3, \\ &l_2(\vec{x}) = \frac{2}{15}(-1 + 2x_1 + x_2) + \frac{\ln 5}{6}(-x_1 - 2x_2 + 2) = \left(\frac{4}{15} - \frac{\ln 5}{6}\right)x_1 + \left(\frac{2}{15} - \frac{\ln 5}{3}\right)(x_2 - 1), \end{aligned}$$

отже,

$$T_2(\vec{x}^3) = 5 + \frac{(x_1 - 1) + 3(x_2 - 2) + x_3}{1 + \left(\frac{4}{15} - \frac{\ln 5}{6}\right)x_1 + \left(\frac{2}{15} - \frac{\ln 5}{3}\right)(x_2 - 1)}.$$

Наслідок 2 *стосується випадку, коли* $X = L(0,1)$, *тобто розглядуваний простір збігається з простором інтегровних за Лебегом функцій, а функціонал* $F(x)$ *має вигляд*

$$F(x) = f\left(\int_0^1 x(s)\,ds\right),$$

де $f(z) \in \boldsymbol{C}^n(-\infty,\infty)$. *Тоді складові формули* (4) *будуть такими:*

$$l_i(x) = \int_0^1 F_i'(x_{i-1} + \tau_i(x_i - x_{i-1}))\,d\tau_i(x - x_{i-1}) =$$

$$= \int_0^1 f_i'(p_{i-1} + \tau_i(p_i - p_{i-1}))\,d\tau_i \int_0^1 (x(s) - x_{i-1}(s))\,ds = l_i(x(\cdot)),$$

$$p_i = \int_0^1 x_i(s)\,ds, \qquad i = 0, 1, \ldots, n,$$

$$F_i(x) = \mathop{D}_{p=1}^{i} \frac{l_{i-p}(x)}{-1} = \mathop{D}_{p=1}^{i} \frac{l_{i-p}(x(\cdot))}{-1} = f_i(x(\cdot)),$$

$$l_0(x) = F(x_0) - F(x) - 1 = f(p_0) - f\left(\int_0^1 x(s)\,ds\right) - 1 = l_0(x(\cdot)).$$

Приклад 2. Нехай $X = L(0,1)$ і $f\left(\int_0^1 x(s)\,ds\right) = \left(\int_0^1 x(s)\,ds\right)^2$. Тоді для інтерполяційних умов

$$x_0(s) = 1, \qquad x_1(s) = s, \qquad x_2(s) = s + 1, \qquad f(p_0) = 1,$$

$$f(p_1) = \frac{1}{4}, \qquad f(p_2) = \frac{9}{4}, \qquad p_0 = 1, \qquad p_1 = \frac{1}{2}, \qquad p_2 = \frac{3}{2}$$

одержимо

$$l_1(x(\cdot)) = \int_0^1 f_1'\left(1 + \tau_1\left(-\frac{1}{2}\right)\right)d\tau_1 \int_0^1 (x(s) - 1)\,ds = \frac{3}{2}\int_0^1 (x(s) - 1)\,ds,$$

$$l_2(x(\cdot)) = \int_0^1 f_2'\left(\frac{1}{2} + \tau_2\right)d\tau_2 \int_0^1 (x(s) - 1)\,ds = -\frac{2}{5}\int_0^1 (x(s) - s)\,ds,$$

$$T_2(x(\cdot)) = 1 + \frac{\dfrac{3}{2}\displaystyle\int_0^1 (x(s)-1)\,ds}{1 - \dfrac{2}{5}\displaystyle\int_0^1 (x(s)-s)\,ds}.$$

На завершення наведемо конструктивні міркування щодо побудови найбільш загальної конструкції ІЛД типу Тіле. Розглянемо "двоповерховий" дріб

$$T_2(u) = F(u_0) + l_1(u-u_0)[I + l_2(u-u_1)]^{-1}, \tag{6}$$

де l_1, l_2 — лінійні, F — нелінійний оператори, що діють з лінійного топологічного простору X у алгебру Y з одиницею I, елементи $u,\ u_0,\ u_1 \in X$.

$$l_1(u-u_0) = \int_0^1 F'(u_0 + g_{\tau_1}(u_1-u_0))dg_{\tau_1}(u-u_0),$$

$$l_2(u-u_1) = \int_0^1 F_2'(u_1 + g_{\tau_2}(u_2-u_1))dg_{\tau_2}(u-u_1),$$

$$F_2(u) = [F(u)-F(u_0)]^{-1} \int_0^1 F'(u_0 + g_{\tau_1}(u_1-u_0))dg_{\tau_1}(u-u_0).$$

Для оператора F відомі його значення $F(u_{i-1,i}(\xi_i))$, $\xi_i \in [0,1]$, $i=1,2$, на континуальних вузлах

$$u_{i-1,i}(\xi_i) = u_{i-1} + g_{\xi_i}(u_i - u_{i-1}), \qquad \xi_i \in [0,1], \qquad i=1,2. \tag{7}$$

Тут g_{z_i}, $i=1,2$, — лінійний диференційований за z_i оператор, що діє з X в X і має властивості

$$\mathrm{g}_0 = 0, \qquad \mathrm{g}_1 = \mathrm{E}, \qquad \mathrm{g}_\tau \mathrm{g}_\xi = \mathrm{g}_{\min(\tau,\xi)}, \qquad \tau,\xi \in [0,1], \tag{8}$$

де $E\colon X \to X$ — тотожний оператор. Приклади операторів g_z із властивостями (8) для випадку гільбертового простору $X = H$ та простору кусково-неперервних функцій $Q[0,1]$ наведені в [12, 13]. Те, що формула (6) інтерполює оператор F у вузлі u_0, є очевидним. Перевіримо інтерполяційність у вузлі u_1. Оскільки

$$l_1(u_1-u_0) = \int_0^1 F'(u_0 + g_{\tau_1}(u_1-u_0))\,dg_{\tau_1}(u_1-u_0) = F(u_1) - F(u_0),$$

то

$$T_2(u_1) = T_1(u_1) = F(u_0) + l_1(u_1-u_0) = F(u_1).$$

Нарешті, підставимо у (6) континуальний вузол

$$u_{1,2}(\xi_i) = u_1 + g_{\xi_2}(u_2 - u_1), \qquad \xi_2 \in [0,1].$$

Тоді, з урахуванням (8), отримаємо

$$l_2(u_{1,2}(\xi_2) - u_1) = \int\limits_{\xi_2}^{1} F_2'(u_1 + g_{\tau_2}(u_2 - u_1))dg_{\tau_2}(u_2 - u_1) =$$

$$= F_2(u_{1,2}(\xi_2)) - F_2(u_1) = F_2(u_{1,2}(\xi_2)) - I =$$

$$= [F(u_{1,2}(\xi_2)) - F(u_0)]^{-1} \int\limits_0^1 F'(u_0 + g_{\tau_1}(u_1 - u_0))dg_{\tau_1}(u_{1,2}(\xi_2)) - u_0) - I,$$

що доводить справедливість континуальної інтерполяційної умови

$$F(u_{1,2}(\xi_2)) = T_2(u_{1,2}(\xi_2)).$$

Наведені міркування вказують на можливість побудови абстрактного дробу типу Тіле, що інтерполює нелінійний оператор $F\colon X \to Y$ у вузлах u_0, u_1, $\ldots$, u_{n-1}, $u_{n-1,n}(\xi_n)$, $\xi_n \in$ $\in [0,1]$, причому останній вузол є континуальним. Це буде предметом наших наступних публікацій.

Цитована література

1. *Levri P., Bultheel A.* A note on Thiele n-fractions // Numer. Algorithms. – 1993. – **4**. – P. 225–239.
2. *Tan J., Fang Y.* Newton-Thiele's rational interpolants // Numer. Algorithms. – 2000. – **24**. – P. 141–157.
3. *Gensane Th.* Interpolation on the hypersphere with Thiele type rational interpolants // Numer. Algorithms. – 2012. – **60**. – P. 523–529.
4. *Graves-Morris P. R.* Vector Valued Rational Interpolants // Numer. Math. – 1983. – **42**. – P. 331–348.
5. *Gu Ch.* Thiele-type and Lagrange-type generalized inverse rational interpolation for rectangular complex matrices // Linear Algebra Appl. – 1999. – **295**, Iss. 1–3. – P. 7–30.
6. *Кучмінська Х. Й.* Двовимірні неперервні дроби. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2010. – 218 с.
7. *Cui R., Gu Ch.* Bivariate generalized inverse Newton-Thiele type matrix Padé approximation // Appl. Math. and Comput. – 2014. – **236**. – P. 202–214.
8. *Макаров В. Л., Демків І. І.* Інтегральний інтерполяційний ланцюговий дріб типу Тіле // Доп. НАН України. – 2016. – № 1. – С. 12–18.
9. *Макаров В. Л., Демків І. І.* Інтерполяційний інтегральний ланцюговий дріб типу Тіле // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2014. – **57**, № 4. – С. 44–50.
10. *Янович Л. А.* Приближенное вычисление континуальных интегралов по гауссовым мерам. – Минск: Наука и тэхника, 1976. – 384 с.
11. *Егоров А. Д., Соболевский П. Н., Янович Л. А.* Приближенные методы вычисления континуальных интегралов. – Минск: Наука и тэхника, 1985. – 310 с.
12. *Ахиезер Н. И., Глазман И. М.* Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – Москва: Наука, 1966. – 534 с.
13. *Макаров В. Л., Хлобистов В. В., Демків І. І.* Про континуальні вузли інтерполяції формул типу Ньютона та Ерміта в лінійних топологічних просторах // Доп. НАН України. – 2007. – № 12. – С. 22–27.

References

1. *Levri P., Bultheel A.* Numer. Algorithms, 1993, **4**: 225–239.
2. *Tan J., Fang Y.* Numer. Algorithms, 2000, **24**: 141–157.
3. *Gensane Th.* Numer. Algorithms, 2012, **60**: 523–529.
4. *Graves-Morris P. R.* Numer. Math., 1983, **42**: 331–348.
5. *Gu Ch.* Linear Algebra Appl., 1999, **295**, Iss. 1–3: 7–30.
6. *Kuchmins'ka Kh. Yo.* Two-dimensional continued fractions, Lviv: Pidstryhach Inst. Appl. Probl. Mech. and Math. NAS Ukraine, 2010 (in Ukrainian).
7. *Cui R., Gu Ch.* Appl. Math. and Comput., 2014, **236**: 202–214.
8. *Makarov V. L., Demkiv I. I.* Dop. NAN Ukraine, 2016, No 1: 12–18 (in Ukrainian).
9. *Makarov V. L., Demkiv I. I.* Math. Methods and Physico-mech. Fields, 2014, **57**, No 4: 44–50 (in Ukrainian).
10. *Yanovich L. A.* Approximate computation of path integrals with respect to Gaussian measures, Minsk: Nauka i Tehnika, 1976 (in Russian).
11. *Egorov A. D., Sobolevskii P. I., Yanovich L. A.* Approximate methods for calculating path integrals, Minsk: Nauka i Tekhnika, 1985 (in Russian).
12. *Akhiezer N. I., Glazman I. M.* Theory of linear operators in Hilbert space, Moscow: Nauka, 1966 (in Russian).
13. *Makarov V. L., Khlobystov V. V., Demkiv I. I.* Dop. NAN Ukraine, 2007, No 12: 22–27 (in Ukrainian).

Надійшло до редакції 04.08.2015

Академик НАН Украины **В. Л. Макаров**[1], **И. И. Демкив**[2]

[1]Институт математики НАН Украины, Киев
[2]Национальный университет “Львовская политехника”
E-mail: makarovimath@gmail.com, ihor.demkiv@gmail.com

Обобщение дроби Тиле

Для приближения нелинейных функционалов, определенных на линейном топологическом пространстве, предложена обобщенная интерполяционная дробь Тиле. Приведены два следствия, которые имеют самостоятельное значение. Одно из них — интерполянт типа Тиле для функций от произвольного количества переменных без геометрических ограничений на расположение интерполяционных узлов.

Ключевые слова: интерполяционные узлы, цепная дробь, дробь Тиле.

Academician of the NAS of Ukraine **V. L. Makarov**[1], **I. I. Demkiv**[2]

[1]Institute of Mathematics of the NAS of Ukraine, Kiev
[2]Lviv Politechnic National University
E-mail: makarovimath@gmail.com, ihor.demkiv@gmail.com

Generalization of a Thiele fraction

A new type of the generalized integral chain fraction interpolation is proposed. It extends the Thiele type continued fraction interpolation to the class of non-linear functionals defined in an arbitrary linear topological space. We study two specific realizations of such interpolation process. One of them is a Thiele type continued fraction interpolation for functions with an arbitrary number of variables without any additional geometric constrains on the placement of interpolation points.

Keywords: interpolation points, continued fraction, Thiele fraction.