УДК 621.372.852.537.86

РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ СВЯЗАННЫХ КРЕСТООБРАЗНЫХ ВОЛНОВОДНЫХ РАЗВЕТВЛЕНИЙ

Н.И. Пятак

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

Украина

Поступила в редакцию 14.03.2006

В строгой постановке решена задача о собственных электромагнитных колебаниях H_{mn0}-типов в двух связанных H-плоскостных крестообразных волноводных разветвлениях. Получены численные результаты для частой связи разветвлений в зависимости от их геометрических параметров.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] рассмотрены резонансные явления в полуоткрытых волноводных структурах различной формы сечения. Установлено, что при определенных условиях существует режим собственных колебаний. Для этого пересекающиеся волноводы должны быть запредельными на резонансной частоте.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Представляет научный и практический интерес поведение собственных резонансных частот системы из 2-х связанных разветвителей крестообразного сечения, геометрия которой в H-плоскости представлена на рис.1.

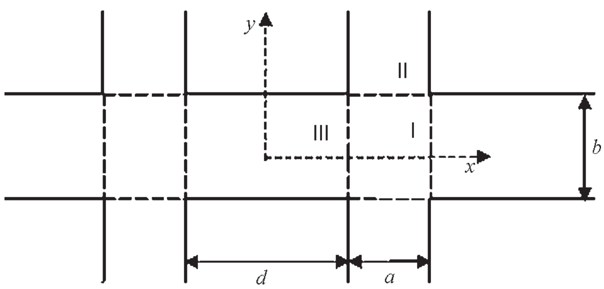

Рис. 1.

Для решения граничной задачи воспользуемся методом частичных областей с выделением области связи [1]. В предложении, что $\frac{\partial}{\partial z} = 0$, решение для единственной электрической компоненты E_z в каждой из областей для колебаний с нечетным количеством полуволн в поперечном сечении "a" и "b" имеет вид:

$$E_z^{\mathrm{II}} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} A_m \cos\frac{\pi m}{a}\left(x - \frac{a+d}{2}\right) e^{-\gamma_{ma}\left(y-\frac{b}{2}\right)} . \quad (1)$$

Связанных между собой являются только поля с нечетным индексом, поля с четным индексом являются ортогональными к ним. Аналогично запишем поле в области II:

$$E_z^{\mathrm{III}} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} B_n \cos\frac{\pi n}{b} y \cdot \frac{ch\gamma_{nb} x}{ch\gamma_{nb} \cdot d/2} . \quad (2)$$

В соответствии с идеей используемого метода поле в области связи I представим как суперпозицию полей ортогональных волноводов "a" и "b" для колебаний с нечетным количеством полуволн вдоль размера "d".

$$E_z^{\mathrm{I}} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} B_n \cos\frac{\pi n}{b} y \cdot \frac{ch\gamma_{nb}(x-(a+d)/2)}{ch\gamma_{nb} \cdot a/2} + $$

$$+ \sum_{n=1,3,5}^{\infty} A_m \cos\frac{\pi m}{a}\left(x - \frac{a+d}{2}\right) \cdot \frac{ch\gamma_{ma} y}{ch\gamma_{ma} \cdot b/2} , \quad (3)$$

где $A_m B_n$ – амплитудные коэффициенты полей волноводов II и III; $\gamma_{ma} = \sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 - k^2}$,

$\gamma_{mb} = \sqrt{\left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 - k^2}$ – постоянные распространения волн в областях II, III; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны в свободном пространстве.

Условия "сшивания" полей на границе раздела областей для компонент E_z удовлетворяются автоматически благодаря выбранной нормировке полей.

$$E_z^{\mathrm{II}} = E_z^{\mathrm{II}}\Big|_{x=d/2}, \quad \text{и} \quad E_z^{\mathrm{I}} = E_z^{\mathrm{II}}\Big|_{y=b/2} \tag{4}$$

в чем легко убедиться из (1) – (2).

Соответствующие компоненты магнитного поля пропорциональны производным по компонентам x и y, и имеют следующий вид:

$$H_y^{\mathrm{I,III}} \approx \frac{\partial E_z^{\mathrm{I,III}}}{\partial x}, \qquad H_x^{\mathrm{I,II}} \approx \frac{\partial E_z^{\mathrm{I,II}}}{\partial y}.$$

Отсюда:

$$H_x^{\mathrm{I}} = -\sum B_n \frac{\pi n}{b} \sin\frac{\pi n}{b} y \frac{ch\gamma_{nb}(x-(a+d)/2)}{ch\gamma_{nb}\cdot a/2} + \sum_m^{\infty} A_m\gamma_{ma} \cos\frac{\pi m}{a}\left(x - \frac{a+d}{2}\right)\cdot\frac{sh\cdot\gamma_{ma} y}{ch\gamma_{ma}\cdot b/2}, \tag{5}$$

$$H_x^{\mathrm{II}} = -\sum_m A_m\cdot\gamma_{ma}\cos\frac{\pi m}{a}\left(x - \frac{a+d}{2}\right)e^{-\gamma_{ma}(y-b/2)}, \tag{6}$$

$$H_y^{\mathrm{I}} = \sum_n B_n \cos\frac{\pi n}{b} y \frac{sh\gamma_{nb}(x-(a+d)/2)}{ch\gamma_{nb}\cdot a/2} + \sum_m A_m \cos\frac{\pi m}{a}\left(x - \frac{a+d}{2}\right)\frac{ch\gamma_{ma} y}{ch\gamma_{ma}\cdot b/2}, \tag{7}$$

$$H_y^{\mathrm{II}} = \sum_n^{\infty} B_n\cdot y\cos\frac{\pi n}{b} y \frac{sn\gamma_{nb} x}{ch\gamma_{nb}\cdot d/2}. \tag{8}$$

Необходимо потребовать непрерывности тангенциальных составляющих магнитного поля: $H_x^{\mathrm{I}} = H_x^{\mathrm{II}}$ при $y = b/2$, $H_y^{\mathrm{I}} = H_y^{\mathrm{III}}$ при $x = d/2$

$$\sum_n^{\infty} A_m\gamma_{ma}\cos\frac{\pi m}{a}\left(x-\frac{a+d}{2}\right)\left[th\gamma_{ma}\frac{b}{2}+1\right] = \sum_n^{\infty} B_n\frac{\pi n}{b}\sin\frac{\pi n}{2}\cdot\frac{ch\gamma_{nb}(x-(a+d)/2)}{ch\gamma_{nb}\cdot a/2}, \tag{9}$$

$$\sum_n^{\infty} B_n\cos\frac{\pi n}{b} y\left[th\gamma_{nb}\frac{d}{2} + th\gamma_{nb}\left(\frac{a}{2}\right)\right] = \sum_n^{\infty} A_m\frac{\pi m}{a}\cos\frac{\pi m}{2}\frac{ch\gamma_{ma} y}{ch\gamma_{ma}\cdot b/2}. \tag{10}$$

Таким образом получена спаренная бесконечная система функциональных уравнений (11) и (12).

Для преобразования функциональных уравнений в систему линейных алгебраических уравнений помножим (11) и (12) на собственные функции волноводов II $\cos\frac{m\pi}{a}\left(x-\frac{a+d}{2}\right)$ и $\cos\frac{k\pi}{b} y$ волновода III. После чего на интервале ортогональности от $d/2$ до уравнения (9) $d/2+a$ и $-b/2$ до $b/2$ уравнения (10).

$$\int_{d/2}^{d/2+a}\sum_m A_m\cos\frac{mn}{a}\left(x-\frac{a+d}{2}\right)\left[\mathrm{th}\gamma_{ma}\frac{d}{2} + \mathrm{th}\gamma_{ma}\frac{a}{2}\right]\cos\frac{k\pi}{a} x dx = \int_{d/2}^{d/2+a}\sum_n^{\infty} B_n\frac{\pi n}{b}\sin\frac{\pi n}{b}\times \frac{\mathrm{ch}\gamma_{nb}(x-(a+d)/2)}{\mathrm{ch}\gamma_{nb}\cdot a/2}\cos\frac{k\pi}{a} x dx, \tag{11}$$

$$\int_{-b/2}^{b/2}\sum_n^{\infty} B_n\cos\frac{\pi n}{b} y\left[\mathrm{th}\gamma_{nb} + \mathrm{th}\gamma_{nb}\frac{a}{2}\right]\cos\frac{\pi k}{b} y dy = \int_{-b/2}^{b/2}\sum_m^{\infty} B_m\frac{\pi m}{a}\cos\frac{\pi m}{2}\frac{\mathrm{ch}\gamma_{ma} y}{\mathrm{ch}\gamma_{ma} b/2}\cos\frac{\pi k}{b} y dy. \tag{12}$$

После интегрирования получаем

$$\int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+a}\cos\frac{mn}{a}\cos\frac{k\pi}{a} x dx = \frac{a}{2}\delta_{mk}, \qquad \delta_{mk} = \begin{cases} 0, & m \neq k \\ 1, & m = 3 \end{cases}, \tag{13}$$

где δ_{mk} – символ Кронекера.

$$\int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+a}\cos\frac{k\pi}{a} x\mathrm{ch}\gamma_{nd}\left(x+\frac{a+d}{2}\right)dx = \frac{2(-1)^{(k-1)/2}(k\pi/a)\cos i\gamma_{nb}\, a/2}{\gamma_{nb}^2 + (k\pi/a)^2}, \tag{14}$$

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\cos\frac{n\pi}{b} y\cos\frac{k\pi}{b} y dy = \frac{b}{2}\delta_{mk},$$

$$\delta_{mk} = \begin{cases} 0, & n \neq k \\ 1, & n = k \end{cases}; \qquad (15)$$

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos\frac{k\pi}{b} y \operatorname{ch}\gamma_{ma} y dy =$$

$$= \frac{2(-1)^{(k-1)/2} k\pi/b \cos i\gamma_{nb} b/2}{\gamma_{ma}^2 + (k\pi/2)^2}. \qquad (16)$$

В результате этого имеем сдвоенную однородную систему линейных алгебраических уравнений 2 рода (СЛАУ)

$$A_k \frac{\gamma_{ka} a}{2}\left[1 + th\gamma_{ma}\left(\frac{b}{2}\right)\right] - \qquad (17)$$

$$- \sum_{n=1,3,5}^{\infty} B_n \frac{\pi n}{b}(-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{2(-1)^{(k-1)/2}\, k\pi/a}{\gamma_{nb}^2 + (k\pi/a)^2} = 0,$$

$$B_n \frac{\gamma_{nb} b}{2}\left[tn\gamma_{nb}\frac{d}{2} + th\gamma_{nb}\left(\frac{a}{2}\right)\right] - \qquad (18)$$

$$- \sum_{n=1,3,5}^{\infty} A_m \frac{\pi m}{b}(-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{2(-1)^{(k-1)/2} n\pi/b}{\gamma_{ma}^2 + (n\pi/b)^2} = 0.$$

Из (18) можно получить

$$B_n = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} A_m \frac{2\frac{n\pi}{b}\frac{m\pi}{a}(-1)^{(n-1)/2}(-1)^{(k-1)/2}}{\frac{\gamma_{nb} b}{2}\left[\operatorname{th}\gamma_{nb}\frac{b}{2} + \operatorname{th}\gamma_{nb}\frac{a}{2}\right]\left[\gamma_{ma}^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)\right]^2}. \qquad (19)$$

После подстановки в (12) имеем:

$$A_k - \sum_{n=1,3,5} A_n \sum_{m=1,3,5} F_{mn} P_{nk} = 0, \qquad (20)$$

$$A_k - \sum_{n=1,3,5} A_n Q_{nk} = 0. \qquad (21)$$

Это и есть искомая СЛАУ II рода, где

$$Q_{nk} = \sum_{m=1,3,5} F_{mn} P_{nk}, \qquad (22)$$

$$F_{mn} = \frac{2(\pi m/a)(\pi n/b)(-1)^{\frac{m+n-2}{2}}}{\frac{\gamma_{nb}}{2}\left[\operatorname{th}\gamma_{nb}\frac{d}{2} + \operatorname{th}\gamma_{nb}\frac{a}{2}\right]\left[\gamma_{ma}^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]}, \qquad (23)$$

$$P_{nk} = \frac{2(\pi k/a)(\pi k/b)(-1)^{\frac{n+k-2}{2}}}{\frac{\gamma_{nb} b}{2}\left[1 + \operatorname{th}\gamma_{nb}\frac{b}{2}\right]\left[\gamma_{ma}^2 + \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2\right]}. \qquad (24)$$

Условием резонанса является равенство нулю определителя системы:

$$\det\{\delta_{nk} - Q_{nk}\} = 0. \qquad (25)$$

В зависимости от порядка определителя мы получаем решение с той или иной степенью точности. Физически это означает, что мы в сумме для полей оставляем конечное количество волн, распространяющихся и затухающих в волноводе. Опыт решения таких задач говорит о том, что для практического использования достаточно для всех геометрических параметров задачи учесть в волноводе все распространяющиеся волны и одну затухающую.

Численно исследовано поведение частот связи основных типов колебания H_{110} одиночных разветвлений в зависимости от величины запредельного участка волновода d, выполняющего роль элемента связи.

Отметим, что верхняя ветвь графика соответствует колебанию H_{110} двойного разветвления при $a = b$ со структурой электрического поля показанной на рис. 2, нижняя ветвь – колебанием H_{210}

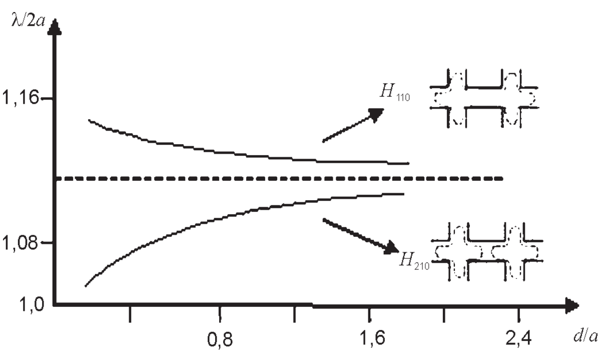

Рис. 2.

По мере уменьшения связи (увеличения d/a) обе частоты связи стремятся к собственной частоте одиночного разветвления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коробкин В.А., Осинцев В.В. Собственные колебания электромагнитного поля диэлектрического резонатора в волноводном развет-

влении //Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. XXX, вып. 3.

2. Коробкин В.А., Пятак Н.И. Собственные электромагнитные резонансы полуоткрытых волноводных структур //Радиотехника и электроника. – 1987, вып. 3.

РОЗРАХУНОК ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ЗВ'ЯЗАНИХ ХРЕСТОПОДІБНИХ ХВИЛЕВОДНИХ РОЗГАЛУЖЕНЬ

М.І. П'ятак

У строгій постановці вирішена задача про власні електромагнітні коливання H_{mn0}-типів у двох зв'язаних *H*-площинах хрестоподібних хвилеводних розгалужень. Отримано числові результати для частот зв'язку розгалужень у залежності від їхніх геометричних параметрів.

CALCULATION OF OWN FREQUENCIES CONNECTED CROSSWISE WAVEGUIDE BRANCHINGS

M.I. Pyatak

In the given work the task of intrinsic electromagnetic oscillations of N npo-types in two connected n-planar cross-shaped waveguide couplers is solved in strict formulation. Some numerical data for frequencies of ramification coupling depending on their geometric parameters are obtained.