

# ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИХРЕТОКОВОМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕ НА ОСНОВЕ ЗАКОНА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

А. А. ГЕЙЗЕР

Электромагнитные методы неразрушающего контроля и диагностики токопроводящих изделий нашли широкое применение в современной промышленности, технике, особенно в трех областях неразрушающего контроля: дефектоскопии, толщинометрии и структуроскопии [1–4]. Между тем теоретическое осмысление физических процессов, происходящих в аппаратуре при этом методе контроля, вызывает определенные трудности. В равной степени это утверждение относится и к разработке инженерных методов расчета вихретоковых преобразователей (ВТП) и особенно многоэлементных, которые могут найти широкое применение [5]. Это обусловлено сложным математическим аппаратом, применяемым для его объяснения. Так, для этого метода контроля необходимо найти решение уравнений Максвелла [6], записанных в дифференциальной форме в виде

$$\operatorname{rot} \vec{H} = J_{\text{полн}}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t, \quad (2)$$

где  $H$  и  $E$  — векторы напряженности магнитного и электрического полей соответственно;  $B$  — вектор магнитной индукции;  $J_{\text{полн}}$  — вектор плотности полного тока, равный сумме векторов плотности токов проводимости  $J_{\text{пр}}$ , смещения  $J_{\text{см}}$ , переноса  $J_{\text{пер}}$  и сторонних  $J_{\text{стор}}$ ;  $t$  — время.

Уравнения (1), (2) после ряда допущений, характерных для этого метода контроля, таких как отсутствие токов смещения и тока переноса в линейной изотропной проводящей среде, сводятся к одному уравнению Фурье [7] вида

$$\nabla^2 \vec{H} - \sigma \mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\operatorname{rot} J_{\text{стор}}, \quad (3)$$

где  $\nabla$  — оператор Гамильтона;  $\sigma$  — удельная электрическая проводимость;  $\mu_a = \mu_0 \mu_r$  — абсолютная магнитная проницаемость;  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

Уравнения (1), (2) можно свести к уравнению векторного потенциала  $A$ , определяемого выражением

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}.$$

Для неподвижной линейной изотропной среды уравнение векторного потенциала при монохроматическом возбуждении имеет вид

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu_a \vec{J}_{\text{стор}}, \quad (4)$$

где  $k^2 = j\omega \mu_a \sigma$ ;  $j = \sqrt{-1}$ ;  $\omega$  — круговая частота.

Для анализа зависимости сигналов вихретокового преобразователя от параметров объектов и режимов контроля используют математические модели в виде витка радиуса  $R_b$  и пренебрежимо малого сечения с переменным током  $I_b$ , размещенного вблизи объекта [7]. Решая уравнения (3) или (4) с соответствующими граничными условиями, находим интегральные выражения для  $H$  или для  $A$  в виде  $A = A_0 + A_{\text{вн}}$ , где  $A_{\text{вн}}$  — вносимая в преобразователь составляющая  $A$ , обусловленная реакцией объекта. Для перехода к комплексной ЭДС  $E$ , вносимой в измерительную обмотку малого сечения за счет влияния объекта, воспользуемся формулами

$$E = -j\omega w_n \Phi, \quad E = -j\omega w_n l A, \quad (5)$$

считая  $l = 2\pi R_n$ , где  $R_n$  — радиус измерительной обмотки;  $w_n$  — число витков измерительной обмотки. Если возбуждающая обмотка содержит  $w_b$  витков, то в уравнении (5) нужно ввести множитель  $w_b$ .

Из выражений (1)–(5) видно, что для решения задачи определения ЭДС на зажимах измерительной обмотки необходимо решать сложные математические уравнения. При этом за сложными выражениями затухает физический смысл решаемой задачи, что нередко вызывает дополнительные трудности. Это связано с тем, что уравнение (2) закона электромагнитной индукции, на наш взгляд, не имеет в записанном виде самостоятельного значения. Для его применения необходимо использовать уравнение (1), поэтому в представленном виде решение задачи выглядит как единственно возможное. Кроме того, следует отметить, что классические формулы с применением соотношения (2) для описания принципа работы трансформатора, что применимо и для ВТП, дают разительное несоответствие положений теории, данным эксперимента и практики [9]. Это несоответствие состоит в том, что согласно классической теории входное  $U_1$  и выходное  $U_2$  напряжения трансформатора находятся в противофазе, в то время, как результаты опытов свидетельствуют, что между указанными напряжениями нет противофазы. Здесь также следует отметить, что полученные решения уравнений (1)–(5) [7] в виду их сложности трудно применить для расчета вихретоковых преобразователей и особенно многоэлементных. В связи с отмеченным выше, актуальной является проблема разработки инженерных методов расчета вихретоковых датчиков.

По своей сути вихретоковые преобразователи построены на явлении электромагнитной индукции, поэтому для описания принципа работы ВТП достаточно одного уравнения этого закона, записанного в развернутой форме. На наш взгляд, такой фор-

мой является наша формула записи закона электромагнитной индукции [8], имеющая вид

$$\epsilon_n = \frac{A_{\text{стор}}}{q} - \frac{d\Psi}{dt}, \quad (6)$$

где  $\epsilon_n$  — ЭДС индукции;  $A_{\text{стор}}$  — работа сторонних сил по перемещению заряда  $q$  по какому-то замкнутому контуру;  $d\Psi$  — изменение потокосцепления за время  $dt$ .

Применим уравнение (6) для описания электромагнитных процессов в обмотках ВТП. При этом для конкретизации задачи будем иметь в виду накладные преобразователи [6] как наиболее универсальные и распространенные. Для рассматриваемого случая на основе формулы (6) и второго закона Кирхгофа для замкнутых цепей можно записать следующие уравнения. Для возбуждающей обмотки ВТП

$$I_b r_b = \frac{A_{\text{ст}}}{q} - \left[ \frac{d(w_b \Phi_b)}{dt} - \frac{d(w_b \Phi_n)}{dt} - \frac{d(w_b \Phi_{\text{изд}})}{dt} \right], \quad (7)$$

где  $I_b$  — ток в возбуждающей обмотке;  $r_b$  — сопротивление возбуждающей обмотки;  $A_{\text{ст}}$  — работа сторонних сил по перемещению заряда  $q$  по возбуждающей обмотке;  $\Phi_b$  — поток самоиндукции;  $\Phi_n$  — магнитный поток, создающийся измерительной обмоткой;  $\Phi_{\text{изд}}$  — магнитный поток, создающийся контролируемым изделием.

Для измерительной обмотки аналогичное уравнение имеет вид

$$I_n R_n + I_n r_n = \frac{A_{\text{стн}}}{q_n} - \left[ \frac{d(w_n \Phi_n)}{dt} - \frac{d(w_n \Phi_{\text{изд}})}{dt} \right], \quad (8)$$

где  $I_n$  — ток в измерительной обмотке;  $R_n$  — сопротивление нагрузки измерительной обмотки;  $r_n$  — собственное сопротивление измерительной обмотки;  $A_{\text{стн}}$  — работа сторонних сил по перемещению заряда  $q_n$  по измерительной обмотке.

Применим уравнение (6) для контролируемого изделия. При этом будем считать, что в контролируемом изделии под действием сторонних сил создается один виток с током, обуславливающий появление магнитного потока изделия. В этом случае уравнение (6) имеет следующий вид:

$$\epsilon_{\text{изд}} = \frac{A_{\text{стизд}}}{q_{\text{изд}}} - \left[ \frac{d(\Phi_{\text{изд}})}{dt} - \frac{d(\Phi_n)}{dt} \right], \quad (9)$$

где  $\epsilon_{\text{изд}}$  — ЭДС, индуцируемая в контролируемом изделии;  $A_{\text{стизд}}$  — работа сторонних сил по перемещению заряда  $q_{\text{изд}}$  по изделию.

Предлагаемые уравнения (7)–(9) записаны исходя из следующих положений. Если к возбуждающей обмотке ВТП подключить источник с ЭДС  $\epsilon_{\text{ис}}$ , величина которой равна отношению  $A_{\text{стн}}/q$ , то в ней возникает переменный ток  $I_b$ , создающий в сердечнике ВТП переменный магнитный поток  $\Phi_b$ . При этом на возбуждающей обмотке появится ЭДС индукции  $\epsilon_{\text{инд}}$ , которая согласно нашей трактовке закона электромагнитной индукции подсчитывается по формуле

$$\epsilon_{\text{инд}} = \frac{A_{\text{ст1}}}{q} - \left[ \frac{d(w_b \Phi_b)}{dt} - \frac{d(w_b \Phi_n)}{dt} - \frac{d(w_b \Phi_{\text{изд}})}{dt} \right],$$

где  $A_{\text{ст1}}$  — работа сторонних сил по перемещению заряда  $q$  по возбуждающей обмотке ВТП.

Применив к цепи возбуждающей обмотки второй закон Кирхгофа, получим уравнение (7). При этом учтено, что  $I_e r_e = \epsilon_{\text{ис}} + \epsilon_{\text{инд}}$  и  $\frac{A_{\text{ст}}}{q} = \frac{A_{\text{стн}}}{q} + \frac{A_{\text{ст1}}}{q}$ . Будем

рассматривать ВТП, у которого магнитный поток полностью локализован в сердечнике и целиком пронизывает витки возбуждающей и измерительной обмоток, а также возбуждает вихревые токи в контролируемом изделии. Изменение потока в возбуждающей обмотке вызывает появление в контролируемом изделии ЭДС индукции, в измерительной обмотке ЭДС — взаимной индукции, равной отношению  $A_{\text{стн}}/q_n$ , а в возбуждающей — ЭДС самоиндукции, равной  $d(W_b \Phi_b)/dt$ . Если измерительная обмотка, обладающая сопротивлением  $r_n$ , соединена с нагрузкой, имеющей сопротивление  $R_n$ , то в ней появится ток  $I_n$ , который создаст поток  $\Phi_n$ . Так как причиной появления потока  $\Phi_n$  является поток  $\Phi_b$ , то оба потока на основании правила Ленца направлены встречно. В наших уравнениях будем считать, что поток  $\Phi_b$  имеет положительное направление, а поток  $\Phi_n$  — отрицательное. Изменяющийся поток  $\Phi_n$  создаст в возбуждающей и измерительной обмотках, а также в контролируемом изделии соответствующие электродвижущие силы, которые отражены в виде членов  $d(w_b \Phi_n)/dt$ ,  $d(w_n \Phi_n)/dt$  и  $d(\Phi_n)/dt$ . Аналогичным образом изменится поток, возникающий в контролируемом изделии  $\Phi_{\text{изд}}$ . Он создает в возбуждающей и измерительной обмотках соответствующие ЭДС, что учтено в уравнениях (7) и (8) соответствующими членами. Уравнение (9) составлено по аналогии с выражениями (6)–(8).

В связи с тем, что величина отношения  $A_{\text{ст}}/q$  в уравнении (7) равна ЭДС источника  $\epsilon_b$ , подключенного к возбуждающей обмотке, а такая же величина в уравнениях (8) и (9) равна ЭДС наводимой потоком  $\Phi_b$  в измерительной обмотке и равна  $d(w_n \Phi_b)/dt$ , и в контролируемом изделии равна  $d(\Phi_b)/dt$ , то с учетом знаков потоков, а также приняв во внимание, что обмотки намотаны в одну сторону и количества витков  $w_b$  и  $w_n$  являются величинами постоянными и не меняются со временем, уравнения (7)–(9) примут вид

$$I_b r_b = \epsilon_b - \left[ w_b \frac{d(\Phi_b)}{dt} - w_b \frac{d(\Phi_n)}{dt} - w_b \frac{d(\Phi_{\text{изд}})}{dt} \right], \quad (10)$$

$$I_n R_n + I_n r_n = w_n \frac{d(\Phi_b)}{dt} - \left[ w_n \frac{d(\Phi_n)}{dt} - w_n \frac{d(\Phi_{\text{изд}})}{dt} \right], \quad (11)$$

$$\epsilon_{\text{изд}} = \frac{d(\Phi_b)}{dt} - \left[ \frac{d(\Phi_{\text{изд}})}{dt} - \frac{d(\Phi_n)}{dt} \right]. \quad (12)$$

Рассмотрим режим работы ВТП, который чаще всего встречается на практике, когда сопротивление нагрузки измерительной обмотки  $R_n$  стремится к бесконечности, а ток  $I_n$  стремится к нулю. Этот режим возникает, например, при измерении напряжения на измерительной обмотке вольтметром с высоким входным сопротивлением. В этом случае измерительная обмотка не создает магнитного потока, а напряжение на резисторе нагрузки  $R_n$  равно ЭДС

$\epsilon_n$  на измерительной обмотке, поэтому уравнения (10)–(12) принимают вид

$$I_n r_n = \epsilon_n - \left[ w_n \frac{d(\Phi_n)}{dt} - w_n \frac{d(\Phi_{изд})}{dt} \right], \quad (13)$$

$$\epsilon_n = w_n \frac{d(\Phi_n)}{dt} + w_n \frac{d(\Phi_{изд})}{dt}, \quad (14)$$

$$\epsilon_{изд} = \frac{d(\Phi_n)}{dt} - \frac{d(\Phi_{изд})}{dt}. \quad (15)$$

Уравнения (7), (8), а также следующие из них соотношения (10), (11), (13) и (14) описывают электромагнитные процессы собственно в вихретоковом преобразователе, а выражения (9), (12) и (15) — в контролируемом изделии. Так как целью настоящей работы является исследование процессов в ВТП, то мы в дальнейшем будем анализировать только уравнения, ему соответствующие. Рассмотрение же процессов в контролируемом изделии на основе закона электромагнитной индукции является предметом самостоятельных исследований и будет описано отдельно.

Из формулы (14) видно, что для трансформаторных ВТП, имеющих как минимум две обмотки (возбуждающую и измерительную), ЭДС измерительной обмотки зависит от параметров возбуждающего сигнала и определяется первым членом в правой части выражения. Кроме того, ЭДС измерительной обмотки зависит от изменения магнитного потока, создаваемого контролируемым изделием, и определяется вторым членом в правой части выражения (14).

Для параметрических ВТП, содержащих одну возбуждающую обмотку, на наш взгляд, наиболее удобным параметром контроля является ток, потребляемый в цепи возбуждающей обмотки. Как видно из формулы (13), он также зависит как от параметров возбуждающего сигнала, так и от параметров контролируемого изделия.

Как видно из приведенных формул (13), (14), влияние контролируемого изделия на измеряемые параметры ВТП заключается в том, что как в трансформаторных, так и в параметрических ВТП в преобразователь вносится ЭДС, обусловленная реакцией объекта контроля. Эта ЭДС может быть определена по выражениям, полученным в [7].

Рассмотрим более подробно случай использования полученных уравнений (13), (14) для трансформаторных ВТП как наиболее распространенный в практике неразрушающего электромагнитного контроля. Для определения зависимости ЭДС на измерительной обмотке от параметров возбуждающего сигнала и контролируемого изделия, получим из уравнения (13) величину  $d(\Phi_n)/dt$  и подставим её значение в уравнение (14):

$$\epsilon_n = \frac{w_n}{w_b} \epsilon_b - \frac{w_n}{w_b} I_n r_n + 2w_n \frac{d(\Phi_{изд})}{dt}. \quad (16)$$

Из уравнения (16) видно, что использование трансформаторных ВТП более предпочтительно, чем параметрических, так как они обладают большей чувствительностью к параметрам контролируемого изделия. Этот вывод следует из того факта,

что ЭДС, вносимая изделием, входит с коэффициентом 2 в выражение для ЭДС измерительной обмотки (16).

При инженерных расчетах вихретоковых датчиков удобно величины, входящие в уравнения (13), (14) выразить через индуктивности и взаимные индуктивности обмоток ВТП. В связи с этим указанные уравнения преобразуются к следующему виду:

$$I_n r_n = \epsilon_n - L_b \frac{d(I_n)}{dt} + L_{изд б} \frac{d(I_{изд})}{dt}, \quad (17)$$

$$\epsilon_n = L_{вн} \frac{d(I_n)}{dt} + L_{изд и} \frac{d(I_{изд})}{dt}, \quad (18)$$

где  $L_b$  — индуктивность возбуждающей обмотки;  $L_{изд в}$  — взаимная индуктивность контролируемого изделия и возбуждающей обмотки;  $I_{изд}$  — ток, создающийся в изделии;  $L_{вн}$  — взаимная индуктивность возбуждающей и измерительной обмоток ВТП;  $L_{изд и}$  — взаимная индуктивность изделия и измерительной обмотки.

Входящие в выражения (17), (18) индуктивности и взаимные индуктивности обмоток ВТП вводятся исходя из следующих положений. Учтя, что магнитный поток  $\Phi = BS$ , где  $B$  — индукция магнитного поля, а  $S$  площадь поперечного сечения, пронизываемая потоком, а также приняв во внимание зависимость магнитной индукции от тока  $I$  в виде соотношения  $B = \mu_0 \mu \frac{\omega}{l} I$ , где  $\mu$  — магнитная проницаемость среды;  $l$  — длина соответствующей обмотки ВТП при числе витков  $\omega$ , выразим, например, соотношение  $w_b \frac{d(\Phi_b)}{dt}$  в виде

$$w_b \frac{d(\Phi_b)}{dt} = \mu_0 \mu \frac{w_b^2}{l_b} S_b \frac{d(I_b)}{dt} = L_b \frac{d(I_b)}{dt}, \quad (19)$$

где  $L_b = \mu_0 \mu \frac{\omega_b^2}{l_b} S_b$  — индуктивность возбуждающей обмотки ВТП.

По формулам, аналогичным (19), вводятся взаимные индуктивности, входящие в выражения (17), (18). Необходимые сведения для расчета индуктивностей и взаимных индуктивностей можно найти в справочной книге [10].

## ВЫВОДЫ

Полученные на основе закона электромагнитной индукции выражения (7)–(9), позволяют в наглядной форме представлять характер процессов, протекающих в обмотках вихретокового преобразователя и в контролируемом изделии, и на их основании вести анализ зависимости сигналов ВТП применительно к конкретной ситуации. В частности из анализа полученных выражений следует, что в случае накладных преобразователей применение трансформаторных ВТП более предпочтительно, чем параметрических, так как они обладают большей чувствительностью к параметрам контролируемого изделия. Кроме того, из выражений (7)–(12) видно, что при наличии измерительной обмотки в случае протекания тока по ней, как в случае трансформаторных, так и в случае параметрических ВТП, в

измеряемые величины вносятся дополнительные погрешности. С целью их устранения необходимо стремиться к уменьшению величины тока в измерительной обмотке, для чего следует применять измерительные приборы с высоким входным сопротивлением.

На основе полученных выражений, ввиду их простоты и наглядности, можно достаточно просто произвести расчет вихретоковых датчиков и, в частности, многоэлементных.

1. Герасимов В. Г., Ключев В. В., Шатерников В. Е. Методы и приборы электромагнитного контроля промышленных изделий. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 272 с.
2. Дорофеев А. Л. Электроиндуктивная дефектоскопия. — М.: Машиностроение, 1967. — 305 с.
3. Дорофеев А. Л. Индукционная структуроскопия. — М.: Энергия, 1973. — 197 с.

4. Справочное пособие по неразрушающим методам контроля / Пер. с нем. под ред. Мак-Мастера. — М.: Энергия, 1975. — 386 с.
5. Гейзер А. А. Электромагнитное диагностическое устройство на основе аналогоцифрового преобразователя // Техн. диагностика и неразруш. контроль. — 2000. — № 2. — С. 42–46.
6. Неразрушающий контроль качества изделий электромагнитными методами / В. Г. Герасимов, Ю. А. Останин, А. Д. Покровский и др. — М.: Энергия, 1978. — 216 с.
7. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий / Справ. Под ред. Ключева В.В. 2 изд. — М.: Машиностроение, 1986. — Том 2. — 352 с.
8. Гейзер А. А. Использование некоторых выражений закона электромагнитной индукции // Электричество. — 1996. — № 10. — С.73–76.
9. Китаев А. В. Причины спора по описанию поведения трансформатора // Технічна електродинаміка. — 1998. — № 3. — С. 74–76.
10. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. — Л.: Энергия, 1970. — 416 с.

Приазовский гос. техн. ун-т,  
Мариполь

Поступила в редакцию  
10.01.2001

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ**  
**ИНСТИТУТ ФИЗИЧЕСКОЙ ХИМИИ ИМ. Л.В.ПИСАРЖЕВСКОГО**  
**ГП «КОЛОРАН»**

**МАТЕРИАЛЫ «ИФХ-КОЛОР»**

1. Наборы материалов для цветной и люминесцентной дефектоскопии.
2. Комплекты «МАГЭКС» для магнитно-порошкового контроля с намагничивающим устройством на постоянных магнитах.
3. Проявители течей испытательных и рабочих сред.
4. Средства контроля пористости защитных покрытий.
5. Средства очистки и защиты металлических поверхностей от ржавчины.
6. Герметики различного назначения.
7. Силиконовая смазка, лако-красочные и др. материалы для ремонта и консервации металлических и бетонных конструкций.

**НАЗНАЧЕНИЕ**

- ВИЗУАЛЬНОЕ ВЫЯВЛЕНИЕ И ЛИКВИДАЦИЯ ДЕФЕКТОВ
- ПОДГОТОВКА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ
- ЗАЩИТА ОТ КОРРОЗИИ И КОНСЕРВАЦИЯ МЕТАЛЛОКОНСТРУКЦИЙ

**МАТЕРИАЛЫ «ИФХ-КОЛОР» ЭТО:**

- ✓ пожаробезопасность;
- ✓ экологическая чистота и отсутствие высокотоксичных компонентов;
- ✓ высокая производительность;
- ✓ простота, надежность и безопасность технологии, успешно апробированной на ведущих предприятиях аэрокосмического комплекса, энергетики, судостроения, химического и нефтяного машиностроения.

По вопросам поставки материалов, проведения технологических консультаций и оказания сервисных услуг просим обращаться по адресу:

**03028, УКРАИНА, г.Киев-28, пр-т Науки, 31**  
**ГП «КОЛОРАН» ИФХ НАН Украины**  
**факс: 265-95-29; 265-65-67.**

## **КАЛЕНДАРЬ КОНФЕРЕНЦИЙ и ВЫСТАВОК**

**2001**

### **АПРЕЛЬ**

3–6: Международная конференция и выставка «Проблемы обеспечения качества в сварочном производстве», ИЭС им.Е.О.Патона, Киев, Украина

24–27: Пятая конференция-выставка Ассоциации «ОКО»: «Неразрушающий контроль-2001», ИЭС им.Е.О.Патона НАНУ, Киев, Украина

24–26: COFREND 2001 NDT Congress: «NDT and Corrosion», Reims, France

### **МАЙ**

21–23: Annual Conference of the German Society for NDT, Berlin, Germany

23–25: Третья международная конференция «Диагностика и контроль трубопроводов», Москва, Россия

### **ИЮНЬ**

XVII Петербургская конференция «Ультразвуковая дефектоскопия металлоконструкций», пос. Репино, Санкт-Петербург, Россия

20–26: International Simposium «NDT in Progress», Trest, Czech Republic

### **СЕНТЯБРЬ**

10–14: 9-й Ежегодный семинар-выставка «Современные методы и средства неразрушающего контроля и технической диагностики», Ялта, Украина

17–21: 10th Asia-Pasific Conference on Non-Destructive Testing, Brisbane, Australia

18–20: 40th Annual British Conference on NDT: NDT 2001, Coventry, UK

24–26: First Middle East NonDestructive Testing Conference and Exhibition - Nondestructive Testing Technologies for Improving Safety and Reliability of the Oil and Petrochemical Industries, Bahrain

### **НОЯБРЬ**

14–16: 3rd International Conference on NDE in Relation to Structural Integrity for Nuclear and Pressurized Components, Seville, Spain

**2002**

### **ИЮНЬ**

17–21: 8-я Европейская конференция по неразрушающему контролю, Барселона, Испания