



АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛЛОВ НА ОСНОВЕ ГИБРИДНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

С. А. БАБИЧЕВ, В. И. ЛИТВИНЕНКО, А. В. ШАРКО

Предложена автоматизированная экспертная система технической диагностики прочностных свойств металлопродукции с использованием системы нечеткого вывода и гибридных нейронных сетей.

The paper proposes an automated expert system for technical diagnostics of strength properties of metal products, using a system of fuzzy derivation and hybrid neural networks.

Современное состояние развития автоматизированных систем технической диагностики (ТД) и их широкое внедрение в производство определяют эффективные способы решения проблемных вопросов в различных областях науки и техники. Одной из наиболее актуальных современных задач является своевременное определение прочностных характеристик в нелинейных динамических объектах в условиях априорной неопределенности свойств объекта.

Постановка задачи. Известны системы ТД металлопродукции, основанные на последовательном использовании различных методов НК [1, 2]. Недостатком этих систем является необходимость выполнения большого количества предварительных экспериментальных работ для определения рациональной комбинации и последовательности использования методов контроля, а также необходимость построения градуировочных графиков для тарирования системы, соответствующих разным значениям температуры закалки, отпуска, режимов старения, наработке в сложных условиях эксплуатации при воздействии высоких температур, давлений, знакопеременных нагрузок, радиационного воздействия и т. д. Это существенно сдерживает внедрение таких систем в производство. Кроме этого, точность такого прогнозирования низка, так как при последовательном использовании методов суммарная ошибка измерений складывается. Графическая интерпретация экспериментальных исследований на этапе отработки существующих систем ТД также вносит свои погрешности.

Решение задачи. В данной работе автором разработана автоматизированная экспертная система ТД механических характеристик металлов (рис. 1), в которой графическая интерпретация заменена компьютерной и этапы обучения выполняются самой системой. Основана система на комплексном использовании методов контроля, отличающаяся от известных тем, что с целью повышения точности обработки результатов измерений при определении механических свойств металлов комбинация методов контроля определяется при помощи системы нечеткого вывода [3, 4], а проч-

ностные характеристики рассчитываются с помощью гибридной нейронной сетью.

Последовательность работы экспертной системы следующая.

1. Из партии поступившего металла формируется выборка образцов n_1 , которую последовательно подвергают НК всеми выбранными методами. По результатам измерений гибридной нейронной сетью определяются необходимые прочностные характеристики.

2. Сопоставляется число дефектных образцов с пониженными прочностными свойствами d_1 с его допустимым по техническим условиям предприятия значением — приемочным числом c_1 . Партия изделий принимается, если $d_1 \leq c_1$.

3. Если $d_1 > c_1$, то комплектуется другая выборка n_2 , которая поступает на разрывные испы-

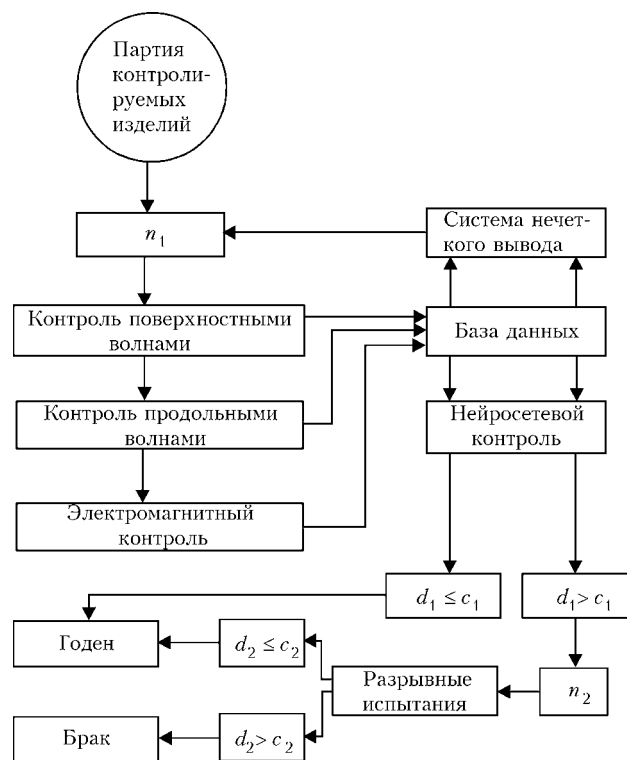


Рис. 1. Структурная схема автоматизированной системы технической диагностики прочностных характеристик металлов



тания. Решающим правилом приемки всей партии изделий является условие $d_2 \leq c_2$.

4. В зависимости от испытаний на второй ступени вся партия изделий бракуется или пускается в дальнейшую эксплуатацию.

Настройка системы заключается в выборе методов контроля, работа которых приводит к минимальной погрешности расчета прочностных характеристик и обучении гибридной нейронной сети, которая в процессе диагностических исследований определяет требуемые прочностные характеристики. Окончательный выбор рациональной комбинации методов контроля и последовательность их проведения осуществляется при помощи системы нечеткого вывода, на основании расчета надежности контроля. Известные показатели надежности при контроле внутренних дефектов материала характеризуются пропусками и перебраковкой изделий. Как пропуск дефектных изделий, так и отнесение годных изделий к разряду бракованных являются нарушением нормального процесса контроля и характеризуют его качество. Если первое из этих нарушений непосредственно связано с эксплуатационной надежностью выпускаемых изделий, выражая «риск потребителя», то последнее выражает лишь дополнительные материальные затраты, приводящие к повышению себестоимости изделий, и определяет «риск поставщика». Для повышения достоверности анализа при забраковке одним из методов диагностики заведомо годных деталей и исключения их из дальнейшего рассмотрения предложен последовательный план контроля. Изделия, свойства которых не соответствуют заданным значениям по заключению применяемого метода считаются бракованными, регистрируются и поступают далее с партией годных изделий на контроль другим методом. Таким образом, контролю всеми методами последовательно подвергается вся партия изделий. При оценке надежности комплексного контроля объектом исследования является комбинация методов, которые рассматриваются как факторы, влияющие на качество оценки. Каждый фактор может принимать два значения, соответствующие применению (+) или отсутствию (-) данного метода. Эффективность функционирования комбинации методов характеризуется параметрами оптимизации, являющимися реакцией (откликом) на воздействие факторов. В качестве наиболее общих параметров оптимизации были выбраны: Y_1 — отношение числа бракованных изделий, выявленных данной комбинацией методов, к общему числу действительного брака, выявленного при использовании всех методов; Y_2 — отношение числа изделий, ложно бракованных данной комбинацией методов к общему числу изделий, ложно забракованных при использовании всех методов; Y_3 — отношение числа бракованных изделий, пропущенных данной комбинацией методов, к числу бракованных изделий, пропущенных той комбинацией, для которой оно максимально; Y_4 — погрешность каждой из рассматриваемых комбинаций, причем погрешностью определенной комбинации методов считают погрешность того метода, для которого она мак-

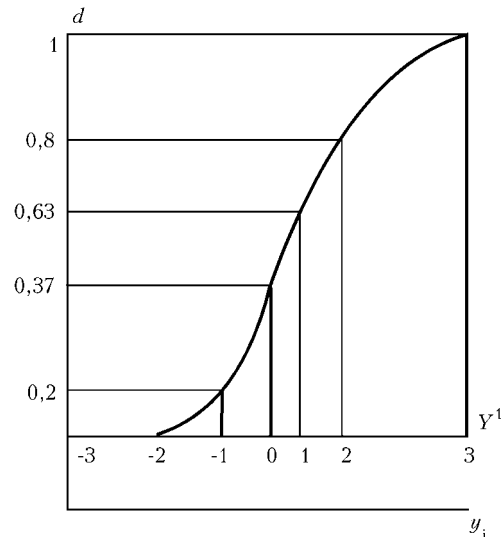


Рис. 2. Кривая желательности

симальна; Y_5 — уровень автоматизации; Y_6 — способность к определению свойств материала, усредненных по всему изделию.

Для количественной оценки параметров Y_5 и Y_6 использовался «ранговый подход». При этом параметрам оптимизации присваиваются оценки — ранги по заранее выбранной шкале. Например, при выборе для оценки параметра Y_5 четырехбалльной шкалы 0–3 балл 3 будет соответствовать полностью автоматизированному процессу, а балл 0 — отсутствию автоматизации.

Для построения обобщенного отклика использовалась функция желательности Харрингтона, с помощью которой сформулирован набор нечетких правил, на основании которых экспертная система делает заключение об эффективности использования предложенной комбинации методов контроля. Здесь числа соответствуют некоторым точкам кривой (рис. 2), задаваемой уравнением $d = \exp[-\exp(-y)]$.

На оси ординат нанесены значения желательности, изменяющиеся от 0 до 1. По оси абсцисс указаны значения отклика, записанные в условном масштабе. Началом отсчета 0 по этой оси выбрано значение, соответствующее желательности 0,37. Выбор именно данной точки связан с тем, что она является точкой перегиба кривой, что в свою очередь создает удобства при вычислениях. То же самое верно для значения желательности, соответствующего 0,63. Стандартные отметки по шкале желательности приведены в табл. 1.

Таблица 1. Стандартные отметки по шкале желательности

Значение функции желательности	Качество процесса
1,00... 0,80	Очень хорошее
0,80... 0,63	Хорошее
0,63... 0,37	Удовлетворительное
0,37... 0,20	Плохое
0,20... 0,00	Очень плохое



Апробация предложенной методики проводилась на примере оценки надежности контроля предела прочности изделий из стали У8А. Для комплексного контроля в этом случае предварительно были выбраны магнитный, акустический и безобразцовый методы контроля по твердости, обеспечивающие наилучшую корреляцию измеряемых параметров с пределом прочности.

С целью сокращения объема экспериментов испытания проводились на цилиндрических образцах длиной 90 мм и диаметром 22 мм. Образец, прочностные характеристики которого не соответствовали заключению применяемого метода контроля, считался бракованным, регистрировался и поступал с партией годных изделий на контроль другим методом. Таким образом, контролю всеми тремя методами последовательно подвергались вся партия изделий, в результате чего была отбракована группа образцов, основанием для признания бракованными которых являлось заключение о некондиционности, полученное хотя бы одним методом.

При акустических измерениях для каждого образца в диапазоне частот 2...2,5 МГц снимали его амплитудно-частотную зависимость и с помощью гибридной нейронной сети определяли величину предела прочности σ_B .

Электромагнитный контроль проводили по методу сдвигания. Предварительно намагниченные образцы помещали в измерительную катушку, соединенную с баллистическим гальванометром. Величину намагниченности образца определяли по максимальному отбросу стрелки гальванометра при извлечении образца из измерительной катушки.

Твердость определяли по форме отпечатка индентора, полученного при измерении твердости по Виккерсу при нагрузке 1000 Н алмазной пирамидой с углом при вершине 136°. При этом одновременно с измерением диагонали определяли ширину отпечатка в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. Предел прочности образцов подсчитывался по формуле:

$$\sigma_B = (0,285 + 0,057S), \quad (1)$$

где HV — твердость по Виккерсу; S — ширина отпечатка.

Механические испытания проводили на разрывной машине. Матрица полного факторного эксперимента, реализующего все возможные сочетания уровней факторов и значения всех параметров, представлена в табл. 2.

Каждый отклик имеет свой физический смысл и свою размерность. Чтобы их объединить, для каждого вводится некоторая безразмерная кодированная шкала, которая однотипна для всех объединенных откликов и может быть получена путем линейной формы преобразования $Y_i^1 = a_0 + a_i y_i$. На рис. 2 симметрично относительно

Таблица 2. Матрица планирования для системы неразрушающего контроля предела прочности

Номер	Факторы			Параметры					
	X_1	X_2	X_3	$Y_1, \%$	$Y_2, \%$	$Y_3, \%$	$Y_4, \text{МПа}$	$Y_5, \text{ранг}$	$Y_6, \text{ранг}$
1	+	+	+	100	100	100	80	5	4
2	-	+	+	91	58	50	80	3	2
3	+	-	+	89	54	58	70	2	2
4	-	-	+	82	42	100	50	0	0
5	+	+	-	98	32	16	80	5	4
6	-	+	-	89	23	58	80	3	2
7	+	-	-	92	29	42	70	2	2

нуля на оси Y расположены кодированные значения отклика. Значения на кодированной шкале обычно принято выбирать от 3 до 6. В данном случае использовано три интервала в сторону убывания и три — в сторону возрастания. Выбор числа интервалов определяет крутизну кривой в средней зоне. Выбранные значения параметров, соответствующих базовым отметкам по шкале желательности, приведены в табл. 3.

На основании данных табл. 3 был сформулирован следующий набор нечетких правил:

P_1 : Если $Y_1 = 0,98$ и $Y_2 = 0,2$ и $Y_3 = 0,1$ и $Y_4 = 0,3$ и $Y_5 = 4$ и $Y_6 = 3$, то $D = 0,8$;

P_2 : Если $Y_1 = 0,89$ и $Y_2 = 0,39$ и $Y_3 = 0,38$ и $Y_4 = 0,64$ и $Y_5 = 2,54$ и $Y_6 = 3$, то $D = 0,63$;

P_3 : Если $Y_1 = 0,8$ и $Y_2 = 0,6$ и $Y_3 = 0,7$ и $Y_4 = 0,1$ и $Y_5 = 1$ и $Y_6 = 1$, то $D = 0,37$;

P_4 : Если $Y_1 = 0,74$ и $Y_2 = 0,73$ и $Y_3 = 0,89$ и $Y_4 = 1,2$ и $Y_5 = 0,15$ и $Y_6 = 0,35$, то $D = 0,2$.

Для нахождения оптимального сочетания функций принадлежности и алгоритмов вывода задача выбора рациональных комбинаций методов контроля решалась при помощи алгоритмов вывода Мамдани и Сугэно, гауссовой, двойной гауссовой и треугольной функций принадлежности нечетких множеств. Структурная схема работы нечеткой экспертной системы выбора рациональных комбинаций методов контроля прочностных свойств металлов показана на рис. 3.

Таблица 3. Значения параметров в базовых точках функции желательности

Параметр оптимизации	Значения параметров, соответствующих желательности			
	0,2	0,37	0,63	0,80
$Y_1, \%$	74	80	89	98
$Y_2, \%$	73	60	39	20
$Y_3, \%$	89	70	38	10
$Y_4 \cdot 10^8, \text{Па}$	1,2	1	0,64	0,3
$Y_5, \text{ранг}$	0,15	1	2,54	4
$Y_6, \text{ранг}$	0,35	1	2	3



При работе алгоритма вывода Мамдани использовали следующие последовательности обработки данных.

1 — фазификация. Для определения степени истинности каждой предпосылки каждого правила функции принадлежности, определенные на входных переменных, применяются к их фактическим значениям, т. е. определяются $A_1(y_1), A_2(y_1), A_3(y_1), A_4(y_1), B_1(y_2), B_2(y_2), B_3(y_2), B_4(y_2), \dots, G_1(y_6), G_2(y_6), G_3(y_6), G_4(y_6)$, где A, B, C, E, F, G — значения функции принадлежности при заданных значениях аргумента y .

2 — агрегация. Находятся уровни «отсечения» для предпосылок каждого из правил с использованием операции минимизации:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= A_1(y_1) \wedge B_1(y_2) \wedge C_1(y_3) \wedge E_1(y_4) \wedge F_1(y_5) \wedge G_1(y_6); \\ \alpha_2 &= A_2(y_1) \wedge B_2(y_2) \wedge C_2(y_3) \wedge E_2(y_4) \wedge F_2(y_5) \wedge G_2(y_6); \\ \alpha_3 &= A_3(y_1) \wedge B_3(y_2) \wedge C_3(y_3) \wedge E_3(y_4) \wedge F_3(y_5) \wedge G_3(y_6); \\ \alpha_4 &= A_4(y_1) \wedge B_4(y_2) \wedge C_4(y_3) \wedge E_4(y_4) \wedge F_4(y_5) \wedge G_4(y_6), \end{aligned}$$

и определением усеченных функций принадлежности нечетких множеств:

$$\begin{aligned} M'_1(D) &= (\alpha_1 \wedge M_1(D)); \\ M'_2(D) &= (\alpha_2 \wedge M_2(D)); \\ M'_3(D) &= (\alpha_3 \wedge M_3(D)); \\ M'_4(D) &= (\alpha_4 \wedge M_4(D)). \end{aligned}$$

Здесь $M(D)$ — усеченные функции принадлежности для входных переменных; $M'(D)$ — усеченные функции принадлежности для нечетких правил.

3 — аккумуляция. Нахождение функции принадлежности итогового нечеткого подмножества для переменной выхода:

$$\mu_{\Sigma}(D) = M(D) = M'_1(D) \vee M'_2(D) \vee M'_3(D) \vee M'_4(D).$$

4 — дефазификация. Приведение к четкости осуществлялось центроидным методом путем определения центра тяжести для кривой $\mu_{\Sigma}(D)$.

При работе алгоритма вывода Сугэно использовали следующие последовательности обработки данных.

1 — фазификация. Определяются $A_1(y_1), A_2(y_1), A_3(y_1), A_4(y_1), B_1(y_2), B_2(y_2), B_3(y_2), B_4(y_2), \dots, G_1(y_6), G_2(y_6), G_3(y_6), G_4(y_6)$.

2 — агрегация. Находятся уровни «отсечения» для предпосылок каждого из правил с использованием операции минимизации

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= A_1(y_1) \wedge B_1(y_2) \wedge C_1(y_3) \wedge E_1(y_4) \wedge F_1(y_5) \wedge G_1(y_6); \\ \alpha_2 &= A_2(y_1) \wedge B_2(y_2) \wedge C_2(y_3) \wedge E_2(y_4) \wedge F_2(y_5) \wedge G_2(y_6); \\ \alpha_3 &= A_3(y_1) \wedge B_3(y_2) \wedge C_3(y_3) \wedge E_3(y_4) \wedge F_3(y_5) \wedge G_3(y_6); \\ \alpha_4 &= A_4(y_1) \wedge B_4(y_2) \wedge C_4(y_3) \wedge E_4(y_4) \wedge F_4(y_5) \wedge G_4(y_6), \end{aligned}$$

и нахождением индивидуальных выходных правил:

$$\begin{aligned} M'_1 &= A_1 y_1 + B_1 y_2 + C_1 y_3 + E_1 y_4 + F_1 y_5 + G_1 y_6; \\ M'_2 &= A_2 y_1 + B_2 y_2 + C_2 y_3 + E_2 y_4 + F_2 y_5 + G_2 y_6; \\ M'_3 &= A_3 y_1 + B_3 y_2 + C_3 y_3 + E_3 y_4 + F_3 y_5 + G_3 y_6; \\ M'_4 &= A_4 y_1 + B_4 y_2 + C_4 y_3 + E_4 y_4 + F_4 y_5 + G_4 y_6. \end{aligned}$$

3 — дефазификация с определением четкого значения переменной вывода:

$$D = \frac{\alpha_1 M'_1 + \alpha_2 M'_2 + \alpha_3 M'_3 + \alpha_4 M'_4}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4}.$$

Для оценки качества работы нечеткой системы вывода обобщенная функция желательности Харрингтона рассчитывалась алгебраически как среднее геометрическое частных функций желательности:

$$D = \sqrt[6]{d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6}.$$

Результат обработки экспериментальных данных с помощью нечетких систем вывода и алгебраическим методом показан в табл. 4.

Эффективность работы нечетких систем вывода определялась при помощи парного двухвыборочного t -теста для средних. Установлено, что для решения задачи выбора рациональной комбинации методов контроля прочностных свойств стали наиболее согласованные с алгебраическим

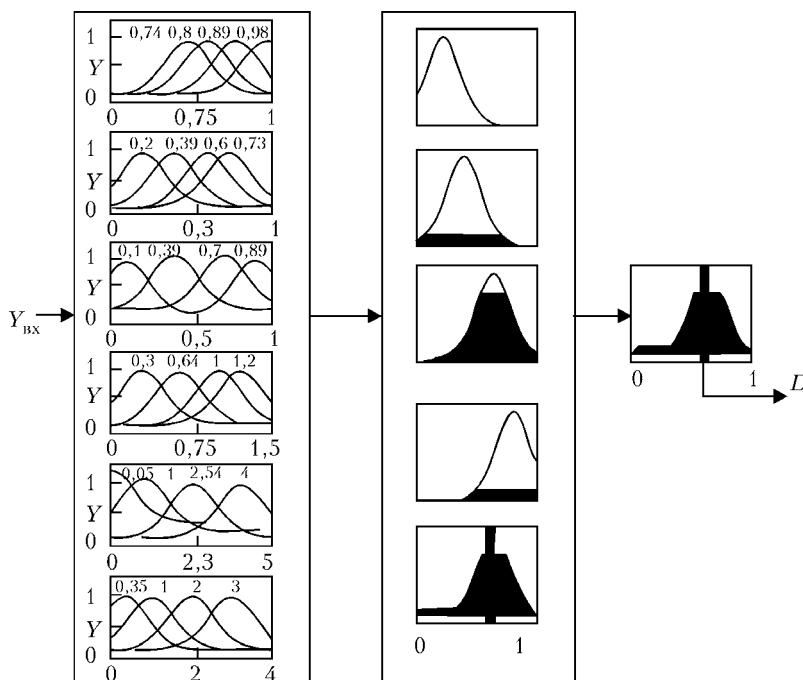


Рис. 3. Структурная схема нечеткой экспертной системы выбора рациональных комбинаций методов контроля прочностных свойств металлов



Таблица 4. Значения обобщенных функций желательности, полученных алгебраическими расчетами и с использованием нечетких систем вывода

Номер	Факторы			Gauss		Gauss2		tri+gauss		Алгебраический расчет
	X ₁	X ₂	X ₃	M ₁	C ₁	M ₂	C ₂	M ₃	C ₃	
1	+	+	+	0,504	0,667	0,500	0,665	0,500	0,572	0,603
2	-	+	+	0,619	0,666	0,626	0,663	0,627	0,613	0,642
3	+	-	+	0,591	0,651	0,565	0,668	0,533	0,592	0,593
4	-	-	+	0,383	0,211	0,500	0,634	0,500	0,588	0,575
5	+	+	-	0,703	0,985	0,500	0,637	0,500	0,611	0,702
6	-	+	-	0,619	0,667	0,625	0,658	0,627	0,614	0,619
7	+	-	-	0,627	0,667	0,628	0,661	0,602	0,609	0,623

Примечание. M₁, M₂, M₃ – алгоритмы вывода Мамдани, C₁, C₂, C₃ – алгоритмы вывода Сугэно; gauss – для входных переменных используются гауссовы функции принадлежности; gauss2 – используются двойные гауссовы функции принадлежности; tri+gauss – для входных переменных используются треугольные функции принадлежности, а для выходных – гауссовы.

кими расчетами значения функции желательности *D* достигаются при использовании экспертной системы с гауссовыми функциями принадлежности (*D* = 0,703; 0,985; *D*_{алг} = 0,702). Это объясняется плавной формой кривой, при этом система более чувствительна к изменениям входных переменных. Максимальное значение функция желательности принимает при работе алгоритма вывода Сугэно (*D* = 0,985) и использовании комбинации электромагнитного и акустического методов. Целесообразность такого сочетания обусловлена физической сущностью электромагнитного и акустического методов. Оба они основаны на анализе усредненных акустических и электромагнитных характеристик всего материала в целом и, следовательно, являются более стабильными, чем методы определения предела прочности по форме отпечатка индентора.

Прочностные характеристики исследуемого материала определялись гибридной нейронной сетью, основу которой составляют нечеткие нейроны. Весовые коэффициенты таких нейронов представляют собой нечеткие множества с заданными функциями принадлежности. Для нахождения оптимального сочетания функций принадлежности в слоях сети автором проведены исследования по определению предела прочности стали У8А гибридной нейронной сетью с различными функциями принадлежности нейронов сети. Для подстройки весов использовались два алгоритма обучения: алгоритм обратного распространения ошибки и комбинированный алгоритм, разработанный специально для гибридных нейронных сетей. На вход сети поступали эмпирические данные, полученные акустическим и электромагнитными методами контроля. Измерения резонансной частоты автоциркуляции выполнялись путем снятия амплитудно-частотных характеристик. Для определения скорости распространения поверхностных волн были выполнены измерения времени прохождения УЗ сигнала между фиксированными положениями пьезопреобразователей, установленных на контролируемой поверхности. Электромагнитным методом контроля определялась коэрцитивная сила исследуемого образца

После выполнения акустических измерений образцы были подвергнуты разрывным испытаниям, в результате которых определялся предел прочности стали.

Для повышения точности обучения нейронной сети на предварительном этапе осуществлялась предобработка данных, в процессе которой значения элементов обучающего множества приводились к определенному диапазону (масштабирование данных). На заключительном этапе восстанавливались масштабы данных на выходе сети. Предобработка экспериментальных данных осуществлялась по формуле:

$$c' = \frac{(c - c_{\min})(b - a)}{(c_{\max} - c_{\min})} + a,$$

где $[a, b]$ – диапазон приемлемых входных сигналов; $[c_{\min}, c_{\max}]$ – диапазон значений признака; c, c' – предобработанный сигнал, который будет подан на вход сети.

Восстановление данных на выходе сети проводилось по обратной формуле:

$$c = \frac{(c' - a)(c_{\max} - c_{\min})}{(b - a)} + c_{\min}.$$

Структурная схема гибридной нейронной сети изображена на рис. 4.

Входы и веса полученной сети – вещественные числа, принадлежащие отрезку $[-1, 1]$. Выходным сигналом являлась определяемая прочностная ха-

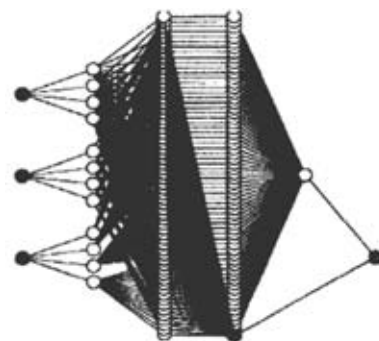


Рис. 4. Структурная схема гибридной нейронной сети

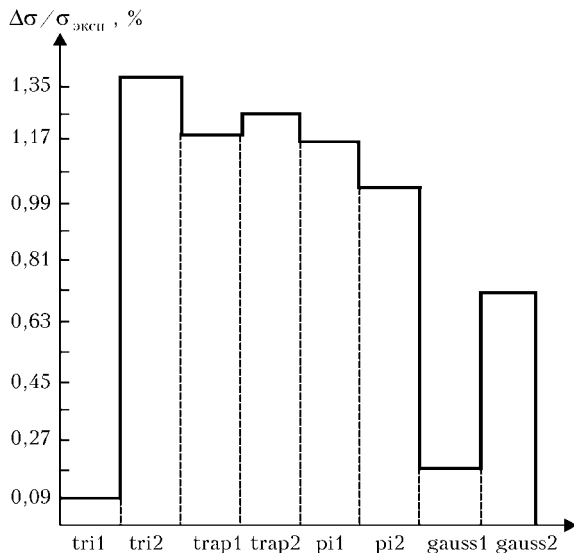


Рис. 5. График распределения относительных погрешностей расчета в зависимости от типа используемой сети

рактеристика исследуемого металла Для обучения гибридной нейронной сети использовался алгоритм вывода Мамдани с треугольной (trimf), трапецидальной (trapmf), гауссовой (gaussmf) и *pi*-функциями принадлежности нейронов. Вес нейронов сети настраивали при помощи комбинированного алгоритма, специально разработанного для гибридных нейронных сетей и наиболее распространенного алгоритма обратного распространения ошибки. Эффективность работы сети оценивалась по относительной погрешности расчета предела прочности $\Delta\sigma/\sigma_{\text{эксп}}$, где $\sigma_{\text{эксп}}$ — значение предела прочности, определенное в процессе механических испытаний. График распределения относительных погрешностей расчета в зависимости от типа используемой сети показан на рис. 5.

Установлено, что для решения задач ТД механических характеристик металлов наименьшую погрешность при обработке данных (0,09 %) дает гибридная нейронная сеть с треугольными функциями принадлежности и комбинированным алгоритмом обучения нейронов сети.

Главным достоинством предложенной системы является высокая достоверность получения необ-

ходимой информации вследствие повышения размерности информативных входных параметров (результат работы наиболее оптимальной комбинации методов НК) и высокой точности прогноза гибридной нейронной сети. При этом процесс обработки поступающих на вход эмпирических данных максимально автоматизирован. Эксперту необходимо ввести на вход предварительно обученной гибридной нейронной сети набор экспериментальных характеристик, далее процесс получения необходимой информации происходит автоматически. Сформулированные в процессе обучения сети нечеткие правила являются для пользователя максимально прозрачными. Они легко интерпретируются и модифицируются при помощи редактора базы знаний системы нечеткого логического вывода.

Выводы

Представлены разработки по созданию автоматизированной экспертной системы ТД прочностных характеристик металлов, основанной на аппарате гибридных нейронных сетей, в которой выводы делаются системой нечеткого вывода с использованием функции желательности Харрингтона. Впервые использован аппарат нечеткой логики и нейронных сетей для определения прочностных характеристик металлов. Определены границы и области рационального использования нейронных сетей для решения задач ТД. Показано, что для решения задачи определения предела прочности стали наиболее оптимальной является гибридная нейронная сеть с треугольными функциями принадлежности и комбинированным алгоритмом обучения нейронов сети.

1. Шарко А. В., Бугай Н. В. Система комплексного неразрушающего контроля механических свойств металлов // Надежность и долговечность машин и сооружений. — Киев. — 1985. — № 8. — С. 104–106.
2. Бугай Н. В., Лебедев А. А., Шарко А. В. Комплексный контроль стали 12Х1МФ при технической диагностике металла энергооборудования // Дефектоскопия. — 1992. — № 5. — С. 47–53.
3. Галушкин А. И. Нейрокомпьютеры. — М.: ИПРЖР, 2000. — С. 532.
4. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB // Спец. справ. — С.-Петербург, 2001. — С. 311–314.