Комментарии к ответу Н. Л. Миронцова на рецензию

Я вынужден отклонить благодарность, высказанную мне Н. Л. Миронцовым, поскольку она не является заслуженной. У меня не было никакого интереса к его абсолютно ошибочной монографии. Однако она опубликована издательством "Наукова думка" под эгидой Института геофизики, что институт не украшает. Моя рецензия является просто попыткой уменьшить это "неукрашение".

Не вижу необходимости комментировать все ответы Н. Л. Миронцова. Отсутствие комментария на какие-то из его возражений по умолчанию означает "см. рецензию". Однако в ответе появилось новое ошибочное рассуждение, которого не было в монографии, и я считаю необходимым на него отреагировать, чтобы читатель не был введен в заблуждение.

Речь идет об уравнении типа свертки, которое (и это существенно для дальнейшего) может быть записано в двух эквивалентных вариантах (сохранены обозначения Миронцова):

$$\tilde{\sigma}(z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} g(z')\,\sigma(z-z')\,dz', \tag{1а}$$

$$\tilde{\sigma}(z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} g(z-z')\,\sigma(z')\,dz'. \tag{1б}$$

Преобразование от (1а) к (1б) и наоборот производится элементарной заменой переменных и справедливо только при бесконечном интервале интегрирования. Оба эти уравнения легко решаются применением преобразования Фурье (естественно, с одинаковым результатом). Однако "... нормальные герои всегда идут в обход" (как поется в песне к кинофильму "Айболит 66"), и в монографии Миронцова без подтверждающих выкладок предлагается представлять решение уравнения (1а) рядами Фурье с такими же соотношениями между коэффициентами, как между фурье-образами функций, входящих в (1а). В ответ на замечание в рецензии, что ряды Фурье определяются на конечных интервалах и поэтому не могут служить решением уравнения типа свертки, записанных для функций, задаваемых на всей оси, Миронцов приводит выкладки, подтверждающие, как ему кажется, его точку зрения.

Эти выкладки начинаются с "обрезанного" уравнения свертки (1а):

$$\tilde{\sigma}(z) = \int\limits_{-L/2}^{L/2} g(z')\,\sigma(z-z')\,dz', \tag{2}$$

ошибочность которого легко продемонстрировать.

Действительно, давайте зададимся вопросом о том, на каких интервалах определены функции, входящие в уравнение (2). Функция $g(z')$, очевидно, определена на интервале интегрирования $(-L/2, L/2)$. А вот функция $\sigma(z-z')$, имеющая разностный аргумент, должна быть задана на более широком интервале. Например, если левая часть уравнения (2) определена на интервале длиной M, то интеграл в правой части имеет смысл, только если функция $\sigma(z)$ определена на интервале длиной $M+L>L$. Таким образом, уравнение (2) имеет смысл, только если область определения функции $\sigma(z)$ шире области определения $g(z)$.

Вспомним теперь, что исходным является уравнение (1а). Если вместо него взять полностью эквивалентное ему уравнение (1б), записать его в "обрезанном" подобно уравнению (2) виде и повторить те же рассуждения, то придем к противоположному заключению: область определения функции $g(z)$ шире области определения $\sigma(z)$.

Это противоречие и показывает, что "обрезание" уравнения типа свертки невозможно сделать последовательно. Все функции, входящие в данные уравнения, определены на бесконечном интервале, а потому решение не может быть представлено рядом Фурье. Изложенное и есть конкретное содержание утверждения в рецензии, что попытка представить решение уравнения типа свертки в виде ряда Фурье означает выход за пределы ограничений, задаваемых условиями теоремы, и вполне аналогично применению теоремы Пифагора к непрямоугольным треугольникам.

Заметим, что Миронцов не обращает внимания на эти тонкости и для всех функций выписывает формальное разложение на одинаковых интервалах $(-L/2, L/2)$. Когда после этого он формально вычисляет интегралы, не обращая внимания на области определения функций, это означает, что он *де факто* имеет дело с функциями, периодически продолженными за пределы интервалов, на которых они заданы рядами Фурье. А это уже совершенно другие задачи и совершенно другие функции, которые, в частности, не убывают на бесконечности.

На фоне всего приведенного выше неправильно взятый интеграл в соотношениях ортогональности комплексных экспонент (интеграл равен L, а не единице, как у Миронцова, и отличен от нуля при $n=k$, а не при $n=-k$) можно считать "мелочью".

Ответы Миронцова на все остальные замечания никак не затрагивают аргументацию рецензии, поэтому нет смысла их обсуждать.

Я. Хазан