



## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ

Ю. А. ЛЫМАРЕНКО, А. Д. ШАМРОВСКИЙ

*Предложена нелинейная двухмассовая модель акустической эмиссии (АЭ) в элементе конструкции с повреждением. На основе численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих колебания системы, с последующим разложением решения в ряды Фурье изучены свободные и вынужденные колебания предложенной модели. Показано, что эта модель отражает все характерные особенности колебаний конструкций с повреждениями: уменьшение собственной частоты колебаний, наличие суб- и суперрезонансов, а также акустические эффекты.*

*A non-linear two-weight model of acoustic emission (AE) in a damaged structural element is proposed. Numeric integration of nonlinear differential equations, describing the oscillations of a system, with subsequent expansion of the solution into Fourier series was the basis to study the free and forced oscillations of the proposed model. It is shown that this model reflects all the characteristic features of oscillations of a damaged structure: reduction of the natural frequency of oscillations, presence of sub- and super-resonances, as well as acoustic effects.*

В последнее время опубликовано значительное количество работ [1–9], посвященных разработке эффективных методов неразрушающей диагностики поврежденных элементов механических конструкций различного назначения. В качестве базовой модели в этих работах используют предложенную еще в 1976 г. [10] нелинейную одномассовую систему, в которой масса  $m$  соединяется пружиной с неподвижной опорой. Наличие трещины учитывается посредством дополнительной пружины, работающей только на сжатие. Такой подход в некоторых случаях позволяет вполне адекватно охарактеризовать поведение реальных конструкций, однако он имеет ряд существенных недостатков.

Известно [11, 12], что даже относительно небольшие изменения структуры материала служат источником упруго-пластических волн, возникающих в момент образования или развития указанного дефекта. Данное явление получило название акустической эмиссии. В рамках нелинейной одномассовой модели с трещиной указанный эффект практически не проявляется. Так, при уменьшении жесткости системы на одном полуцикле колебаний на 20 % амплитуда второй гармоники, согласно этой модели, составляет 1,4 % амплитуды первой гармоники колебаний, что не согласуется с экспериментальными данными работ [13, 14]. Основной причиной такого несоответствия является, по-видимому, то, что искажения в системе, вызванные ее повреждением, моделируются изменением упругих свойств модели (невесомой пружины), а инерционные свойства остаются без изменений.

В данной работе предлагается модель, лишенная такого недостатка. Как показали проведенные исследования, использование этой модели позволяет учесть все характерные особенности, присущие колебаниям реальных конструкций с повреждениями.

**Свободные колебания тела с трещиной.** Простейшей моделью, позволяющей изучать гармонические колебания, является, как известно, груз, соединенный пружиной с неподвижной опорой. Учитывая возможность контакта свободных поверхностей трещины при циклически изменяющейся внешней нагрузке, модифицируем эту модель вве-

дением дополнительной массы. В результате получаем двухмассовую колебательную систему (рис. 1). Предполагается, что в состоянии равновесия зазор между массами  $m_1$  и  $m_2$  равен нулю.

Свободные колебания модели описываются системой уравнений

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + C_1 x_1 &= 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + C_2 x_2 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

К ней необходимо добавить условие ударного взаимодействия колеблющихся масс, которое в случае прямого центрального удара имеет вид

$$m_1 \dot{x}_1^0 + m_2 \dot{x}_2^0 = m_1 \dot{x}_1 + m_2 \dot{x}_2, \quad (2)$$

где  $\dot{x}_1^0, \dot{x}_2^0$  — скорости масс  $m_1, m_2$  до удара,  $\dot{x}_1, \dot{x}_2$  — после удара.

Использование коэффициента восстановления при ударе

$$k = - \frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{\dot{x}_1^0 - \dot{x}_2^0}, \quad (3)$$

учитывающего упругие свойства соударяющихся масс, дает возможность варьировать характер удара

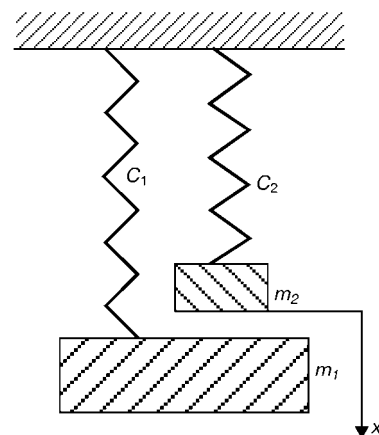


Рис. 1. Модель тела с трещиной:  $m_1, m_2$  — основная и дополнительная массы соответственно

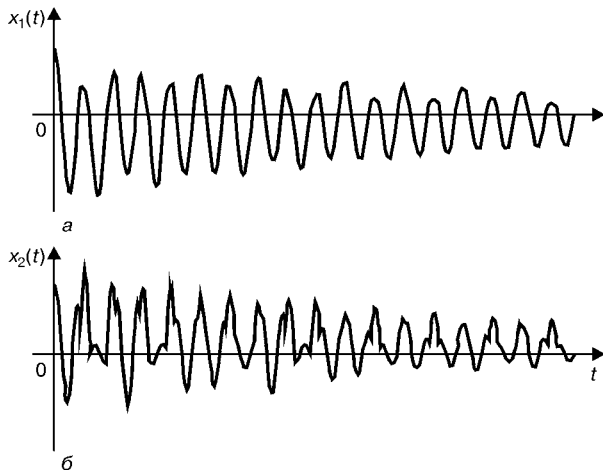


Рис. 2. График свободных колебаний основной (а) и дополнительной (б) масс

от абсолютно упругого ( $k = 1$ ) до абсолютно неупругого ( $k = 0$ ).

Из выражений (2), (3) находим скорости грузов после удара:

$$\dot{x}_1 = \frac{m_1 \dot{x}_1^0 + m_2 \dot{x}_2^0 - m_2 k (\dot{x}_1^0 - \dot{x}_2^0)}{m_1 + m_2}, \quad (4)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{m_1 \dot{x}_1^0 + m_2 \dot{x}_2^0 - m_1 k (\dot{x}_1^0 - \dot{x}_2^0)}{m_1 + m_2}. \quad (5)$$

Для решения системы (1) с учетом выражений (4), (5) для скоростей в момент удара применяем следующий подход. На первом этапе выполняем численное интегрирование системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих колебания модели, методом Рунге – Кутты. Для исследования полученного результата применяем дискретное преобразование Фурье на конечном интервале.

При численном решении задачи момент удара определялся следующим образом. Если в результате выполнения очередного шага интегрирования обнаруживаем, что  $x_2 > x_1$ , то, возвратившись к началу интегрирования, уменьшаем значение шага  $h$  до  $h_1$ , при котором  $(x_1 - x_2)/x_1 < \epsilon$ , где  $\epsilon$  – достаточно малая положительная величина. Вычислив значения скоростей грузов по формулам (4), (5), выполняем интегрирование исходной системы с шагом  $h - h_1$ .

В линейном случае, т. е. при движении единственного груза массой  $m = m_1 + m_2$ , имеют место гармонические колебания с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{m_1 + m_2}} \quad (6)$$

и амплитудой, определяемой из начальных условий. При  $m_2 \neq 0$  в системе будут происходить нерегулярные соударения колеблющихся масс  $m_1$  и  $m_2$ , вследствие которых колебательный процесс примет нестационарный характер (рис. 2). Учитывая энергетические расходы при соударении берегов трещины, следует, очевидно, принять  $k < 1$ , что обеспечит постепенное затухание колебаний, обусловленное наличием в системе повреждения.

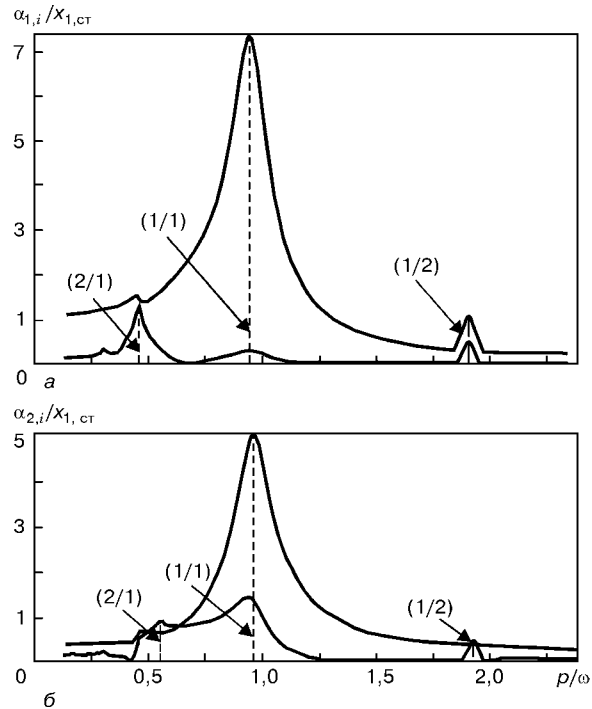


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика колебаний масс  $m_1$  (а) и  $m_2$  (б)

Из приведенного графика видно, что спектр колебаний второй массы существенно богаче по наличию высших гармоник, чем спектр первой массы. Эта особенность двухмассовой нелинейной колебательной модели повреждения может быть использована в качестве источника новых вибродиагностических критериев, которые, очевидно, не могли быть выявлены в рамках одномассовой модели.

**Вынужденные колебания.** Вынужденные колебания системы (рис. 1) под действием гармонической возбуждающей силы  $F$ , приложенной к основной массе  $m_1$ , описываются системой уравнений

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + 2h\dot{x}_1 + C_1 x_1 &= F \sin pt, \\ m_2 \ddot{x}_2 + 2h\dot{x}_2 + C_2 x_2 &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где наличие сопротивления учитывается коэффициентом демпфирования  $h$ .

При численном интегрировании системы уравнений (7) с учетом выражений (4), (5) для скоростей грузов после удара и последующем разложении полученного численного решения в ряды Фурье были получены следующие результаты.

Характер колебаний системы существенно зависит от значения коэффициента  $k$  и параметра демпфирования  $h$ . Так, при достаточно малом сопротивлении и коэффициенте восстановления, близком к единице ( $k \approx 0,8 \dots 1$ ), вынужденные колебания двухмассовой модели носят нестационарный характер. При этом так же, как и в случае свободных колебаний, спектральные характеристики массы  $m_2$  существенно выше, чем для  $m_1$ .

Далее при уменьшении коэффициента  $k$  и неизменном сопротивлении ( $h = \text{const}$ ) колебательный процесс постепенно устанавливается. Так, на

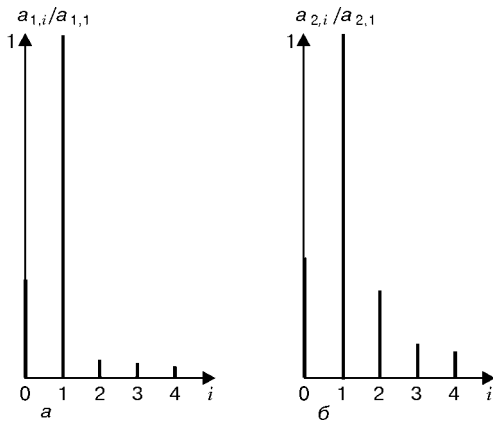


Рис. 4. Спектрограмма перемещений основной (а) и добавочной массы (б)

рис. 3 приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) колебаний рассматриваемой модели для первой и второй гармоник при следующих параметрах:  $C_2/C_1 = 0,9$ ,  $m_2/m_1 = 0,35$ ,  $k = 0,3$ ,  $\delta = 0,02$  — логарифмический декремент колебаний ( $\delta = 2\pi h/\omega$ ). Значение параметра  $\delta$  выбрано исходя из того, что в соответствии с [15] для цельных стальных изделий при отсутствии каких-либо энергетических потерь, кроме сил внутреннего трения, логарифмический декремент колебаний будет  $0,01...0,02$ . Символом ( $i/j$ ) на рис. 3 обозначен порядок соответствующего резонанса, равный порядковому номеру находящейся в резонансном режиме гармонической составляющей спектра. АЧХ построены в относительных координатах  $a_{1,i}/x_{1ст}$  ( $a_{2,i}/x_{1ст}$ ) и  $p/\omega$ , где  $a_{1,i}$  ( $a_{2,i}$ ) — амплитуды  $i$ -й гармоники колебаний массы  $m_1$  ( $m_2$ ),  $i = 1, 2$ ;  $x_{1ст} = F/C_1$  — величина статического отклонения массы  $m_1$  под действием силы  $F$ ;  $\omega$  — собственная частота колебаний исходной одномассовой системы, определяется по формуле (6). На графиках рис. 3 четко видны супер- и субгармонические режимы колебаний, которые иллюстрируют нелинейные резонансные свойства системы и поэтому могут быть положены в основу диагностической процедуры контроля. При этом наблюдается (рис. 3, б) существенно большая представительность второй гармоники в спектре колебаний массы  $m_2$  по сравнению с массой  $m_1$ . На рис. 4 представлены результаты спектрального анализа резонансных ко-

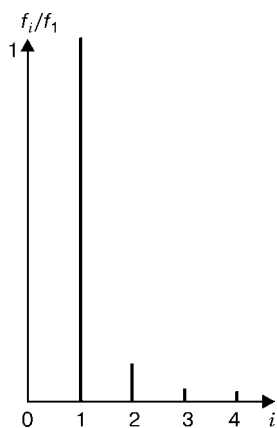


Рис. 5. Спектрограмма суммарной силы давления масс на горизонтальный подвес

лебаний ( $p = \omega$ ) системы, параметры которой приведены выше.

При увеличении параметра демпфирования  $h$  колебания рассматриваемой модели независимо от значения коэффициента  $k$  также устанавливаются. Время установления в каждом конкретном случае зависит от значения коэффициентов  $h$  и  $k$ .

На приведенных выше графиках и спектрограммах в качестве исходной использовали информацию о перемещениях элементов диагностируемой системы. Однако анализ напряжений в системе может оказаться не менее информативным. В рассматриваемой модели наиболее целесообразным в плане диагностики будет измерение суммарной силы, с которой колеблющиеся массы посредством своих пружин действуют на горизонтальную опору. В этом случае, во-первых, учитываются искажения в колебаниях обеих масс; во-вторых, исчезает двойственность при интерпретации результатов расчетов, которая в некотором смысле имела место при исследовании двухмассовой модели по перемещениям. Спектрограмма, полученная в результате гармонического анализа указанного силового воздействия, представлена на рис. 5. При этом параметры системы совпадали с использованными при построении спектрограмм рис. 4.

## ВЫВОДЫ

1. Предложена нелинейная двухмассовая модель явления акустической эмиссии, возникающей при колебаниях элементов механических конструкций с повреждениями.

2. На основе численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих колебания системы, с последующим разложением решения в ряды Фурье изучены свободные колебания предложенной модели и ее вынужденные колебания под действием гармонической возбуждающей силы при наличии сил сопротивления.

3. Варьирование параметров модели дает возможность описывать как стационарные, так и нестационарные режимы колебаний исследуемого объекта диагностики, т. е. проводить численные эксперименты по изучению вибраций изделий с трещинами при различных условиях.

4. Предложенная модель отражает все характерные особенности колебаний конструкций с повреждениями: уменьшение собственной частоты колебаний, наличие суб- и суперрезонансов, акустические эффекты.

Авторы выражают благодарность профессору Ройтману А. Б. за участие в обсуждении постановки задачи.

1. Бовсуновский А. П., Матаев В. В. Вибрационные характеристики усталостного повреждения стержневых элементов конструкций // Пробл. прочности. — 2002. — № 1. — С. 52–70.
2. Бурау Н. І. Аналіз моделей об'єкта діагностики з кусково-нелінійною характеристикою відновлювальної сили і методів їх аналітичного дослідження // Наук. вісті НТУУ КПІ. — 1999. — № 3. — С. 48–56.
3. Гельман Л. М., Горпинич С. В. Неразрушающий контроль трещин на основе декремента затухания свободных колеба-

- ний изделий // Техн. диагностика и неразруш. контроль. — 1998. — № 4. — С. 20–25.
4. Матвеев В. В. К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщение 1. Продольные колебания, аналитическое решение // Пробл. прочности. — 1997. — № 6. — С. 5–20.
  5. Ройтман А. Б., Пылов А. А., Александрова Н. Б. Продольные колебания консольного стержня с поперечной трещиной. Сообщение 1. Малые колебания // Там же. — 1999. — № 2. — С. 23–34.
  6. Цыфанский С. Л., Бересневич В. И., Магоне М. А. Вибродиагностика усталостных трещин в несущих поверхностях летательных аппаратов на основе использования нелинейных эффектов // Дефектоскопия. — 1993. — № 2. — С. 87–94.
  7. Шульженко Н. Г., Овчарова Г. Б., Билетченко В. П. Расчет характеристик колебаний многоопорного ротора с поперечной трещиной при малых статических деформациях // Пробл. прочности. — 1996. — № 2. — С. 92–99.
  8. Bayly P.V. On the spectral signature of weakly bilinear oscillators // ASME J. of Vibrations and Acoustics. — 1996. — № 118. — P. 352–361.
  9. Chondros T. G., Dimarogonas A. D., Yao J. Vibration of a beam with a breathing crack // J. of Sound and Vibration. — 2001. — 239, № 1. — P. 57–67.
  10. Ройтман А. Б., Шамровский А. Д. Диагностика трещин путем анализа форм вынужденных колебаний. Новые технологические процессы и надежность ГТД // Тр. Центр. ин-та авиац. моторостроения. — 1976. — № 4. — С. 41–46.
  11. Виброакустическая диагностика зарождающихся дефектов / Ф. Я. Балицкий, М. А. Иванова, А. Г. Соколова, Е. И. Хомяков. — М.: Наука, 1984. — 119 с.
  12. Неразрушающий контроль: В 5 кн. — М.: Высш. школа, 1991. — Кн. 2.: Методы акустического контроля / Под ред. В. В. Сухорукова. — 287 с.
  13. Аль-Хрейши А., Королев В. В. Экспериментальные методы исследования стадий развития трещин // Тез. Междунар. науч.-техн. конф. — Змиев, 1994. — С. 94–95.
  14. Ройтман А. Б. Использование акустического сигнала для диагностики поперечной трещины в консольном образце // Акуст. журнал. — 2000. — 46. — С. 685–690.
  15. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Вибропороглощающие свойства конструкционных материалов. — Киев: Наук. думка, 1971. — 376 с.

Запорож. гос. ун-т

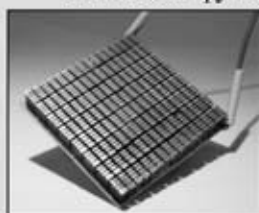
Поступила в редакцию  
20.11.2002

## ДИСТАНЦИОННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

В Институте физики полупроводников НАН Украины на базе тепловизионной камеры создана установка для дистанционного измерения статических и динамических картин тепловых полей в спектральном диапазоне 8–12 мкм. Установка состоит из блоков формирования и компьютерной обработки термоизображений в реальном масштабе времени, а программное обеспечение позволяет воспроизводить цветное тепловое изображение объекта с частотой 25 кадр/с. Предусмотрены функции «вычитания» изображений, измерения локальных температур и их профилей, а также построения трехмерной картины поля.

Наличие нескольких сменных объективов и ИК-микроскоп позволяют настраивать систему на различные режимы измерений макро- и микрообъектов в диапазоне температур от 20 °С до 1500 °С с пространственным разрешением < 20 мкм и временным разрешением < 20 мкс при погрешности измерений < 2%. Температурное разрешение не хуже 0,07 °С при 300 К. Предусмотрена также возможность измерения мощности тепловых потоков в режиме инфракрасного видения.

Установка функционирует в стационарном и полевом вариантах.



Приглашаем  
к сотрудничеству  
на «first-frame-free» основе.  
Тел./факс: (38 044) 265-57-97  
E-mail: malyut@isp.kiev.ua