



УДК 539.3

<http://dx.doi.org/10.15407/dopovidi2016.01.034>

Член-кореспондент НАН України **І. С. Чернишенко, С. М. Комарчук, В. А. Максимюк, Є. А. Сторожук**

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, Київ

E-mail: stevan@ukr.net

Моделювання нелінійного деформування ортотропних циліндричних оболонок з отвором при врахуванні ексцентриситету його підкріплення

Розроблено методикау чисельного аналізу напружено-деформованого стану гнучких ортотропних циліндричних оболонок з підкріпленням круговим отвором при дії статичного навантаження. Запропонована методика базується на використанні одних і тих же співвідношень при моделюванні деформування як оболонки, так і підкріплення. Для оболонки, навантаженої рівномірним внутрішнім тиском, досліджено вплив ексцентриситету підкріплення на розподіл напружень, деформацій і переміщень в зоні їх концентрації.

Ключові слова: циліндрична оболонка, ортотропний матеріал, круговий отвір, ексцентриситет підкріплення, геометрична нелінійність, метод скінченних елементів.

Дослідження напружено-деформованого стану (НДС) ізотропних і анізотропних оболонок з підкріпленими отворами при врахуванні нелінійних факторів викликають значний інтерес в сучасній інженерній практиці. Більшість результатів по даній проблемі отримано для оболонок обертання при дії осесиметричного навантаження [1–3]. Розв'язанню нелінійних двовимірних задач для оболонок з підкріпленими отворами присвячені окремі роботи [4–6]. Чисельні дослідження проведені, в основному, за допомогою сіткових методів [7]: методу скінченних різниць (МСР), варіаційно-різницевого методу (ВРМ) і методу скінченних елементів (МСЕ).

При традиційному підході до розв'язання крайових задач для оболонок з підкріпленими отворами з використанням сіткових методів виникають труднощі, пов'язані з необхідністю врахування сумісної роботи елементів різної мірності (оболонок і підкріплень) та задоволення контактних умов [1, 8].

Нижче дано постановку геометрично нелінійних задач для тонких ортотропних циліндричних оболонок з підкріпленням круговим отвором і викладено неklasичний підхід до

© І. С. Чернишенко, С. М. Комарчук, В. А. Максимюк, Є. А. Сторожук, 2016

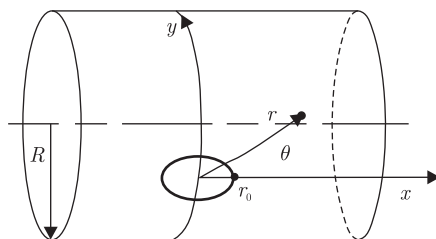


Рис. 1

чисельного розв'язання даного класу задач, в якому використовуються одні і ті ж співвідношення як для оболонки, так і підкріплення, що значно спрощує алгоритм розв'язання даних задач і дозволяє уникнути протиріч, які виникають при спряженні тіл різної мірності [5, 9]. За допомогою розробленого підходу досліджено вплив ексцентриситету підкріплення на НДС оболонки в області отвору при дії рівномірного внутрішнього тиску.

Постановка задачі. Тонку циліндричну оболонку радіуса R і товщини h_0 , виготовлену з ортотропного матеріалу і послаблену круговим отвором радіуса r_0 , віднесемо до криволінійної ортогональної системи координат (x, y, γ) з початком в центрі отвору, де x і y — довжини твірної і дуги по напрямній, а γ — відраховується по нормалі до координатної поверхні. Оболонка знаходиться під дією поверхневих $\{p\} = \{p_1, p_2, p_3\}^T$ і крайових $\{m_k\} = \{T_k, S_k, Q_k, M_k\}^T$ сил. За координатну поверхню (поверхню зведення $\gamma = 0$) приймемо серединну поверхню оболонки (Σ_0). Введемо на розгорнутій координатній поверхні також полярну систему координат (r, θ) , одна з ліній якої ($r = r_0$) збігається з контуром отвору (рис. 1).

Приймемо, що контур отвору підкріплений криволінійним стержнем, центр ваги поперечного перерізу якого не лежить в серединній поверхні оболонки. Моделюємо підкріплення фрагментом циліндричної оболонки, серединна поверхня якої еквідистантна серединній поверхні основної оболонки. За координатну поверхню підкріплення (Σ_1) приймемо еквідистантну поверхню, що спряжена з серединною поверхнею оболонки (Σ_0). Це дозволяє використовувати одні і ті ж співвідношення при моделюванні деформування як оболонки, так і криволінійного стержня, а також врахувати роботу підкріплювального елемента на розтяг (стиск), кручення і згин в двох площинах.

Деформування тонкої оболонки і тонкого підкріплювального елемента опишемо співвідношеннями геометрично нелінійної теорії оболонок в квадратичному наближенні, яка базується на гіпотезах Кірхгофа–Лява [1]. Вирази для компонент мембранної і згинної деформацій представимо у векторній формі [5, 7]

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{xx}^0 + \varepsilon_{xx}^*; & \varepsilon_{xx}^0 &= \vec{e}_x \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x}; & \varepsilon_{xx}^* &= \frac{1}{2} \varphi_x^2; \\
 \varepsilon_{xy} &= \varepsilon_{xy}^0 + \varepsilon_{xy}^*; & \varepsilon_{xy}^0 &= \vec{e}_y \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + \vec{e}_x \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial y}; & \varepsilon_{xy}^* &= \varphi_x \varphi_y; \\
 \mu_{xx} &= \mu_{xx}^0 = -\vec{e}_x \cdot \frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial x}; & \varphi_x &= \vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x}; \\
 2\mu_{xy} &= 2\mu_{xy}^0 = -\vec{e}_y \cdot \frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial x} - \vec{e}_x \cdot \frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial y}; \\
 e_{xx} &= \varepsilon_{xx} + \gamma \mu_{xx}; & e_{xy} &= \varepsilon_{xy} + 2\gamma \mu_{xy} & (x \rightarrow y),
 \end{aligned} \tag{1}$$

де $\vec{u} = u\vec{e}_x + v\vec{e}_y + w\vec{n}$ — вектор переміщень точок координатної поверхні оболонки (підкріплення); $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{n}$ — орти криволінійної ортогональної системи координат (x, y, γ) ; $\vec{\varphi} = \varphi_x\vec{e}_x + \varphi_y\vec{e}_y$ — вектор кутів повороту дотичних до координатних ліній; індекси “0” і “*” зверху відповідають лінійній і нелінійній частинам компонент деформації.

Приймаючи, що напрямки ортотропії матеріалу в кожній точці оболонки (підкріплення) збігаються з напрямками осей координат (x, y, γ) , фізичні співвідношення при довільному виборі координатної поверхні записуємо згідно з законом Гука у вигляді

$$\begin{aligned}
 T_{xx} &= T_{xx}^0 + T_{xx}^*; & T_{yy} &= T_{yy}^0 + T_{yy}^*; & T_{xy} &= T_{xy}^0 + T_{xy}^*; \\
 T_{xx}^0 &= C_{11}\varepsilon_{xx}^0 + C_{12}\varepsilon_{yy}^0 + K_{11}\mu_{xx} + K_{12}\mu_{yy}; \\
 T_{yy}^0 &= C_{21}\varepsilon_{xx}^0 + C_{22}\varepsilon_{yy}^0 + K_{21}\mu_{xx} + K_{22}\mu_{yy}; & T_{xy}^0 &= C_{33}\varepsilon_{xy}^0 + 2K_{33}\mu_{xy}; \\
 T_{xx}^* &= C_{11}\varepsilon_{xx}^* + C_{12}\varepsilon_{yy}^*; & T_{yy}^* &= C_{21}\varepsilon_{xx}^* + C_{22}\varepsilon_{yy}^*; & T_{xy}^* &= C_{33}\varepsilon_{xy}^*; \\
 M_{xx} &= M_{xx}^0 + M_{xx}^*; & M_{yy} &= M_{yy}^0 + M_{yy}^*; & M_{xy} &= M_{xy}^0 + M_{xy}^*; \\
 M_{xx}^0 &= K_{11}\varepsilon_{xx}^0 + K_{12}\varepsilon_{yy}^0 + D_{11}\mu_{xx} + D_{12}\mu_{yy}; \\
 M_{yy}^0 &= K_{21}\varepsilon_{xx}^0 + K_{22}\varepsilon_{yy}^0 + D_{21}\mu_{xx} + D_{22}\mu_{yy}; & M_{xy}^0 &= K_{33}\varepsilon_{xy}^0 + 2D_{33}\mu_{xy}; \\
 M_{xx}^* &= K_{11}\varepsilon_{xx}^* + K_{12}\varepsilon_{yy}^*; & M_{yy}^* &= K_{21}\varepsilon_{xx}^* + K_{22}\varepsilon_{yy}^*; & M_{xy}^* &= K_{33}\varepsilon_{xy}^*.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Тут C_{mn}, K_{mn}, D_{mn} — жорсткісні характеристики оболонки (підкріплення), значення яких обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned}
 C_{mn} &= B_{mn}h; & K_{mn} &= B_{mn}eh; & D_{mn} &= B_{mn}\left(\frac{h^3}{12} + he^2\right); \\
 B_{11} &= \frac{E_{xx}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}; & B_{22} &= \frac{E_{yy}}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}}; \\
 B_{12} &= B_{21} = \nu_{yx}B_{11} = \nu_{xy}B_{22}; & B_{33} &= G_{xy},
 \end{aligned} \tag{3}$$

де E_{xx}, E_{yy} — модулі пружності в напрямках твірної і напрямної; G_{xy} — модуль зсуву в площині, паралельній координатній поверхні; ν_{xy}, ν_{yx} — коефіцієнти Пуассона; h — товщина оболонки або висота підкріплення; e — відхилення серединної поверхні від координатної поверхні.

Методика розв’язання геометрично нелінійних задач для ортотропних циліндричних оболонок з підкріпленням отвором. Система розв’язувальних рівнянь отримана з принципу можливих переміщень за допомогою процедури покровокового навантаження, модифікованого методу Ньютона–Канторовича і МСЕ [5, 7]. В цьому випадку повна енергія гнучкої циліндричної оболонки з підкріпленням вирізom має вигляд

$$\begin{aligned}
 \Pi^\ell &= \frac{1}{2} \sum_{i=0,1} \iint_{(\Sigma_i)} (\{\Delta\epsilon^\ell\}^T [D] \{\Delta\epsilon^\ell\} + \{\Delta\varphi\}^T [\bar{S}] \{\Delta\varphi\}) d\Sigma + \\
 &+ \sum_{i=0,1} \iint_{(\Sigma_i)} (\{\Delta\epsilon^\ell\}^T \{\Delta m^*\} + \{\Delta\varphi\}^T [\Delta A_L]^T \{\Delta T\}) d\Sigma -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{(\Sigma_p)} \{\Delta u_0\}^T \{\Delta p\} d\Sigma - \int_{(\Gamma_k)} \{\Delta u_k\}^T \{\Delta m_k\} ds + \\
& + \sum_{i=0,1} \iint_{(\Sigma_i)} \{\Delta \epsilon^\ell\}^T \{\bar{m}\} d\Sigma - \iint_{(\Sigma_p)} \{\Delta u_0\}^T \{\bar{p}\} d\Sigma - \int_{(\Gamma_k)} \{\Delta u_k\}^T \{\bar{m}_k\} ds. \quad (4)
\end{aligned}$$

Тут $\{u_0\} = \{u, v, w\}^T$, $\{u_k\} = \{u_m, u_\tau, w, -\varphi_m\}^T$ – вектори переміщень точок середньої поверхні і контуру оболонки; (Σ_p) – частина області (Σ_0) , на якій задані поверхневі сили; (Γ_k) – частина контуру середньої поверхні оболонки, на якій задані крайові сили; $\{\epsilon\} = \{\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{xy}, \mu_{xx}, \mu_{yy}, 2\mu_{xy}\}^T$ – вектор деформацій; $\{m\} = \{T_{xx}, T_{yy}, T_{xy}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}\}^T$ – вектор внутрішніх силових факторів; $\Delta f, \bar{f}$ – приріст функції f на n -му кроці навантаження і її значення в кінці попереднього кроку навантаження; $\{\Delta \epsilon^\ell\}$ – лінійні відносно приростів компонент векторів переміщень і кутів повороту складові приростів деформацій; $[\bar{S}]$ – симетрична матриця накопичених тангенціальних зусиль; $\{\Delta T\}$ – значення приростів компонент вектора внутрішніх зусиль; $[\Delta A_L], \{\Delta \varphi\}$ – матриця і вектор приростів кутів повороту; $[D]$ – матриця жорсткостей оболонки (підкріплення).

На кожній ітерації модифікованого методу Ньютона–Канторовича задачу розв’язуємо за допомогою варіанта МСЕ, особливість якого полягає в тому, що вектор кутів повороту дотичних до координатних ліній не визначається за формулами (1), як це прийнято в класичному МСЕ для тонких оболонок, а апроксимується біквадратичними поліномами серендипового типу з виконанням геометричних гіпотез Кірхгофа–Лява тільки у вузлах скінченного елемента [7, 10].

З умов стаціонарності дискретного аналогу функціонала (4) отримана система розв’язувальних рівнянь для тонкої композитної оболонки з підкріпленням отвором при врахуванні скінчених прогинів, яка в матричній формі для n -го кроку навантаження має вигляд

$$([K_0] + [K_\varphi] + [K_\sigma])\{\Delta q\} = \{\Delta P\} - \{\Delta \Omega\} + \{\Delta \Psi\}, \quad (5)$$

де $[K_0]$ – матриця жорсткості лінійно-пружних оболонок і підкріплення; $[K_\varphi], [K_\sigma]$ – матриці впливу початкових кутів повороту і напружень; $\{\Delta q\}$ – вектор приростів вузлових ступенів свободи; $\{\Delta P\}$ – вектор навантажень; $\{\Delta \Omega\}$ – вектор нелінійностей; $\{\Delta \Psi\}$ – вектор нев’язок рівнянь рівноваги в кінці $(n - 1)$ -го кроку навантаження.

Числові результати. Представимо результати дослідження впливу ексцентриситету підкріплення на НДС біля кругового отвору на бічній поверхні гнучкої ортотропної органічкової циліндричної оболонки.

Розрахунки виконані для оболонки з параметрами:

$$\frac{R}{h_0} = 400; \quad \frac{r_0}{h_0} = 30;$$

$$E_{xx} = 25,3 \text{ ГПа}; \quad E_{yy} = 38,4 \text{ ГПа}; \quad G_{xy} = 7,6 \text{ ГПа}; \quad \nu_{yx} = 0,238.$$

Контур отвору підкріплений криволінійним стержнем прямокутного поперечного перерізу висотою $h_c = 4h_0$ і шириною $b_c = 3h_0$. Стержень виготовлений з ізотропного матеріалу, для якого модуль Юнга $E^c = 38,4 \text{ ГПа}$ і коефіцієнт Пуассона $\nu^c = 0,157$.

Оболонка навантажена внутрішнім тиском інтенсивності $p_3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$, осьовими розтягувальними зусиллями $T_k = p_3 R / 2$ на торцях і перерізувальними зусиллями $Q_k = p_3 r_0^2 / (2r_0 - b_c)$, прикладеним до осі підкріплення.

Таблиця 1

\tilde{e}_c	ЛЗ			ГНЗ		
	\tilde{w}_{\max}	\tilde{e}_{\max}	$\tilde{\sigma}_{\max}$	\tilde{w}_{\max}	\tilde{e}_{\max}	$\tilde{\sigma}_{\max}$
1,5	1,535	8,556	3187	1,254	6,060	2236
1,0	1,421	7,107	2735	1,188	5,152	1958
0,5	1,373	5,533	2236	1,161	4,292	1720
0,0	1,476	4,251	1826	1,194	3,663	1581
-0,5	1,758	4,075	1656	1,289	3,842	1567
-1,0	2,117	5,477	2210	1,418	4,637	1762
-1,5	2,416	6,921	2811	1,541	5,538	2107

Враховуючи геометричну і силову симетрію, розглядаємо четверту частину оболонки. На лініях $x = 0$ і $y = 0$ задані умови симетрії, на контурі отвору — умови контакту оболонки і підкріплювального елемента, а на достатній віддалі від контуру отвору ($x = 6r_0$ і $y = 6r_0$) — умови безмоментності.

Результати розв'язання лінійної (ЛЗ) і геометрично нелінійної (ГНЗ) задач для циліндричних оболонок з підкріпленням круговим отвором отримані для ряду значень ексцентриситету підкріплення: $\tilde{e}_c = e_c/h_0 = \pm 1,5; \pm 1,0; \pm 0,5; 0,0$.

В табл. 1 наведені значення максимальних прогинів ($\tilde{w}_{\max} = w_{\max}/h_0$), деформацій ($e_{\max} = \tilde{e}_{\max} \cdot 10^{-3}$) і напружень ($\sigma_{\max} = \tilde{\sigma}_{\max} \cdot 10^5$ Па) в залежності від ексцентриситету підкріплення як для лінійної, так і геометрично нелінійної задач.

З представлених даних випливає, що максимальні прогини досягають мінімуму при значенні ексцентриситету підкріплення $e_c = 0,5h_0$, максимальні напруження — при $e_c = -0,5h_0$, а максимальні деформації — при $e_c = -0,5h_0$ для ЛЗ і при $e_c = 0$ для ГНЗ. Зменшення або збільшення вказаних значень ексцентриситету підкріплення приводить до монотонного зростання максимальних значень відповідних характеристик НДС оболонки. В результаті максимальні прогини досягають найбільшого значення при $e_c = -1,5h_0$, а максимальні деформації і напруження — при $e_c = 1,5h_0$. Видно, що ексцентриситет підкріплення для задач в нелінійній постановці впливає на результати меншою мірою, ніж в лінійній. Неврахування ексцентриситету підкріплення при виконанні розрахунків призводить до заниження максимальних прогинів на 39% для ЛЗ і на 23% для ГНЗ, максимальних деформацій — на 50 і 40%, а максимальних напружень — на 43 і 29%.

Таким чином, в роботі дано постановку і викладено методику чисельного розв'язання геометрично нелінійних задач для тонких ортотропних циліндричних оболонок з підкріпленням круговим отвором, яка базується на застосуванні процедури покрокового навантаження, модифікованого методу Ньютона–Канторовича і методу скінченних елементів. Особливість запропонованої методики полягає у використанні одних і тих же співвідношень при моделюванні деформування як оболонки, так і підкріплювального елемента, а також у реалізації геометричних гіпотез Кірхгофа–Лява в дискретній формі. За допомогою розробленої методики і складених програм досліджено вплив ексцентриситету підкріплення на НДС циліндричної оболонки з круговим отвором при дії рівномірного внутрішнього тиску.

Цитована література

1. *Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями* / А. Н. Гузь, И. С. Чернышенко, В. Н. Чехов и др. — Киев: Наук. думка, 1980. — 636 с. — (Методы расчета оболочек: В 5 т.; Т. 1).
2. *Kaufman A., Spera D. Investigation of the elastic-plastic stress state around reinforced opening in a spherical shell* // NASA Scientific and technical publications, Washington, 1965. — P. 1–27.

3. Maksimyuk V. A., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. Nonlinear Deformation of Thin Isotropic and Orthotropic Shells of Revolution with Reinforced Holes and Rigid Inclusions // *Int. Appl. Mech.* – 2013. – **49**, No 6. – P. 685–692.
4. Ларионов А. А. Расчет пологой оболочки с подкрепленным прямоугольным отверстием в упруго-пластической стадии // *Сб. науч. тр. Красноярск. политехн. ин-та.* – 1975. – № 8. – С. 55–62.
5. Maksimyuk V. A., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. Stress State of Flexible Composite Shells with Stiffened Holes // *Int. Appl. Mech.* – 2014. – **50**, No 5. – P. 558–565.
6. Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. Reinforcement of the Contour of a Hole in an Inelastic Shell // *Int. Appl. Mech.* – 1988. – **24**, No 11. – P. 1064–1068.
7. Maksimyuk V. A., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. Using Mesh-Based Methods to Solve Nonlinear Problems of Statics for Thin Shells // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, No 1. – P. 32–56.
8. Guz A. N., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. Nonlinear Two-Dimensional Static Problems for Thin Shells with Reinforced Curvilinear Holes // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, No 12. – P. 1269–1300.
9. Карпов В. В. Прочность и устойчивость подкрепленных оболочек вращения. В 2 ч. Ч. 1. Модели и алгоритмы исследования прочности и устойчивости подкрепленных оболочек вращения. – Москва: Физматлит, 2010. – 288 с.
10. Areias P. M. A., Song J.-H., Belytschko T. A finite-strain quadrilateral shell element based on discrete Kirchhoff-Love constraints // *Int. J. Numer. Meth. Engng.* – 2005. – **64**. – P. 1166–1206.

References

1. *Theory of thin shells weakened by holes.* A. N. Guz, I. S. Chernyshenko, V. N. Chekhov et al. – Kiev: Naukova Dumka, 1980 (Calculation methods shells: In 5 v.; V.1) (in Russian).
2. Kaufman A., Spera D. NASA Scientific and technical publications, Washington, 1965: 1–27.
3. Maksimyuk V. A., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. *Int. Appl. Mech.*, 2013, **49**, No 6: 685–692.
4. Larionov A. A. Coll. of scientific works of the Krasnoyarsk Polytechnic Inst, 1975, No : 55–62 (in Russian).
5. Maksimyuk V. A., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. *Int. Appl. Mech.*, 2014, **50**, No 5: 558–565.
6. Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. *Int. Appl. Mech.*, 1988, **24**, No 11: 1064–1068.
7. Maksimyuk V. A., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. *Int. Appl. Mech.*, 2009, **45**, No 1: 32–56.
8. Guz A. N., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. *Int. Appl. Mech.*, 2009, **45**, No 12: 1269–1300.
9. Karpov V. V. Stability and Reliability of Reinforced Rotational Shells: in 2 Parts. Part 1: Research Models and Algorithms of Stability and Reliability of Reinforced Rotational Shells, Moscow: Fizmatlit Publ., 2010.
10. Areias P. M. A., Song J.-H., Belytschko T. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 2005, **64**: 1166–1206.

Надійшло до редакції 27.07.2015

Член-корреспондент НАН України **И. С. Чернышенко, С. Н. Комарчук, В. А. Максимюк, Е. А. Сторожук**

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев
E-mail: stevan@ukr.net

Моделирование нелинейного деформирования ортотропных цилиндрических оболочек с отверстием при учете эксцентриситета его подкрепления

Разработана методика численного анализа напряженно-деформированного состояния гибких ортотропных цилиндрических оболочек с подкрепленным круговым отверстием при действии статической нагрузки. Предложенная методика базируется на использовании одних и тех же соотношений при моделировании деформирования как оболочки, так и под-

крепления. Для оболочки, нагруженной равномерным внутренним давлением, исследовано влияние эксцентриситета подкрепления на распределение напряжений, деформаций и перемещений в зоне их концентрации.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, ортотропный материал, круговое отверстие, эксцентриситет подкрепления, геометрическая нелинейность, метод конечных элементов.

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **I. S. Chernyshenko,**
S. M. Komarchuk, V. A. Maksimyuk, E. A. Storozhuk

S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: stevan@ukr.net

Modeling of a nonlinear deformation of orthotropic cylindrical shells with a hole with regard for the eccentricity of its reinforcement

The technique of numerical analysis of a stress-strain state of flexible orthotropic cylindrical shells reinforced by a circular hole under the influence of a static load is developed. The proposed technique is based on using the same ratio in the simulation of deformation of a shell and a reinforcement. For a shell loaded by a uniform internal pressure, the effect of the eccentricity of a reinforcement on the distribution of stresses, strains, and displacements in the area of their concentration is studied.

Keywords: cylindrical shell, orthotropic material, circular hole, eccentricity of a reinforcement, geometric nonlinearity, finite-element method.