

ПРОСТЫЕ МОДЕЛИ УСТАЛОСТНОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ОЧЕНЬ СЛОЖНОЙ ДИНАМИКОЙ

С.Х. Шамирзаев*, К.Э. Онаркулов**, Д.А. Юсупова**, Э.Д. Мухамедиев*

*Физико-технический институт АН РУз (Ташкент)

**Ферганский государственный университет
Узбекистан

Поступила в редакцию 12.06.2006

Исследованы чувствительные к наложенной деформации объемные и пленочные варианты гетерогенных сред (ГС) на основе теллуридов висмута-сурьмы, селенидов свинца а также карбонильного железа. Изучен характер необратимого изменения эффективных параметров ГС в условиях наложения случайного спектра деформации. Реакция ГС в условиях наложения случайного спектра деформации изучена путем периодических наблюдений за изменением его эффективного электрического сопротивления (R). Рассчитаны реакции ГС на произвольные последовательности регулярных операторов нагружения. Проведено сопоставление с экспериментальными данными.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассмотрен реальный конструкционный материал (КМ) имеющий запутанный механический потенциальный рельеф. В таком КМ имеются пары точек (равновесные точки) обладающих одинаковым потенциалом. Их пространственная функция распределения $f_n(x, y, z)$ может быть представлена полным ортонормированным рядом функций $\{\varphi_n, 1\}$, которые подчиняются преобразованию пекаря (B). После наложения спектра нагрузок, избранные равновесные точки мигрируют в пространстве КМ. Их пространственная функция распределения f_v также подчиняется преобразованию пекаря (B). Это дало возможность найти общий закон, управляющий миграцией комплекса дефектов. Миграция дефектов в работе [1] увязана с зависимостью эффективного внутреннего трения

Q_n^{-1} КМ от числа n – наложенных циклов, а в работе [2] с зависимостью также от n эффективного импеданса $Z_n = \text{Re}Z_n + j \cdot \text{Im}Z_n$ ($\text{Re}Z_n(\omega=0) = R_n$) полупроводникового чувствительного элемента (ПЧЭ), жестко установленного на КМ. Причем, как для Q_n^{-1} так и для Z_n впервые установлены и подтверждены экспериментально следующие рекуррентные соотношения:

$$Q_{n+1}^{-1} = H_n \cdot Q_n^{-1} + (1 - H_n) \cdot G_n, \quad (1)$$

$$Z_{n+1} = B_n \cdot Z_n + (1 - B_n) \cdot M_n. \quad (2)$$

Здесь H_n , G_n и B_n , M_n – технологические параметры КМ и ПЧЭ.

В настоящей работе показано, что рекуррентное соотношение для R_n – может быть сведено к логистическому уравнению, описывающему потоки комплекса дефектов, формирующих эффективное электрическое сопротивление ПЧЭ – R_n . Это впервые дает возможность теоретического исследования процесса усталостной повреждаемости гетерогенных материалов, и выявить границы технологических параметров, связанных с процессом усталостной повреждаемости.

ПРОВОДИМОСТЬ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД В УСЛОВИЯХ НАЛОЖЕНИЯ НЕОБРАТИМОЙ СЛУЧАЙНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Ниже кратко представлены полученные из анализа проведенных нами экспериментов особенности необратимого изменения эффективного электрического сопротивления – R_n гетерогенной среды (ГС) в условиях наложения случайного спектра деформации.

Объекты исследования – объемные и пленочные варианты ГС на основе теллуридов висмута-сурьмы, селенидов свинца а также карбонильного железа с объемными содержаниями, обеспечивающими высокую чувствительность ГС к наложенной деформации.

Методика исследования. Реакция ГС в условиях наложения случайного спектра деформации изучена путем систематических наблюдений за изменением его эффективного электрического сопротивления – R_n . То есть, исследуются, измеренные через равное число (n) циклов, последовательности значений R_n ГС в условиях наложения спектра простых и сложных (хаотических) деформаций. Эта последовательность $\{R(0), R(n), R(2n), \dots, R(k \cdot n)\}$; k – произвольное целое число} носит следы всех других переменных, участвующих в формировании динамики ГС.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Простые и сложные режимы нагружения приводят к разной реакции ГС. Экспериментально показано, что для простых режимов $R[(k + 1) \cdot n]$ -ое значение сопротивления ГС линейно связано с его предыдущим значением – $R[k \cdot n]$:

$$R[(k + 1) \cdot n] = b \cdot R[k \cdot n] + (1 - b) \cdot M = Q(n, b, M) \cdot R[k \cdot n]. \quad (3)$$

Здесь $Q(n, b, M)$ – линейный оператор нагружения переводящий $R(k \cdot n)$ в $R[(k + 1) \cdot n]$, b и M – константы, зависящие от амплитуды и степени асимметрии наложенных регулярных циклов деформации. L -кратное применение оператора Q переводит $R(k \cdot n)$ в $R[(k + L) \cdot n]$.

Для двух разных операторов нагружения $Q(n_1, b_1, M_1)$ и $Q(n_2, b_2, M_2)$ приведены условия их коммутативности. Рассчитаны реакции ГС на различные ситуации нагружения: произвольные последовательности регулярных (но отличающихся параметрами нагружения) операторов; оператор математического ожидания; Марковские цепи для операторов нагружения ГС. Ниже проведено сопоставление с экспериментальными данными.

Электрофизические свойства и эффективные параметры прессованной смеси порошков, разных, технологически совместимых материалов, зависят от параметров компонент смеси и характера формируемой микро неоднородности. При наложении циклической механической деформации в таком ГС

может происходить процесс накопления рассеянных по всему объему микрповреждений. На некоторой стадии накопления микрповреждений происходит заметное изменение сопротивления гетерогенного материала (ГМ). На этой же или отличных стадиях меняются и другие его параметры, в частности величины эффективных термоэзд или импеданса.

Основными причинами необратимых изменений эффективного сопротивления гранулированных, прессованных полупроводниковых смесей являются пластическая деформация гранул и межгранульных областей. Микрповреждения в ГМ возникают непрерывно в течении всего процесса деформирования. Следовательно, наблюдая за изменением сопротивления (или другого легко измеряемого физического параметра) можно установить особенности накопления микрповреждений (характерных для измеряемого параметра) при наложении произвольного спектра деформаций.

ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ ГС ВРЕМЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ЕЕ ЭФФЕКТИВНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Рассмотрим ГС, находящуюся в установившемся режиме. Будем регистрировать изменение ее сопротивления через равное число циклов n – наложенной деформации: $R(N), R(N + n), R(N + 2n), \dots$. N – произвольное число предварительно наложенных на ГС циклов деформации. Допустим, что динамика рассматриваемой ГС эффективно описывается всего одной независимой переменной. Тогда на плоскости $R(N_j), R(N_{j+1})$ все точки последовательности $R(N_1), R(N_2), R(N_3), \dots$, будут ложиться на прямую

$$R[N_{j+1}] = a \cdot R[N_j] + C \quad (4)$$

j – последовательность точек, в которых проведены замеры сопротивлений; a и C – константы, характеризующие прямую (4).

Теперь рассмотрим ситуацию, когда динамика ГС описывается двумя независимыми переменными. В этом случае точки N_j уже не ложатся на прямую линию, а будут слож-

ным образом разбросаны по плоскости $R(N_j)$, $R(N_{j+1})$. То есть, теперь $R(N_{j+1})$ может однозначно определяться только двумя предыдущими значениями $R(N_j)$ и $R(N_{j-1})$. Иными словами, если размерность динамической системы равна k , то величина $R(N_{j+1})$ оказывается функционально зависимой от $R(N_j)$, $R(N_{j-1})$, $R(N_{j-2})$, $R(N_{j-3})$, ..., $R(N_{j-k})$, k -штук предшествующих значений измеряемой физической величины.

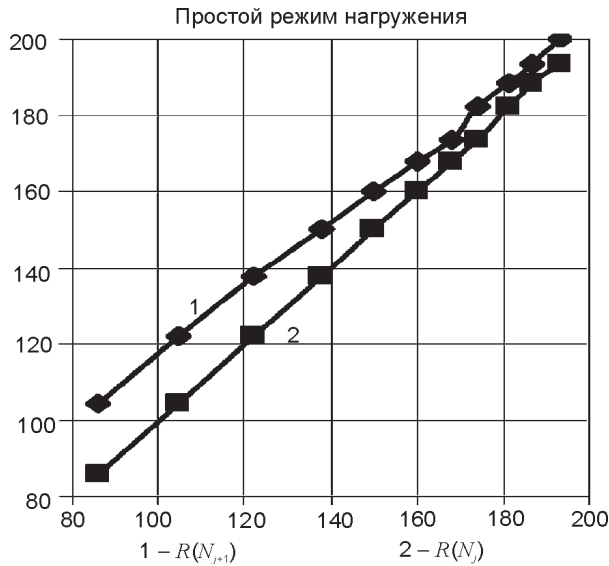


Рис. 1. Зависимость $R(N_{j+1})=f(R(N_j))$ для простого режима нагружения. По этим экспериментальным данным находят константы b и M , входящие в формулу (3).

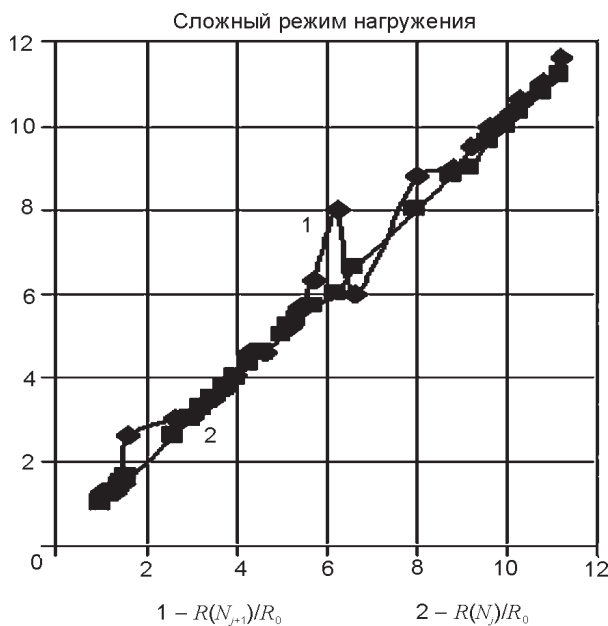


Рис. 2. Точечное отображение для сложного режима нагружения. Точки пересечения кривой $R(N_{j+1}) = f(R(N_j))$ с прямой $R(N_j) = f(R(N_j))$ являются предельными точками операторов, соответствующих “событиям”.

На рис. 1 и рис.2 представлены экспериментальные зависимости $R(N_{j+1})$ от $R(N_j)$ для простых и сложных режимов нагружения ГС. Параметры a и C зависят от величины и характера наложенных напряжений, а также от технологии изготовления пленочных ГС. В случае сложных режимов нагружения видно, что параметры a и C меняются. То есть, с изменением структуры ГС характер миграции дефектов также меняется.

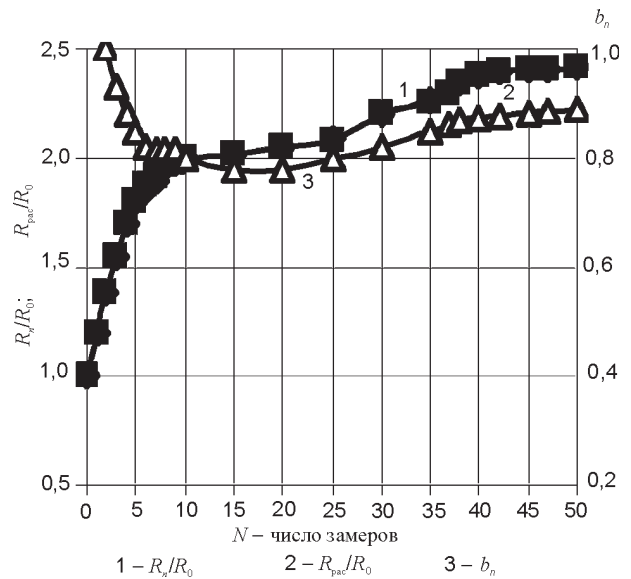


Рис. 3. Зависимости $R(N)$ для симметричного режима нагружения $\sigma_{экв} = 17$ кГ/мм².

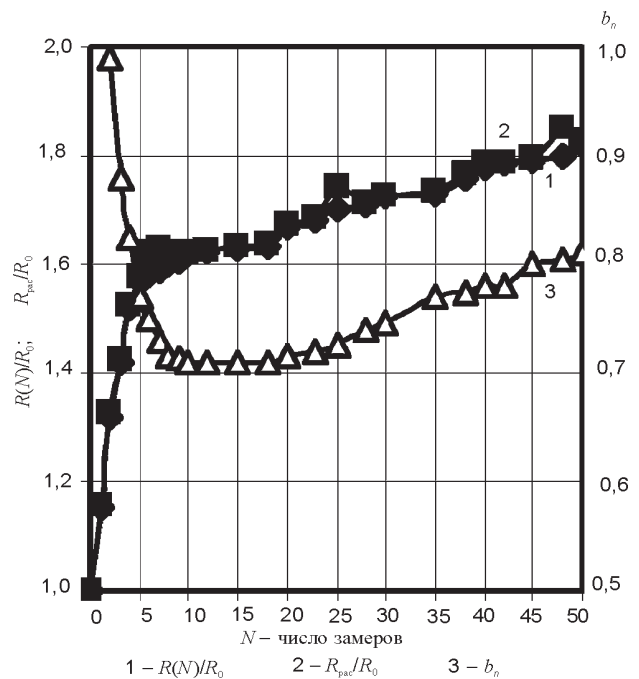


Рис. 4. Зависимости $R(N)$ для отнулевого режима нагружения $\sigma_{экв} = 17$ кГ/мм².

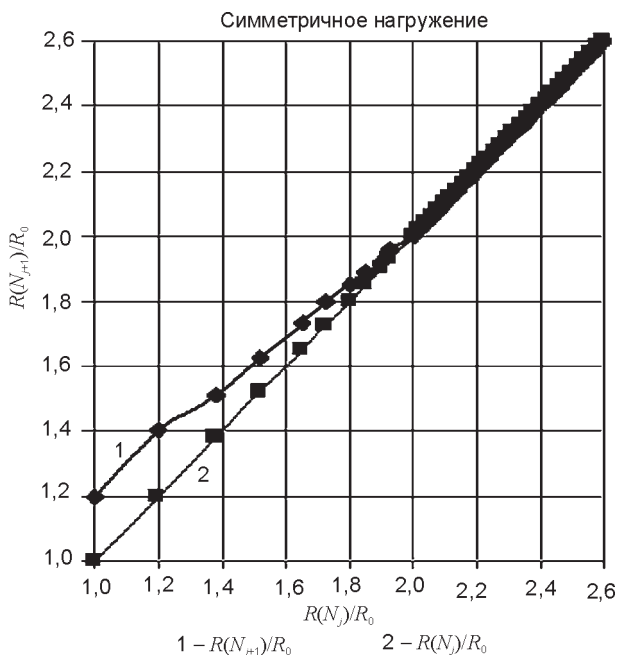


Рис. 5. Точечное отображение в плоскости $R(N_{j+1})$, $R(N_j)$ для симметричного режима нагружения. $\sigma_{\text{экв}} = 17 \text{ кГ/мм}^2$.

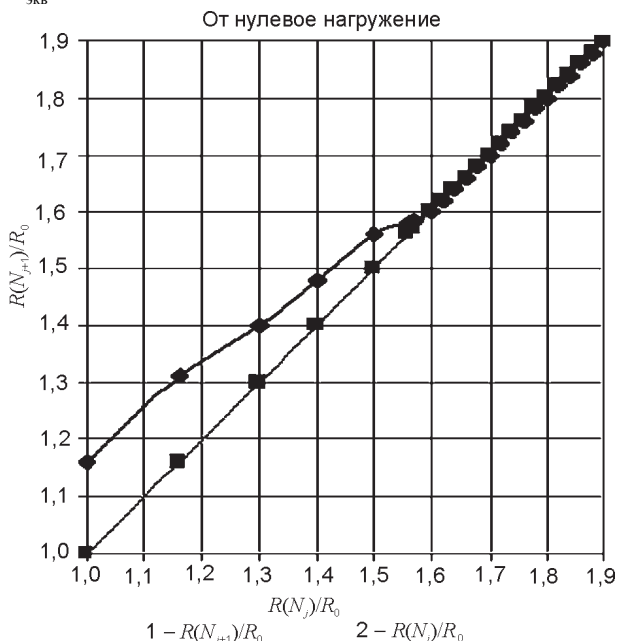


Рис. 4. Зависимости $R(N)$ для от нулевого режима нагружения $\sigma_{\text{экв}} = 17 \text{ кГ/мм}^2$.

На рис. 3 и рис. 4 приведены зависимости $R(N)$ для симметричного и от нулевого режимов нагружения, соответствующих одному и тому же эквивалентному напряжению – 17 кГ/мм^2 .

На рис. 5 и рис. 6 в плоскости $R(N_{j+1})$, $R(N_j)$ построены графики для этих же экспериментальных данных.

Формула (4) может быть представлена в виде:

$$R_{j+1} = b \cdot R_j + (1 - b) \cdot M = Q(j, b, M) \cdot R_j, \quad (5)$$

где b и M – константы в случае простых режимов нагружения; j – номер события: оно состоит в том, что на ГС наложено очередных m циклов деформации, после чего проводится измерение ее сопротивления.

Для ГС с фиксированной начальной структурой и фиксированными параметрами нагружения коэффициенты b и M могут быть определены из системы уравнений, построенной с использованием экспериментальных данных:

$$\sum_{j=0}^N [R_{j+1}] = b \cdot \sum_{j=0}^N [R_j] + N \cdot (1 - b) \cdot M, \quad (6)$$

N – число замеров, в пределах которых b и M не меняются.

На рис. 3 и рис. 4 приведены экспериментально найденные зависимости $b(N)$, которые

$$\sum_{j=0}^N [R_j \cdot R_{j+1}] = b \cdot \sum_{j=0}^N [R_j^2] + (1 - b) \cdot M \cdot \sum_{j=0}^N [R_j] \quad (7)$$

могут быть представлены в виде:

$$b(N) = 1 - C \cdot (R(N) - R_0) / R_0. \quad (8)$$

Для последовательности двух идентичных событий, можно непосредственно вычислить результат применения оператора $Q(m, b, M)$:

$$R_{j+2} = Q \cdot R_{j+1} = Q \cdot Q \cdot R_j = Q^2 \cdot R_j = b^2 \cdot R_j + (1 - b^2) \cdot M. \quad (9)$$

Поэтому последовательное действие N – штук операторов Q дает:

$$R(N) = Q_N \cdot R_0 = b(N) \cdot R_0 + (1 - b(N)) \cdot M. \quad (10)$$

В этой ситуации, если коэффициент $b < 1$, то при $N \rightarrow \infty$, $R(N) \rightarrow M$. То есть, точка M является предельной точкой оператора Q . Другими словами, последовательное действие идентичных операторов Q на начальное значение R_0 при $N \rightarrow \infty$ приводит к тому, что сопротивление ГС становится равным величине M .

Для сложных последовательностей нагружения (событий) оператору Q следует присвоить индекс. Например, $Q_1 = Q(m_1)$ или $Q_2 = Q(m_2)$. То есть, Q_1 описывает событие, состоящее в том, что на ГС наложено m_1 – циклов деформации, после чего фиксируется его сопротивление, а для Q_2 сопротивление ГС фиксируется после наложения m_2 – циклов

той же деформации. В дальнейшем, нижний индекс будет также присваиваться операторам Q_j , имеющим разные предельные точки M_j и коэффициенты b_j

$$Q_j = Q(m_j; b_j; M_j). \quad (11)$$

Подчеркнем, что для структурно идентичных ГС, различие M_j и b_j означает, что на них наложены различные деформации. Различие может быть обусловлено как амплитудой (σ_j), числом промежуточных циклов (m_j), так и по структуре наложенных напряжений.

КОММУТАТИВНОСТЬ ОПЕРАТОРОВ Q_1 И Q_2

Для описания сложных режимов нагружения необходимо исследовать коммутативность операторов Q_1 и Q_2 . Итак, сначала на R_0 действует оператор $Q_2 = Q(m_2; b_2; M_2)$, а затем оператор $Q_1 = Q(m_1; b_1; M_1)$:

$$Q_1 \cdot Q_2 \cdot R_0 = b_1 \cdot b_2 \cdot R_0 + (1 - b_1 \cdot b_2) \cdot M_{12}. \quad (12)$$

Здесь M_{12} – предельная точка сложного оператора $Q_{12} = Q_1 \cdot Q_2$, связана с предельными точками M_1 и M_2 следующим соотношением: $(1 - b_1 b_2) \cdot M_{12} = b_1(1 - b_2) \cdot M_2 + (1 - b_1) \cdot M_1$. (13)

Для обратной последовательности действия этих же операторов имеем:

$$Q_2 \cdot Q_1 \cdot R_0 = b_1 \cdot b_2 \cdot R_0 + (1 - b_1 \cdot b_2) \cdot M_{21}, \quad (14)$$

где предельная точка M_{21} в этой ситуации, вообще говоря, отличается от M_{12} и равна:

$$M_{21} = [b_2(1 - b_1) \cdot M_1 + (1 - b_2) \cdot M_2] / (1 - b_2 b_1). \quad (15)$$

Таким образом, коммутативность операторов Q_1 и Q_2 имеет место в одной из трех ситуаций: $b_1 = 1$; $b_2 = 1$; $M_1 = M_2$.

Первое и второе условия соответствуют ситуации единичного оператора, то есть один из операторов есть единичный оператор. Третье условие соответствует идентичности предельных точек рассматриваемых операторов.

СИСТЕМАТИЧЕСКАЯ

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ $[Q^v \cdot Q^u]^n$

Рассмотрим более сложную ситуацию, когда оператор Q_2 действует u -раз, затем оператор Q_1 действует v -раз и такая комбинация повторяется n -раз. Для сложного оператора

$Q_{v,u} = Q_1^v \cdot Q_2^u$ находим $Q_{v,u} R_0 = b_{u,v} R_0 + (1 - b_{u,v}) M_{u,v}$, где $b_{u,v} = b_1^u \cdot b_2^v$, а

$$M_{u,v} = \frac{[b_2^v \cdot (1 - b_1^u) \cdot M_1 + (1 - b_2^v) \cdot M_2]}{1 - b_{u,v}}.$$

Если u – фиксировано, а v стремится к бесконечности, то получим $\lim_{v \rightarrow \infty} M_{u,v} = M_2$.

Если же v – фиксировано, а u стремится к бесконечности, то

$$\lim_{u \rightarrow \infty} M_{u,v} = b_2^v \cdot M_1 + (1 - b_2^v) \cdot M.$$

Таким образом, становится возможным анализировать действие любой последовательности операторов, которая многократно повторяется. Справедливо также и обобщение этих результатов, когда число операторов больше двух.

Оператор математического ожидания и Марковские цепи для операторов ГС также могут быть найдены если известны соответствующие вероятности.

ВЫВОДЫ

Созданные как методы принципы оценки выходных параметров конструкционного материала и их изменение при наложении необратимой усталостной деформации, так и новый путь анализа динамики реологических структур, формирующих необратимые выходные параметры материалов. Для реальной конструкционной балки с установленными датчиками накопленной усталостной повреждаемости получены экспериментальные результаты подтверждающие разработанную количественную модель.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shamirzaev S. Modelling a fatigue imperfection of structural materials//International Journal of Fatigue. – 2002. – № 24. – P. 777-782.
2. Shamirzaev S. The theory of output parameters of a pressing powder mixture with random packaging density//Solid State Sciences. – 2004. – № 6. – P. 1125-1129.
3. Shamirzaev S. and Shamirzaeva G. The rheological model of fatigue damage of CM. / Proceedings of the XIIIth International Congress of Rheology. Cambridge, UK. Published by the

- British Society of Rheology. – 2000. – Vol. 3. – P. 377-379.
4. Шамирзаев С.Х. и др. Тензорезистивная структура гетерогенных материалов: Препринт № 140-90-ФПП. ФТИ НПО „Физика-Солнце” АН РУз.
5. Shamirzaev S., Mukhamediev E. and Shamirzaeva G. Molecular-kinetic processes of fatigue of aluminum alloys// Proc. of the Third International Conference on Very High Cycle Fatigue (VHCF-3) (Japan). – 2004. – P.108- 115.

**ПРОСТІ МОДЕЛІ ВТОМЛЮВАЛЬНОЇ
ПОШКОДЖУВАНОСТІ ГЕТЕРОГЕННИХ
МАТЕРІАЛІВ З ДУЖЕ СКЛАДНОЮ
ДИНАМІКОЮ**

**С.Х. Шамірзаєв, К.Э. Онаркулов,
Д.А. Юсупова, Э.Д. Мухамедієв**

Досліджено чуттєві до накладеної деформації об'ємні і плівкові варіанти гетерогенних середовищ (ГС) на основі телуридів вісмуту-сурми, селенідів свинцю а також карбонільного заліза. Вивчено характер необоротної зміни ефективних параметрів ГС в умовах накладення випадкового спектра деформації. Реакція ГС в умовах накладення випадкового спектра деформації вивчена шляхом періодичних спостережень за зміною його ефективного електричного опору (R). Розраховано реакції ГС на довільні послідовності регулярних операторів навантаження. Проведено зіставлення з експериментальними даними.

**SIMPLE MODELS OF FATIGUE
DAMAGEABILITY OF HETEROGENEOUS
MATERIALS WITH VERY DIFFICULT
DYNAMICS**

**S.H. Shamirzaev, K.E. Onarkulov,
D.A. Yusupova, E.D. Mukhamediev**

Sensitive to imposed deformation volumetric and film of variants of heterogeneous environments (HE) on a basis telluride of vismut-antimony selenide-lead and also carbonic of iron are investigated. The character of irreversible change of effective parameters of HE in conditions of imposing of a casual spectrum of deformation is investigated. The reaction of HE in conditions of imposing of a casual spectrum of deformation is investigated by periodic supervision over change its effective electrical resistance (R). The reactions of HE on any sequences of the regular operators of loading are calculated. The comparison to experimental data is carried out.