

Плоско-киральные диафрагмы в квадратном волноводе и проявления “оптической активности”

Н. Г. Колмакова, А. А. Кириленко, С. Л. Просвирнин¹

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина
E-mail: kirilenko@ire.kharkov.ua*

*¹Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина*

Статья поступила в редакцию 18 октября 2010 г.

На примере квадратного волновода с четырехщелевой диафрагмой, обладающей вращательной симметрией четвертого порядка и дополнительными простыми элементами, анализируется пространственный спектр волн, возбуждаемых в отраженном и прошедшем полях. Найдены и исследованы причины появления кросс-поляризованного поля за волноводным объектом, позволяющие распространить выводы на “оптически активные” метаматериалы, создаваемые на основе периодически расположенных плоских киральных элементов.

Ключевые слова: оптическая активность, киральность, волновод, диафрагма

1. Введение

Поиск новых метаматериалов, исследование их электродинамических свойств и практических применений породило отдельное направление, ориентированное на создание искусственных сред, проявляющих “оптическую активность” [1], обладающих способностью вращать плоскость поляризации волны, распространяющейся в такой среде. Эффект является взаимным и порожден особой геометрической формой – “пространственной киральностью” материальных частиц, образующих метаматериальную среду, или “киральным структурированием” искусственной среды из некиральных элементов. Среди киральных элементов, обычно используемых для “организации” таких искусственных сред и расположенных случайным образом или строго периодически, выделяется класс объектов с плоской или двумерной киральностью [2-4]. Такие элементы определяются как геометри-

ческие структуры, не допускающие совмещения со своим зеркальным отображением без выхода из плоскости, в которой они расположены [5]. В силу общей физической природы нередко эффекты, найденные в электродинамике периодических структур в оптическом или микроволновом диапазоне частот находят свой аналог и в электродинамике волноводных объектов и наоборот. Как результат может появиться и более прозрачная физическая трактовка той или иной “аномалии”. Примером служит явление аномального прохождения через запердельные отверстия, которое присуще как двумерно-периодическим экранам, так и волноводным диафрагмам с малыми отверстиями, где первично “волноводная” трактовка [6] позволила дать новую трактовку соответствующему эффекту и в периодических решетках [7].

Целью настоящей работы является анализ причин появления кросс-поляризованной компоненты в поле, прошедшем через объект

в квадратном волноводе, обладающий “в целом” поворотной симметрией четвертого порядка C_4 и включающий в себя и плоские киральные элементы. Квадратный волновод является одним из наиболее изученных элементов микроволновой техники и “родственен” двойко-периодической решетке с синфазным возбуждением, что дает возможность проиллюстрировать рассматриваемые явления на простых и понятных примерах. Проведенные численные эксперименты не только расширяют исследованную область существования “оптической активности”, но и позволяют более детально изучить механизм ее появления.

2. Общие свойства матрицы отражения волноводного объекта с симметрией C_4

Рассмотрим элементарную неоднородность – плоское соосное сочленение квадратного волновода и некоего волноводного тракта, обладающего вращательной симметрией C_4 , но не обладающего плоскостями симметрии (например, соединение с гаммадионообразным волноводом на рис. 1, а или с простейшей многоканальной линией на рис. 1, б, пространственная структура которой тоже характеризуется симметрией C_4). Хотя некоторые волны стандартного базиса квадратного волновода не имеют свойств поворотной симметрии, однако, опираясь на их поляризационную вырожденность, можно сформировать новый базис, поля волн которого уже будут обладать симметрией C_4 [8], т. е. удовлетворять требованию

$$\vec{E}(x_1, y_1, z) = e^{-i\frac{\pi}{2}q} C_4 \vec{E}(x_0, y_0, z),$$

где $(x_1, y_1, z) = C_4(x_0, y_0, z)$ – симметричные точки, которые можно совместить поворотом рассматриваемого объекта вокруг оси OZ на 90° ; $C_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица поворота на 90° по часовой стрелке, а q – целое число из отрезка $[-1; 2]$.

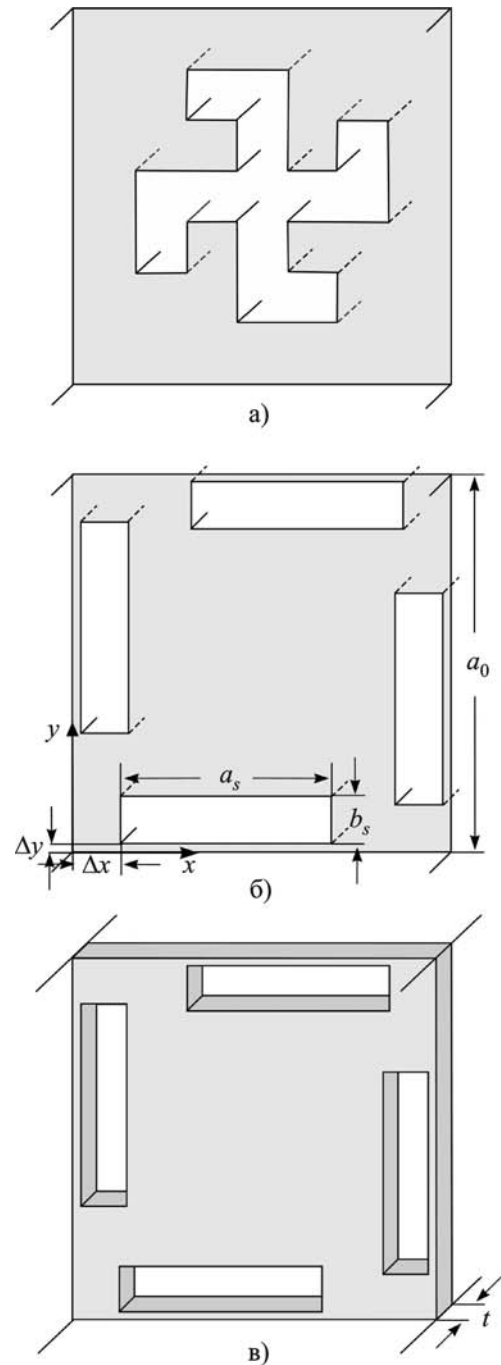


Рис. 1. Примеры плоско-поперечных соединений и диафрагм с поворотной симметрией 4-го порядка в квадратном волноводе: а) соединение с гаммадионообразным волноводом; б) соединение с многоканальной линией, образованной четырьмя прямоугольными волноводами: $a_0 = 24$ мм, $a_s = 15$ мм, $b_s = 4.5$ мм, $\Delta x = 8$ мм, $\Delta y = 1$ мм; в) щелевая диафрагма с симметрией C_4 : $t = 3$ мм, а размеры и расположение щелей совпадает с размерами и расположением волноводов на рис. 1, б

Полный спектр собственных волн квадратного волновода разобьется на группы, соответствующие разным значениям q , т. е. разным классам симметрии. При рассеянии на объектах, обладающих симметрией C_4 , будут возбуждаться лишь волны с тем же числом q , что и у падающей волны. Тогда, зная связь между стандартным базисом волн квадратного волновода и базисом, удовлетворяющим свойствам поворотной симметрии, нетрудно показать:

а) собственные волны стандартного базиса квадратного волновода, поля которых удовлетворяют случаям двух идеально магнитных (PMW) или двух идеально электрических (PEW) “стенок” в вертикальной и горизонтальной плоскостях симметрии волновода, или, другими словами, с парой индексов одинаковой четности, могут возбуждаться лишь $TE(M)_{mn}$ волны с совпадающей четностью индексов m и n ;

б) при падении $TE(M)_{mn}$ волн с различными “стенками” в вертикальной и горизонтальной плоскостях, т. е. с индексами разной четности, наоборот, не будут возбуждаться волны с индексами одинаковой четности;

в) при падении волн с совпадающими четными индексами $TE(M)_{2m,2n}$ возбуждаются волны того же типа $TE(M)_{2n,2n}$ с четными индексами и волны другого типа с совпадающими, но нечетными индексами $TM(E)_{2n-1,2n-1}$, кроме того, возбуждаются и волны обоих типов с различающимися индексами одинаковой четности, причем волны одного типа возбуждаются парами $(TE(M)_{pl}$ и $TE(M)_{lp})$ с синфазными или с противофазными амплитудами;

г) аналогичная ситуация наблюдается при падении волн с одинаковыми нечетными индексами $TE(M)_{2m-1,2m-1}$, возбуждаются $TE(M)_{2n-1,2n-1}$, $TM(E)_{2n,2n}$ и все TE_{lp} , TM_{lp} волны с различающимися индексами одинаковой четности;

д) $TE(M)_{mn}$ волны с неравными m и n одинаковой четности возбуждают все (!) волны квадратного волновода с индексами одинаковой четности;

е) $TE(M)_{mn}$ волны с индексами m и n разной четности не возбуждают вырожденные волны $TE(M)_{mn}$.

Обобщая, можно сказать следующее:

– при рассеянии волн квадратного волновода на объектах, обладающих обычной двойной плоскостной симметрией, в отраженном поле сохраняется та пара “стенок симметрии”, которая соответствует симметрии падающего поля;

– при рассеянии волн на объектах с симметрией C_4 в случае падения волны с одинаковыми (разными) “стенками симметрии” возбуждаются только волны с одинаковыми (разными) “стенками”, т. е. сохраняется тип пар “стенок симметрии” (две одинаковые (разные)).

Для нас важно, что пункт е) относится и к паре кросс-поляризованных основных волн квадратного волновода TE_{10} и TE_{01} , т. е. при падении основной волны вертикальной поляризации горизонтально-поляризованная волна в отраженном поле отсутствует, если объект рассеяния имеет симметрию C_4 .

Факт отсутствия кросс-поляризованной компоненты в отраженном поле нетрудно проиллюстрировать следующим образом. Рассмотрим, например, падение вертикально-поляризованной TE_{10} волны. Допустим появление кросс-поляризованной TE_{01} волны в отраженном поле. Если теперь рассмотреть падение образовавшейся комбинации TE_{10} и TE_{01} волн на тот же объект, то приходим к противоречию, так как образовавшаяся комбинация TE_{10} и TE_{01} при ее падении на структуру не возбудит только вертикально-поляризованную волну, что противоречит принципу взаимности. Естественно, что подобными свойствами будут обладать и матрицы отражения от более сложных неоднородностей, если структура “в целом” обладает поворотной симметрией 4-го порядка.

Заметим, что первыми высшими волнами квадратного волновода, возбуждаемыми объектами с симметрией C_4 при падении на них одной из основных волн (TE_{10} или TE_{01}), являются волны: TE_{12} , TM_{12} , TE_{21} , TM_{21} – а волны TE_{11} , TM_{11} , TE_{20} , TE_{02} с меньшими частотами отсечки, как и другие волны с парами индексов одинаковой четности, возбуждаться не будут вообще. Описанные свойства матрицы отражения позволяют, естественно, уменьшить порядок обрабатываемых матриц, снижая, таким образом, и время расчетов.

3. Общие свойства матрицы прохождения волн квадратного волновода через неоднородность с симметрией C_4

Рассмотрим теперь объект, обладающий симметрией C_4 и соосно нагруженный на входной и выходной квадратные волноводы. Опираясь на свойства поворотной симметрии электродинамической системы “в целом”, можно заметить, что, как и в отраженном поле (см. рассмотренные выше свойства матрицы отражения), в прошедшем поле (в зависимости от четности индексов падающей волны) будут присутствовать только волны с индексами совпадающей четности или только волны с индексами разной четности.

Для структур, обладающих продольной симметрией (вдоль оси волновода OZ), матрицы прохождения из входного (1) и выходного (2) портов равны: $S^{12} = S^{21}$. Более того, справедливо равенство $2S^{12} = (S^{11(\text{PMW})} - S^{11(\text{PEW})})$, где $S^{11(\text{PMW})}$ и $S^{11(\text{PEW})}$ – матрицы рассеяния от “половинки” рассматриваемого объекта с граничными условиями в плоскости симметрии перпендикулярной оси OZ , отвечающими условиям $\vec{H}_{\text{tg}} = 0$ или $\vec{E}_{\text{tg}} = 0$ соответственно. В предыдущем разделе было показано, что поле, отраженное от объекта с симметрией C_4 , при падении основной волны не содержит волны, кросс-поляризованной к падающей. Тогда из указанного представления для матрицы прохождения продольно-симметричного объекта через матрицы отражения “половинок” следует, что кросс-поляризованная волна не содержится и в прошедшем поле. Естественно, что для матрицы прохождения справедлив пункт е) предыдущего раздела. Отметим, что доказательство отсутствия кросс-компоненты и в отраженном, и в прошедшем полях для объектов с поворотной симметрией приведено гораздо ранее в [9]. Однако автор этой работы не подчеркнул требование продольной симметрии структуры, а ведь именно это свойство гарантирует отсутствие кросс-компоненты и в прошедшем поле.

Именно в случае, если рассматриваемый объект несимметричен в направлении вдоль оси симметрии C_4 , т. е. если он обладает ки-

ральностью уже в 3D смысле, можно предположить появление кросс-компоненты в прошедшем поле. Ее реальный уровень будет, разумеется, зависеть от геометрии конкретного объекта, его внутренней структуры, материального состава и др.

4. Кросс-компонента в прошедшем поле как следствие продольной асимметрии волноводного объекта с вращательной симметрией C_4

Будем рассматривать составные волноводные объекты, нагруженные на квадратные волноводы одинаковых или разных сечений. В качестве плоско-кирального элемента, как одной из составляющих такого объекта, рассмотрим диафрагму с “кирально расположенными” прямоугольными отверстиями и назовем ее плоско-киральной щелевой диафрагмой. Обозначим ее далее символом ChI, от английского Chiral Iris, (см. рис. 1, в). Такой киральный элемент наиболее удобен для анализа ввиду простоты пространственных базисов, используемых при его расчете и исследовании. Дополнительные к ChI объекты были выбраны как элементы, обладающие S -матрицами с разными свойствами: от диагональных матриц до матриц, характерных для объектов с двумя плоскостями симметрии. Нас будут интересовать свойства таких композитных систем и, прежде всего, возможность возбуждения основной TE_{10} волной квадратного волновода кросс-поляризованной TE_{01} волны, т. е. проявления “оптической активности”. Обозначим далее коэффициент прохождения падающей волны в кросс-поляризованную TE_{01} волну как $T_{\perp, \parallel}$ и собственный коэффициент прохождения как $T_{\parallel, \parallel}$.

Для численного решения поставленной задачи используем алгоритм, основанный на методе частичных областей и на методе декомпозиции (обобщенных матриц рассеяния [10]). В рамках этого подхода электромагнитные поля в каждом из регулярных каналов разлагаются по собственным волнам соответствующих волноводных фрагментов. С помощью условий непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля получаем систему линейных алгебраических уравнений для решения рас-

смаатриваемой задачи дифракции. Точность расчетов регулируется единым параметром f_{cut} – верхней границей критических частот собственных волноводных волн, используемых в разложениях полей, т. е. размером проекционных волноводных базисов. Укажем, что в подобных проекционных моделях существуют минимальные базисы, при которых начинают проявляться кросс-поляризованные поля. Например, при расчете S -матрицы ChI для получения результатов, качественно верных с физической точки зрения, в каждой из щелей должны быть учтены как минимум TE_{10} и TE_{20} волны, а в базисе квадратного волновода – минимальный пакет возбуждаемых высших волн, т. е. пакет из TE_{12} , TM_{12} , TE_{21} , TM_{21} волн (далее “пакет TE_{12} ”). Разумеется, в каждой из щелей базисы должны быть одинаковыми, а вырожденные высшие волны квадратного волновода должны быть учтены именно “четверками”.

Наша задача состоит в выяснении причин появления кросс-компоненты на примере простейших продольно-несимметричных объектов, содержащих в своем составе ChI. Асимметричности объекта рассеяния, а значит, и превращения его в 3D-киральный объект можно достичь разными путями, имея в виду разные типы электродинамического взаимодействия ChI и дополнительного элемента:

1) размещением за ChI однородного слоя диэлектрика (рис. 2), обладающего диагональной S -матрицей;

2) размещением за ChI неоднородности, характеризуемой и симметрией C_4 , и плоскостной симметрией, например, двумерного скачка сечения волновода, обладающего S -матрицей, содержащей целые клетки нулевых элементов, т. е. также сильно разреженной;

3) размещением за ChI элемента с симметрией C_4 , но без плоскостной симметрии, например, ChI других размеров, обладающего существенно более “плотной” S -матрицей.

Остановимся на первых двух случаях.

4.1. ChI рядом со слоем диэлектрика

Рассмотрим объект, состоящий из ChI и полубесконечного слоя диэлектрика, расположенного на расстоянии d от ChI (рис. 2, а). Особенность дополнительного элемента в дан-

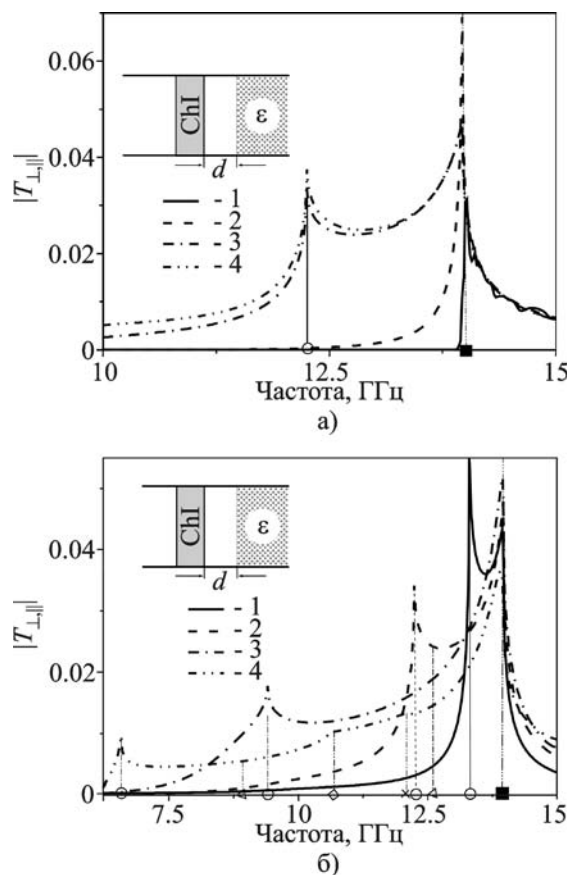


Рис. 2. Частотные зависимости уровня кросс-поляризованной TE_{01} волны в прошедшем поле для объекта “ChI вблизи границы диэлектрика”: а) для различных значений расстояния между ChI и диэлектриком (кривая 1 – $d = 144$ мм, 2 – $d = 14$ мм, 3 – $d = 0.25$ мм, 4 – $d = 0$ мм) при $\epsilon = 1.3$; б) для различных величин диэлектрической проницаемости (кривая 1 – $\epsilon = 1.1$, 2 – $\epsilon = 1.3$, 3 – $\epsilon = 2.2$, 4 – $\epsilon = 4.5$) при $d = 0.25$ мм. Символ ■ соответствует частоте отсечки пакета волн TE_{12} в вакууме; символами \circ , \triangle , \diamond и \times соответственно обозначены частоты отсечки пакетов волн TE_{12} , TE_{03} , TE_{23} , TE_{14} в волноводе, заполненном диэлектриком

ном случае состоит в том, что такая простейшая волноводная неоднородность рядом с ChI отражает и пропускает порожденные ChI волны квадратного волновода, не преобразуя их друг в друга. Кривые частотных зависимостей уровня кросс-компоненты ($T_{\perp||}$) в прошедшем поле представлены для трех случаев: 1) $d \gg \lambda_g$ (λ_g – длина волны в волноводе), когда слой диэлектрика существенно удален

от ChI и на низких частотах их взаимодействие можно считать одномодовым (кривая 1); 2) $d \geq \lambda_g$ и ближнее поле диафрагмы лишь слегка “достаёт” до границы раздела диэлектриков (кривая 2); 3) $d \ll \lambda_g$ и во взаимодействии поля ChI и границы раздела участвуют все высшие волны, порожденные диафрагмой (кривые 3, 4).

Сравнивая кривые, нетрудно заметить, что кросс-компонента вообще отсутствует, если взаимодействие между ChI и диэлектрическим полупространством осуществляется только по основной волне и при больших расстояниях d , проявляясь только в двухмодовом диапазоне. Так как согласно пункту б) из раздела 2 многомодовый диапазон начинается только с частоты отсечки волн пакета TE_{12} , т. е. с 13.96 ГГц, то только вблизи этой точки заметен резкий рост кросс-компоненты на кривой 1 (рис. 2, а). Затухающие волны пакета TE_{12} вызывают появление кросс-компоненты уже при относительно небольших расстояниях между ChI и границей раздела диэлектриков (кривая 2), сравнимых с длиной волны, причем амплитуда TE_{01} заметно растет с ростом частоты уже с начала одномодового диапазона. И, наконец, в случае минимального расстояния до диэлектрика ближнее поле диафрагмы, состоящее из всего пакета волн с индексами разной четности, возбуждает кросс-компоненту в прошедшем поле (кривые 3, 4) существенно ниже частоты отсечки первых высших волн.

Каков же механизм возникновения кросс-компоненты, если сама ChI ее не порождает, а граница диэлектрика тем более, так как описывается диагональными матрицами отражения и прохождения с “нулевым” преобразованием волн друг в друга? Оказывается, что причина состоит в высших волнах и в первую очередь в волнах пакета TE_{12} , которые отражаются от слоя диэлектрика и опять падают на ChI. Согласно пункту б) из раздела 2 эти “вернувшиеся” высшие волны возбуждают в пространстве между ChI и диэлектриком весь пакет волн квадратного волновода с индексами разной четности, в том числе кросс-поляризованную волну TE_{01} . Последняя проходит в пространство за границей раздела диэлектриков.

Поясним изложенное выше конкретным примером. Пусть на структуру, изображенную

на рис. 2, ($d = 0.25$ мм и $\epsilon = 1.3$) падает TE_{10} волна единичной амплитуды с частотой 12.75 ГГц. Обозначим три регулярных волноводных области, входящих в рассматриваемый объект следующим образом: I – область перед ChI, II – область электромагнитного взаимодействия ChI с дополнительным рассеивателем, и III – область за таким рассеивателем. Рассмотрим состав полей в разных областях наиболее наглядным вариантом метода S -матриц – методом переотражений, когда объединенная S -матрица двух объектов (ChI и, например, граница диэлектрика) строится как результат многократных переотражений поля между ними [10].

Пусть R_{ChI} и T_{ChI} – матрицы отражения и прохождения через ChI, \hat{R} и \hat{T} – матрицы отражения и прохождения через дополнительный объект, расположенный за ChI в случае падения волны со стороны области II, R и T – матрицы отражения и прохождения через весь волноводный узел, E – диагональная матрица, описывающая набег фаз или реактивное затухание волн на длине d , I – единичная матрица, \vec{i} – вектор амплитуд волн падающего поля. (Далее считаем, что падает TE_{10} волна единичной амплитуды со стороны полого волновода.)

Численные данные о “шагах формирования” полей в различных областях представлены в табл. 1, где амплитуды $A_{TE(M)_{qp}}^{(I)\pm}$, $A_{TE(M)_{qp}}^{(II)\pm}$, $A_{TE(M)_{qp}}^{(III)\pm}$ волн, распространяющихся или затухающих в направлении OZ (+) или в противоположном направлении (–), “привязаны” к началам (концам) соответствующих регулярных участков (рис. 2). Расчеты проведены при $f_{cut} = 42$ ГГц. На шаге 1 (поле проходит без отражения от объекта за ChI)

$$\begin{aligned} \vec{A}^{(I)-} &= R_{ChI} \vec{i}, & \vec{A}^{(II)+} &= T_{ChI} \vec{i} = \vec{a}_1, \\ \vec{A}^{(III)+} &= \hat{T} E \vec{a}_1; \end{aligned}$$

на шаге 2 (поле отражается от объекта за ChI и затем от ChI со стороны области II)

$$\begin{aligned} \vec{A}^{(I)-} &= R_{ChI} \vec{i} + T_{ChI} E \hat{R} E \vec{a}_1, & \vec{A}^{(II)-} &= \hat{R} E \vec{a}_1, \\ \vec{A}^{(III)+} &= \vec{a}_1 + R_{ChI} E \hat{R} E \vec{a}_1, & \vec{A}^{(III)+} &= \hat{T} E \vec{A}^{(II)+}; \end{aligned}$$

Таблица 1. Амплитуды волн в областях I – III на разных шагах переотражения поля между ChI и границей диэлектрика

Амплитуда	шаг 1	шаг 2	шаг 3	шаг ∞
$A_{TE_{10}}^{(I)-}$	0.8830	0.6625	0.6339	0.6029
$A_{TE_{01}}^{(I)-}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$2 \cdot 10^{-16}$	$1 \cdot 10^{-16}$	$2 \cdot 10^{-16}$
$A_{TE_{10}}^{(II)-}$	–	0.0389	0.0216	0.0306
$A_{TE_{01}}^{(II)-}$	–	$9 \cdot 10^{-18}$	0.0016	0.0020
$A_{TE_{12}}^{(II)-}$	–	0.2659	0.2941	0.1298
$A_{TE_{21}}^{(II)-}$	–	0.0900	0.1455	0.0617
$A_{TM_{12}}^{(II)-}$	–	0.2760	0.2730	0.2330
$A_{TM_{21}}^{(II)-}$	–	0.5865	0.5421	0.4697
$A_{TE_{10}}^{(II)+}$	0.4693	0.2606	0.3109	0.3687
$A_{TE_{01}}^{(II)+}$	$1 \cdot 10^{-16}$	0.0193	0.0299	0.0240
$A_{TE_{12}}^{(II)+}$	0.2740	0.3030	0.0942	0.1337
$A_{TE_{21}}^{(II)+}$	0.0927	0.1500	0.0721	0.0636
$A_{TM_{12}}^{(II)+}$	0.2844	0.2813	0.2540	0.2401
$A_{TM_{21}}^{(II)+}$	0.6043	0.5586	0.4988	0.4839
$A_{TE_{10}}^{(III)+}$	0.4677	0.2597	0.3098	0.3674
$A_{TE_{01}}^{(III)+}$	$1 \cdot 10^{-16}$	0.0192	0.0298	0.0239

на шаге 3 (поле дважды отражается от объекта за ChI и затем от ChI)

$$\vec{A}^{(I)-} = \mathbf{R}_{\text{ChI}} \vec{i} + \mathbf{T}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E \vec{a}_1 + \mathbf{T}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E \mathbf{R}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E \vec{a}_1,$$

$$\vec{A}^{(II)-} = \hat{R} E \vec{a}_1 + \hat{R} E \mathbf{R}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E \vec{a}_1,$$

$$\vec{A}^{(II)+} = \vec{a}_1 + \mathbf{R}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E \vec{a}_1 + (\mathbf{R}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E)^2 \vec{a}_1,$$

$$\vec{A}^{(III)+} = \hat{T} E \vec{A}^{(II)+}$$

и так далее. Тогда на шаге ∞ имеем точное решение задачи в виде

$$\vec{A}^{(I)-} = \mathbf{R}_{\text{ChI}} \vec{i} + \mathbf{T}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E \sum_{n=2}^{\infty} (\mathbf{R}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E)^{n-2} \vec{a}_1,$$

$$\vec{A}^{(II)-} = \hat{R} E \sum_{n=2}^{\infty} (\mathbf{R}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E)^{n-2} \vec{a}_1,$$

или со свернутыми рядами Неймана

$$\vec{A}^{(I)-} = \mathbf{R} \vec{i} = \mathbf{R}_{\text{ChI}} \vec{i} + \mathbf{T}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E (\mathbf{I} - \mathbf{R}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E)^{-1} \vec{a}_1,$$

$$\vec{A}^{(III)+} = \mathbf{T} \vec{i} = \hat{T} E (\mathbf{I} - \mathbf{R}_{\text{ChI}} \hat{E} \hat{R} E)^{-1} \vec{a}_1.$$

Из табл. 1 следует, что на шаге 1 кросс-поляризованная TE_{01} волна отсутствует во всех трех областях, но группа высших волн с индексами разной четности в области III между рассеивателями уже появляется. Среди них и те, что возбудились ChI, затем отразились от границы диэлектрика и распространяются (затухают) в направлении к ChI. На шаге 2 эти высшие волны отражаются от ChI, возбуждая при этом в промежуточной области кросс-поляризованную волну TE_{01} , которая, слабо рассеявшись на границе раздела диэлектриков, уходит за эту границу. Кстати, на шаге 2 уровень TE_{01} довольно высок, достаточно сравнить его с точным решением, представленным в строке ∞. Таким образом, уже шаг 2 дает возможность грубо оценить уровень кросс-поляризации.

Если сравнить между собой амплитуды высших волн пакета TE_{12} в зазоре между ChI и диэлектриком, то становится ясно, что более заметны волны с E_z -составляющей, и, в частности, TM_{21} волна, имеющая те же “стенки плоскостной симметрии”, что и кросс-поляризованная TE_{01} волна на выходе объекта.

Весьма характерна зависимость величины кросс-поляризованной компоненты от частоты при относительно малых значениях ϵ (см., например рис. 2, б, кривую 1 для $\epsilon = 1.1$). Она носит П-образный характер, где подъем уровня TE_{01} начинается перед точкой возникновения пакета TE_{12} волн в волноводе, заполненном диэлектриком, а спад кросс-компоненты начинается с точки возникновения распространяющихся волн пакета TE_{12} в полном волноводе. Между этими точками уровень TE_{01} волны изменяется относительно слабо. С уменьшением ϵ и устремлением ее к единице указанный П-образный пик сужается, что естественно в силу сближения частот отсечки волн в полном и заполненном волноводах.

Замечательно то, что при этом быстро растет его амплитуда: при $\epsilon \approx 1.01$ амплитуда TE_{01} волны достигает максимума порядка 0.16, резко спадая до 0.01 уже при $\epsilon \approx 1.0005$. При $\epsilon = 1$ структура становится симметричной в продольном направлении и кросс-компонента исчезает вообще.

4.2. ChI рядом с симметричным скачком сечения волновода

Особенность S -матрицы симметричного двумерного скачка сечения квадратного волновода состоит в том, что здесь уже имеется заметная связь волн каждой группы плоскостной симметрии между собой. В спектре волн, первично возбужденном за ChI, уже присутствуют TE и TM волны с индексами разной четности, в том числе с первым четным и вторым нечетным индексами (кроме TE_{01}). При рассеянии такой группы высших волн на симметричном скачке сечения, т. е. уже на шаге 1, в прошедшем поле возникает и кросс-поляризованная волна TE_{01} . Разумеется, последующие шаги “переотражений” поля между ChI и скачком сечения могут несколько увеличить или уменьшить ее окончательную амплитуду.

Соответствующие численные данные об амплитудах волноводных волн в разных областях и на разных этапах формирования поля представлены в табл. 2. Скачок сечения квадратного волновода от 24×24 мм до 27.36421×27.36421 мм расположен на том же расстоянии $d = 0.25$ мм от ChI, что и граница диэлектрика в рассмотренном выше случае (табл. 1), частота та же, 12.75 ГГц. Хотя “электрические размеры” заполненного ($\epsilon = 1.3$) и полого ($a_1 = 27.36421$ мм) волноводов совпадают и на шаге 1 уровень TE_{01} даже выше, чем в случае диэлектрика, однако окончательно он (0.01) оказывается несколько ниже, чем в табл. 1.

Более того, частотные характеристики объектов “ChI вблизи границы диэлектрика” и “ChI вблизи скачка сечения” различаются и качественно. Если в первом случае (рис. 2) частоты возникновения новых волн пакетов TE_{12} и TE_{23} в волноводе с диэлектрическим заполнением всегда отмечены “всплесками”

Таблица 2. Амплитуды волн в областях I – III на разных шагах переотражения поля между ChI и скачком поперечного сечения

Амплитуда	шаг 1	шаг 2	шаг 3	шаг ∞
$A_{TE_{10}}^{(I)-}$	0.8830	0.6314	0.6553	0.6650
$A_{TE_{01}}^{(I)-}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$3 \cdot 10^{-16}$
$A_{TE_{10}}^{(II)-}$	–	0.1151	0.1076	0.0997
$A_{TE_{01}}^{(II)-}$	–	0.0566	0.0559	0.0465
$A_{TE_{12}}^{(II)-}$	–	0.1979	0.1534	0.1257
$A_{TE_{21}}^{(II)-}$	–	0.0768	0.0845	0.0613
$A_{TM_{12}}^{(II)-}$	–	0.2507	0.2494	0.2192
$A_{TM_{21}}^{(II)-}$	–	0.4299	0.4216	0.3760
$A_{TE_{10}}^{(II)+}$	0.4693	0.2587	0.3382	0.3420
$A_{TE_{01}}^{(II)+}$	$1 \cdot 10^{-16}$	0.0677	0.0698	0.0580
$A_{TE_{12}}^{(II)+}$	0.2740	0.2212	0.1373	0.1842
$A_{TE_{21}}^{(II)+}$	0.0927	0.1078	0.0499	0.0729
$A_{TM_{12}}^{(II)+}$	0.2844	0.2844	0.2404	0.2437
$A_{TM_{21}}^{(II)+}$	0.6043	0.4938	0.4505	0.4642
$A_{TE_{10}}^{(III)+}$	0.5343	0.3441	0.4094	0.4156
$A_{TE_{01}}^{(III)+}$	0.0518	0.0342	0.0232	0.0116

кросс-поляризованного сигнала, то во втором случае могут наблюдаться и глубокие минимумы, как это имеет место на рис. 3. Наличие минимума зависит от геометрии объекта и в данном случае с уменьшением величины скачка в точке, соответствующей критической частоте пакета TE_{12} волн, появляется и всплеск коэффициента прохождения в кросс-поляризованную волну.

На рис. 4 представлена серия кривых $|T_{\perp, \parallel}|$, демонстрирующих переход минимума кросс-поляризации в пару “минимум–максимум” при изменении величины скачка от $a_1 = 28$ мм до $a_1 = 26$ мм. Обращая внимание на отсутствие подобных фрагментов на АЧХ объекта “ChI вблизи границы диэлектрика” и связывая любые всплески на частотных зависимостях элементов S -матрицы с собственными комплексными частотами волноводных объектов [11], при-

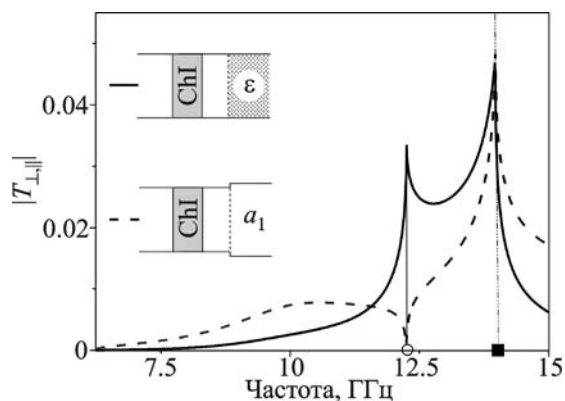


Рис. 3. Сравнение уровней кросс-компоненты для объектов “ChI вблизи границы диэлектрика” (сплошная кривая) и “ChI вблизи скачка сечения” (пунктирная) при совпадении “электрических размеров” выходных волноводов ($\epsilon = 1.3$, $a_1 = 24$ мм и $\epsilon = 1$, $a_1 = 27.36421$ мм; $d = 0.25$ мм). Символы ■ и ○ соответствуют частотам отсечки пакетов волн TE_{12} , во входном и выходном волноводах

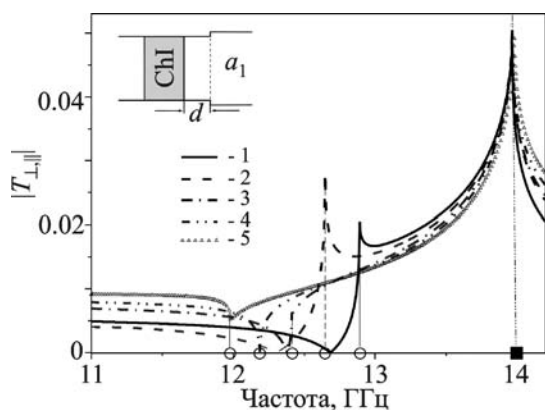


Рис. 4. Серия фрагментов АЧХ для объекта “ChI вблизи скачка сечения”, иллюстрирующая переход от всплеска кросс-поляризации на критической частоте пакета TE_{12} волн к минимуму с ростом величины скачка (кривая 1 – $a_1 = 26$ мм, 2 – $a_1 = 26.5$ мм, 3 – $a_1 = 27$ мм, 4 – $a_1 = 27.5$ мм, 5 – $a_1 = 28$ мм) при $d = 0.25$ мм. Символы ■ и ○ соответствуют частотам отсечки пакетов волн TE_{12} в узком и широких волноводах соответственно

ходим к выводу, что причиной отличия может служить существование собственного колебания с комплексной частотой у самого двумерно-

го скачка сечения волновода, дополняющего ChI для десимметризации. Этот факт впервые продемонстрирован в [6]. В то же время у границы раздела диэлектриков подобные собственные колебания отсутствуют в принципе.

На рис. 5 представлены кривые $|T_{\perp||}$, дающие общее представление о влиянии расстояния от ChI до скачка сечения и величины самого скачка на уровень кросс-поляри-

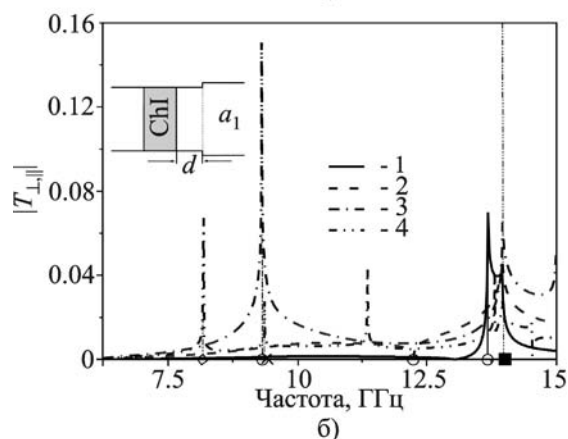
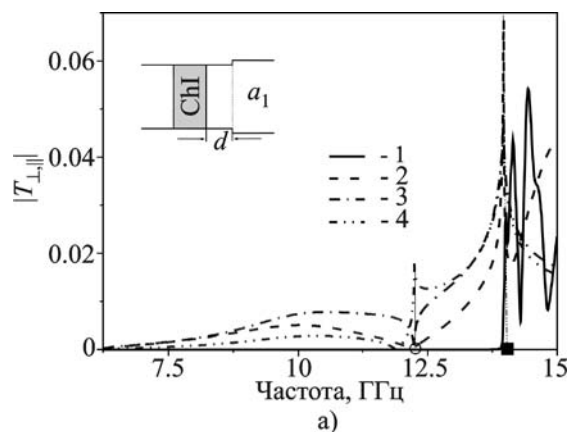


Рис. 5. Частотные зависимости уровня кросс-поляризованной TE_{01} волны для объекта “ChI вблизи скачка сечения”: а) для разных расстояний (кривая 1 – $d = 144$ мм, 2 – $d = 14$ мм, 3 – $d = 0.25$ мм, 4 – $d = 0$ мм) между ChI и скачком при $a_1 = 27.36421$ мм; б) для разных величин скачка (кривая 1 – $a_1 = 24.5$ мм, 2 – $a_1 = 27.3641$ мм, 3 – $a_1 = 36$ мм, 4 – $a_1 = 66$ мм) при $d = 0.25$ мм. Символ ■ соответствует частоте отсечки пакета волн TE_{12} в узком волноводе; символами ○, △, ◇ и × соответственно обозначены частоты отсечки пакетов волн TE_{12} , TE_{23} , TE_{14} в широком волноводе

ванной волны для той же ChI, что и на рис. 2. Несколько изменившийся “механизм” возникновения кросс-компоненты вызывает и некоторое (но не радикальное) возрастание ее среднего уровня в сравнении с ситуацией, когда продольная несимметрия порождена близко расположенной границей диэлектрика. Существенно увеличиваются величины всплесков кросс-компоненты в критических частотных точках волн пакетов TE_{12} и TE_{23} , доходящие при больших скачках до значения 0.16 (рис. 5, б). Заметно возрастает размах “интерференционных” колебаний кривой после критической частоты пакета TE_{12} при больших расстояниях между ChI и скачком, что можно связать с большим отражением этих волн от скачка сечения, чем от границы диэлектрика (рис. 2, б и рис. 5, б).

Общими остаются относительно широкополосные всплески амплитуды TE_{01} волны перед критическими точками первых высших волн в условиях, близких к полному исчезновению элемента, расположенного за ChI. На рис. 2, б это проявляется на кривой для $\epsilon = 1.1$, а на рис. 5, б – на кривой для $a_1 = 24.5$ мм. Возможное объяснение таким широкополосным всплескам на АЧХ при переходе к значению $\epsilon = 1$ или при исчезновении скачка состоит в том, что вследствие больших коэффициентов отражения вблизи точек отсечки пакета TE_{12} волн в промежутке между ChI и границей раздела диэлектриков (скачком сечения) формируется высокодобротное собственное колебание с малыми потерями на излучение, как результат сильного отражения и от диэлектрика (скачка сечения) и от ChI. В пользу такого предположения говорит и “слабая реакция” кривых на рис. 2, б, например, на частоты отсечки других высших волн с индексами разной четности. Например, кривая с $\epsilon = 4.5$ лишь слабо реагирует на частоту отсечки пакета TE_{23} , равную 10.62 ГГц, в волноводе с диэлектриком, однако имеет заметный (до 0.02) всплеск на частоте отсечки такого пакета, равной 22.53 ГГц, в полой волноводе, когда коэффициенты отражения волн пакета TE_{23} от ChI вырастают до единицы.

4.3. Поляризация прошедшего поля

После изучения спектрального состава полей, возбужденных ChI с различными дополнительными элементами, десимметри-

зующими объект “в целом” и переводящими ChI из плоско-киральных в 3D-киральные объекты, и механизма появления кросс-компоненты в прошедшем поле осталось изучить характер прошедшего поля с точки зрения поляризации. Определяющую роль здесь будет играть разность фаз TE_{10} и TE_{01} волн, которая, как показали расчеты, во всем одномодовом диапазоне частот равна 0 или π с машинной точностью. Скорее всего, этот факт, означающий, что волна на выходе остается линейно поляризованной, можно доказать и аналитически, исходя только из вращательной симметрии волноводного объекта “в целом” и отсутствия распространяющихся высших волн. Вызывает интерес разница в поведении указанной величины для “границы диэлектрика” и для “скачка сечения”. В условно “одномодовом” диапазоне, т. е. до появления высших распространяющихся волн пакета TE_{12} , наблюдается одна и та же закономерность: $\arg T_{\parallel, \parallel} - \arg T_{\perp, \parallel} = 0$ (для ChI вблизи диэлектрика, рис. 6, а) и $\arg T_{\parallel, \parallel} - \arg T_{\perp, \parallel} = \pi$ (для ChI вблизи скачка сечения, рис. 6, б). Исключение составляют только обсуждавшиеся выше случаи, когда вблизи резонанса амплитуда TE_{01} волны проходит через нуль и прошедшая волна может сменить знак угла наклона плоскости поляризации. За критическими частотами первого пакета высших волн величины $(\arg T_{\parallel, \parallel} - \arg T_{\perp, \parallel})$ становятся частотно-зависимыми, а поле в зоне прохождения – эллиптически поляризованным.

5. Заключение

Рассмотрены общие свойства матриц рассеяния объектов с вращательной симметрией четвертого порядка в квадратном волноводе. На простейшем примере плоско-киральной диафрагмы с четырьмя одинаковыми щелями в квадратном волноводе, обладающей симметрией C_4 , но не обладающей плоскостной симметрией, показано, что введение за диафрагмой любых дополнительных элементов, обладающих симметрией C_4 и десимметризующих объект в продольном направлении (т. е. переводящим объект из 2D-кирального в 3D-киральный), приводит

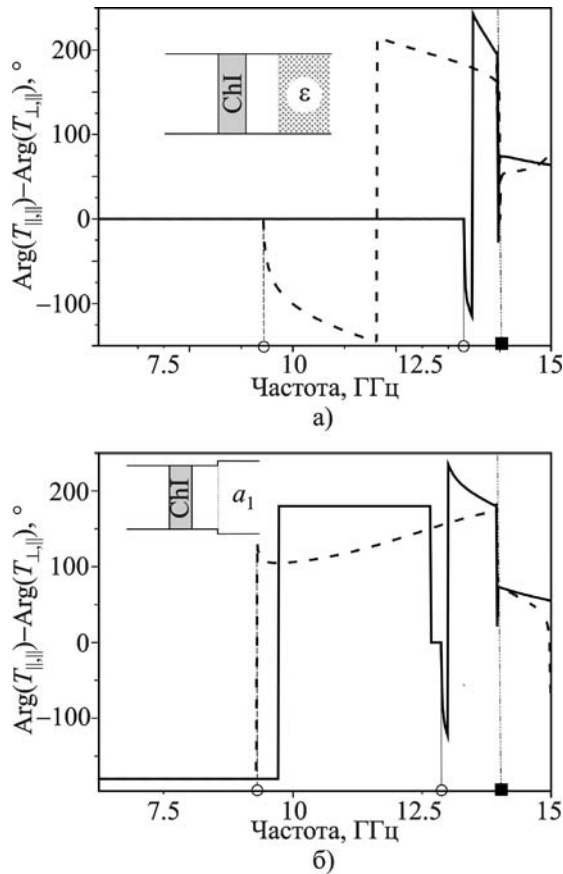


Рис. 6. Разность фаз коэффициентов прохождения в TE_{10} волну и в кросс-поляризованную TE_{01} волну в зависимости от частоты. Критические частоты пакета $TE(M)_{12}$ волн в волноводах с диэлектриком (а) (сплошная кривая соответствует $\epsilon = 1.1$, пунктирная – $\epsilon = 2.2$) и в расширенных волноводах (б) (сплошная кривая соответствует $a_1 = 26$ мм, пунктирная – $a_1 = 36$ мм) отмечены на горизонтальной оси кружками

к появлению кросс-поляризованной составляющей в прошедшем поле. Показано, что основную роль в проявлении такой “оптической активности” играет перерассеяние ближних электромагнитных полей, состоящих из волноводных волн с индексами разной четности. Показано, что в одномодовом диапазоне частот прошедшее поле линейно поляризовано, знак угла наклона плоскости поляризации зависит от типа дополнительного элемента, а его величина от частоты, конфигурации и геометрии дополнительного элемента

и пр. Представленный анализ позволяет глубже понять природу “оптической активности” в метаматериалах как с целью создания искусственных сред с новыми свойствами, так и для постановки оптимизационных задач в сфере волноводной электродинамики.

Литература

1. Wegener M., and Zheludev N. Artificial chiral materials // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2009. – Vol. 11. – 070201 (2 pp.).
2. Prosvirnin S. L. and Zheludev N. I. Analysis of polarization transformations by a planar chiral array of complex-shaped particles // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2009. – Vol. 11. – 074002 (10 pp.).
3. Maslovki S. I., Morits D. K., and Tretyakov S. A. Symmetry and reciprocity constraints on diffraction by gratings of quasi-planar particles // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2009. – Vol. 11. – P. 074004 (7 pp.).
4. Bai B., Svirko Y., Turunen J., and Vallius T. Optical activity in planar chiral metamaterials: Theoretical study // Phys. Rev. A. – 2007. – Vol. 76. – P. 023811 (12 pp.).
5. Arnaut L. R. Chirality in multi-dimensional space with application to electromagnetic characterization of multi-dimensional chiral and semi-chiral media // J. Electromagn. Waves Appl. – 1997. – No. 11. – P. 1459-1482.
6. Дон Н. Г., Кириленко А. А., Сенкевич С. Л. Новый тип собственных колебаний и резонанс полного прохождения через диафрагму с запредельным отверстием в прямоугольном волноводе // Известия вузов. Радиофизика. – 2008. – Т. 51, №2. – С. 111-115.
7. Kirilenko A. and Perov A. On the common nature of the enhanced and resonance transmission through the periodical set of holes // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2008. – Vol. 56, No. 10. – P. 3210-3216.
8. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. – М.: Сов. Радио, 1966. – 631 с.
9. Mackay A. Proof of polarisation independence and nonexistence of crosspolar terms for targets presenting with special reference to n -fold rotational symmetry frequency-selective surfaces // Electron. Lett. – 1989. – Vol. 25, No. 24. – P. 1624-1625.
10. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы в теории волноводов. – М.: Мир, 1974. – 327 с.
11. Кириленко А. А., Сенкевич С. Л., Сиренко Ю. К., Тысык Б. Г. О восстановлении матриц рассеяния волноводных и периодических структур по спектру комплексных собственных частот // Радиотехника и электроника. – 1989. – Т. 34, №3. – С. 468-473.

**Плоско-кіральні діафрагми
у квадратному хвилеводі та прояви
“оптичної активності”**

**Н. Г. Колмакова, А. О. Кириленко,
С. Л. Просвірнін**

На прикладі квадратного хвилеводу із чотирищільною діафрагмою, що має обертальну симетрію четвертого порядку й додаткові прості елементи, аналізується просторовий спектр хвиль, збуджених у відбитому полі та у такому, що пройшло. Знайдено й досліджено причини появи крос-поляризованого поля за хвилеводним об’єктом, що дозволяють перенесення висновків на “оптично активні” метаматеріали, створювані на базі періодично розташованих плоских кіральних елементів.

**Flat Chiral Irises in a Square Waveguide
and Displays of “Optical Activity”**

**N. G. Kolmakova, A. A. Kyrylenko,
and S. L. Prosvirnin**

On the example of a square waveguide with a tetraslot iris, possessing rotational symmetry of fourth order and additional simple elements, the spatial spectrum of modes excited in reflected and transmitted fields is analyzed. The reasons of appearance of cross-polarized field behind a waveguide object are found and investigated. They allow extending our conclusions on the “optically active” metamaterials created on the basis of periodically located flat chiral elements.