УДК 550.312

Гравитационный потенциал: определение и измерение в точках поверхности несферического неоднородного тела

© *И. В. Карпенко, 2011*

Украинский государственный геологоразведочный институт, Киев, Украина
Поступила 3 декабря 2010 г.
Представлено членом редколлегии В. И. Старостенко

Виходячи з положень загальної теорії відносності, гравітаційний потенціал Ф точки на поверхні неоднорідного тіла з близькою до еліпсоїдальної формою у першому (після ньютонівського) наближенні $Ф_1$ може бути поданий добутком $Ф_1$=*gR*. Обидві величини вимірюються апаратурно через перші та другі похідні від Ф і є локальними характеристиками точки. Відповідно і прискорення для неоднорідного несферичного тіла типу геоїда масою *M* набуває вигляду $g=GM/R^2$.

Достовірність першого наближення доведено на прикладах розв'язку деяких задач фізики Землі. Можливість прямих замірів гравітаційного потенціалу в точках реальної поверхні Землі відкриває перспективи розв'язку багатьох прикладних задач, пов'язаних з оцінкою енергетичного стану окремих ділянок Землі.

According to provisions of general theory of relativity gravity potential Ф of the point on the surface of heterogeneous body with a form close to ellipsoidal one in the first (after the newtonian) approximation Ф1 may be presented as a product $Ф_1$=*gR*. Both values are measured instrumentally through the first and second derivatives of Ф and are the local characteristics of the point. And an acceleration accordingly for heterogeneous nonspherical body of a geoid type with a mass M looks like $g=GM/R^2$.

Authenticity of the first approximation is proved on the examples of solving some problems of the Earth physics. A possibility of direct measurement of gravity potential in the points of real surface of the Earth offers the challenge of solving many application dependent problems of energy state of separate areas of the Earth.

Постановка задачи. В физике Земли существует класс задач, решение которых требует знания не геодинамической характеристики системы, определяемой через силовые функции, например ускорение силы тяжести, а геостатической характеристики, требующей знания энергетического состояния системы. От того, находится система в энергетически равновесном или неравновесном состоянии, зависит характер и направление дальнейшей ее эволюции или переход в совершенно новое состояние через катастрофическое изменение предыдущего. Энергетическое состояние системы определяется гравитационным потенциалом.

Приведем примеры. Обращающаяся вокруг одной из своих главных осей инерции Земля, внутри которой происходит перемещение вещества, изменяет свое энергетическое состояние в направлении достижения энергетического равновесия, определяемого равенством моментов инерции тела по двум главным осям обращения. После достижения такого состояния осью обращения становится третья главная ось, т. е. происходит катастрофа, заключающаяся в ортогональном изменении оси обращения Земли [Карпенко, 2007; Кузьмичев, 1989]. В энергетическом отношении в процессе достижения равновесия поверхность Земли становится практически эквипотенциальной, т. е. поверхностью почти равных потенциалов. И достаточно небольших флуктуаций этого потенциала, вызванных внутренними или внешними причинами, чтобы произошло катастрофическое изменение состояния системы, выражающееся в ортогональном изменении оси обращения Земли.

В этом примере действующим фактором, приводящем к катастрофе, выступает не сила, а совершенно эволюционный факт достижения Землей состояния энергетического (изостатического) равновесия, который и становится причиной последующей катастрофы. В понятиях термодинамики это соответствует второму началу термодинамики (в наиболее общей его формулировке): при реальных (необратимых) адиабатических процессах энтропия возрастает, достигая максимального значения в состоянии равновесия системы. Но второе начало термодинамики не является абсолютным, оно нарушается при наличии флуктуаций, что и приводит к катастрофическому изменению состояния системы.

Второй пример. Перед землетрясением, как правило, наступает состояние некоего затишья. Участок Земли в процессе опять-таки эволюционного развития достигает некоторого стабильного, но неустойчивого энергетического состояния, которое малейшими изменениями (флуктуациями) переводится в более устойчивое после осуществления землетрясения. О том, что после крупных землетрясений состояние Земли характеризуется большей устойчивостью, свидетельствует наблюдаемое впоследствии уменьшение времени суток, т. е. увеличение скорости обращения Земли вокруг своей оси.

Если в первом примере изменение энергетического состояния происходило от равновесного до катастрофы к неравновесному состоянию после нее, то во втором, тоже катастрофическом процессе, наоборот, от неравновесного состояния к более равновесному. В первом случае эквипотенциальная поверхность Земли после катастрофы становится неэквипотенциальной, во втором, наоборот, существующая разность между гравитационным потенциалом участка и равновесным значением этого потенциала уменьшается. Но в обоих случаях отслеживание состояния системы необходимо производить через оценку значения гравитационного потенциала — как энергетической характеристики, а не силовой характеристики — ускорения силы тяжести, хоть в отдельных случаях такая возможность тоже сохраняется. Добавим, что попытки решения и других изостатических задач (задач изостазии) в силовой постановке (через анализ ускорений) практически оказались неудачными все по той же причине.

Основной причиной неиспользования постановок «энергетических» задач в физике Земли является отсутствие методов непосредственного измерения гравитационного потенциала в локальной точке поверхности Земли, вне Земли или внутри ее. Это и является предметом настоящей статьи.

Существующие методы оценки значений гравитационного потенциала. В настоящее время считается, что точное значение гравитационного потенциала

$$\Phi = G\int r^{-1}dm + \left(\omega^2/2\right)\left(x^2+y^2\right), \qquad (1)$$

где G — гравитационная постоянная, r — расстояние до центра масс Земли, m — масса с плотностью ρ (x, y, z), ω — угловая скорость вращения Земли вокруг собственной оси, x, y, z — декартовы координаты, определить невозможно, поскольку неизвестно распределение масс в Земле, т. е. ρ (x, y, z), и ее точная ρ фигура. Поэтому ограничиваются приближенным вычислением потенциала, которое выполняется при некоторых допущениях. Собственно анализ этих допущений и должен дать ответ на вопрос о допустимости и точности этих приближений.

Знание потенциала впервые оказалось необходимым в геодезии для определения фигуры Земли. Решение этой задачи предполагает знание уровенной (эквипотенциальной) поверхности Земли. Принципиальная возможность определения уровенной поверхности по гравитационному полю доказывается теоремой Стокса [Пантелеев, 2000].

Если уровенная поверхность S, целиком охватывающая массы, известна, а также известны масса M и угловая скорость вращения ω, то сила тяжести g однозначно определяется как на самой поверхности, так и во всем внешнем пространстве, т. е.

$$g = F\left(S, M, \omega\right). \qquad (2)$$

Обратная задача — определение фигуры Земли, т. е. уровенной поверхности S — ставится следующим образом: требуется определить S по заданным M, g и ω, т. е.

$$S = \psi\left(g, M, \omega\right). \qquad (3)$$

Основная трудность решения этой задачи связана с определением g на уровенной поверхности, поскольку на практике ускорение силы тяжести определяется на физической поверхности — поверхности реальной Земли. Возникает задача редукции — переноса значений g с физической поверхности на уровенную поверхность (геоид).

Решение этой задачи предложил М. С. Молоденский. Он доказал, что достаточно все измерения выполнить на физической поверхности, но кроме силы тяжести необходимо знать еще и приращение потенциала. Однако при этом поверхность, на которую редуцируются измерения с физической поверхности, несколько отличается от уровенной поверхности (геоида), поэтому она получила название квазигеоида. Поверхность квазигеоида определяется значениями гравитационного потенциала на земной поверхности. Фигуру квазигеоида определяют методом астрономо-гравиметрического нивелирования или через предварительное определение возмущающего потенциала по материалам наземных гравиметрических съемок и наблюдений за движением искусственных спутников Земли. Последние данные необходимы в связи с недостаточной гравиметрической изученностью некоторых областей Земли.

Приближенное вычисление гравитационного потенциала осуществляют посредством разложения подынтегральной функции $1/r$ в уравнении (1) в бесконечный ряд с последующим ограничением числа членов ряда сообразно с необходимой точностью вычислений. На основании полученного в виде ряда уравнения для Φ находится также в виде ряда выражение для ускорения g. Путем сравнения полученных таким образом аналитических значений g с наблюденными g на земной поверхности находятся коэффициенты этого ряда [Миронов, 1980; Гравиразведка, 1990].

Если поместить начало координат в центр масс Земли, а оси координат совместить с главными осями инерции, то разложение гравитационного потенциала Земли будет иметь вид [Жарков, 1983]

$$V=\frac{GM}{r}\left\{1-\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^{n}J_nP_n(t)+\right. \tag{4}$$

$$\left.+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^{n}P_n^m(t)\left(A_{nm}\cos m\lambda+B_{nm}\sin m\lambda\right)\right\},$$

где $V=\Phi-(\omega^2/2)(x^2+y^2)$; r, θ, λ — сферические координаты в точке наблюдений; $t=\cos\theta$, P_n — полином Лежандра n-го порядка (полином n-го порядка относительно $\cos\theta$); P_m^m — присоединенные полиномы Лежандра — полиномы n-го порядка относительно $\cos\theta$ и $\sin\theta$, J_n; A_{nm}, B_{nm} — гравитационные моменты, определяемые экспериментально по траекториям искусственных спутников. Например, гравитационный момент имеет вид

$$J_2=\frac{C-A}{Ma^2}, \tag{5}$$

где C — момент инерции относительно полярной оси, A — момент инерции относительно экваториальной оси, a — экваториальный радиус Земли. Другими словами, гравитационный момент J_2 определяется инерционными моментами Земли, что является следствием принципа эквивалентности инертной и гравитационной масс, устанавливаемого в общей теории относительности (теории тяготения).

Зональные моменты J_n в разложении (4) вызывают вековые возмущения орбит искусственных спутников Земли, а тессеральные моменты A_{nm} и B_{nm} — короткопериодические изменения элементов орбит.

После ряда упрощений выражение (4) преобразуется к виду [Пантелеев, 2000]

$$V=\frac{GM}{r}+\frac{G}{2r^3}\left(1-3\sin^2\varphi'\right)\left(C-\frac{A+B}{2}\right)+$$

$$+\frac{3G}{4r^3}(B-A)\cos^2\varphi'\cos 2\lambda, \tag{6}$$

где введены сферические координаты — геоцентрическая широта φ' и долгота λ, отсчитываемая от плоскости $x0z$:

$$x=r\cos\varphi'\cos\lambda,\; y=r\cos\varphi'\sin\lambda,\; z=r\sin\varphi'. \tag{7}$$

Формула (6) считается точной до малых второго порядка, если за малую первого порядка считать сжатие Земли $\alpha\cong 1/300$. Первый член в выражении (6) представляет собой потенциал шара с массой, равной массе Земли; второй, зависящий от широты φ', дает добавочное действие экваториальному вздутию Земли; третий, содержащий долготу λ, учитывает неравномерное распределение масс по долготе.

Проанализируем состояние проблемы определения гравитационного потенциала на поверхности Земли. Во-первых, применение формулы Стокса для установления высот геоида относительно общего земного эллипсоида как составляющей в задаче определения потенциала требует, чтобы интегрирование осуществлялось по гравитационным аномалиям всей поверхности Земли, более двух третей которой покрыта морями и океанами [Пантелеев, 2000]. В общем, это техническая проблема, которая с течением времени будет разрешима. Но в принципиальном отношении факт интегрирования противоречит принципу локальности общей теории относительности, требующему локального определения потенциала поля в точке, примерно так же, как определяется ускорение силы тяжести — по периоду колебания маятника в каждой отдельной точке наблюдения. Принцип локальности является следствием принципа эквивалентности гравитационных и инертных масс. В общем случае неоднородных полей, а в случае Земли гравитационное поле является неоднородным, принцип эквивалентности не выполняется. Но в небольших объемах гравитационное поле считается практически однородным и здесь потенциал и силу тяжести можно считать постоянными. В этом смысл локального характера принципа эквивалентности.

Вторая особенность рассматриваемого решения состоит в том, что полученные значения потенциала относятся не к реальной физической поверхности, а к поверхности некоторой модели реальной Земли — квазигеоиду, а доказательством истинности расчета служит сравнение полей (в том числе и высот) одной модели поверхности геоида с другой моделью — земным эллипсоидом. Ясно, что это вынужденная мера, которая связана с отсутствием метода непосредственного измерения гравитационного потенциала в каждой точке реальной поверхности Земли.

Однако основным проблемным вопросом является применяемое в задаче определения гравитационного потенциала поверхности Земли допущение, что «…невозмущенная вековыми течениями поверхность океанов совпадает в точности с поверхностью геоида, а на суше геоид располагается под поверхностью континентов». При этом под геоидом понимается эквипотенциальная (уровенная) поверхность, проходящая, например, через некоторую фиксированную точку земной поверхности у берега моря. Допущение, что эквипотенциальная поверхность обязана совпадать со средним уровнем вод Мирового океана в невозмущенном состоянии, считается очевидным и не подвергается сомнениям.

Ниже попытаемся обосновать, что поверхность океана на самом деле не является эквипотенциальной, что эквипотенциальностью характеризуется именно зона поверхности Земли с широтами, близкими –45°, и через эту широту, а не «точку земной поверхности у берега моря», должна проходить эквипотенциальная поверхность Земли. Этот вывод будет следствием предложенного метода определения гравитационного потенциала.

Гравитационный потенциал точки на поверхности тела. В общей теории относительности гравитационное поле проявляется в искривленности геометрии пространство—время. При этом трехмерное пространство и одномерное время объединяются в четырехмерный континуум пространство—время, в котором квадрат интервала $(\Delta S)^2$ между двумя событиями является инвариантом, т. е.

$$\left(\Delta S\right)^2 = g_{\alpha\beta}\Delta x^{\alpha}\Delta x^{\beta}, \tag{8}$$

где α, β=0, 1, 2, 3; $c\Delta t=\Delta x^0$ и $\Delta x^i (i=1, 2, 3)$ — разности моментов времени и декартовых координат точек, в которых происходят два события; $g_{\alpha\beta}$ — некий метрический тензор пространства второго ранга [Захаров, 2003].

Важной особенностью интервала ΔS является то, что именно тензор $g_{\alpha\beta}$ содержит в себе всю информацию о гравитационно-инерционном поле. Гравитационные уравнения Эйнштейна, которые здесь не приводятся, выражают связь между геометрией четырехмерного пространства-времени (левая часть уравнений) и массами (правая часть). Физическая интерпретация решения этих уравнений: массы искривляют пространство, которое, в свою очередь, задает траектории движения для масс.

Ближайшим решением гравитационных уравнений Эйнштейна для случая Земли (как сосредоточенной массы M с возможно изменяющимся радиусом r) является решение, полученное К. Шварцшильдом для сферически-симметричной изотропной сферы с изменяющейся величиной радиуса r [Захаров, 2003]. Для случая, когда на пробную точку на поверхности Земли не действуют никакие массы, кроме массы M Земли, а гравитационное поле неограниченно уменьшается при увеличении r, являясь статическим (независимым во времени), метрика гравитационного поля Шварцшильда принимает вид (в дифференциальном выражении)

$$dS^2 = \left(1-\frac{r_g}{r}\right)c^2dt^2 - \frac{dr^2}{1-r_g/r} - $$
$$-r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2\right), \tag{9}$$

где r — радиальная, а θ и φ — угловые координаты в сферической системе координат; $r_g=$ $=2GM/c^2$ — гравитационный радиус Земли, величина которого $r_g\approx1$ см; G — гравитационная постоянная; c — скорость света.

В выражении (9) присутствуют четыре эйнштейновских потенциала:

$$g_{00} = 1-\frac{r_g}{r},\ g_{11} = \frac{1}{1-r_g/r},$$
$$g_{22} = -r^2,\ g_{33} = -r^2\sin^2\theta, \tag{10}$$

из которых только первые два отвечают за тяготение, т. е. являются гравитационными потенциалами. Третий и четвертый передают инерционные влияния и могут быть устранены соответствующим выбором системы координат, тогда как гравитационные потенциалы не устраняются никаким выбором системы координат.

Если бы мы располагали решением гравитационных уравнений Эйнштейна для более сложной модели Земли, например для сферически-симметричного и изотропного эллипсоида вращения, то, очевидно, располагали бы не двумя гравитационными потенциалами, а большим их количеством. Для неоднородной Земли их было бы еще больше и т. д. Другими словами, описание гравитационного поля Земли в общем случае требует знания не одного, используемого в настоящее время ньютоновского потенциала, а большего их количества, хотя использование и одного ньютоновского потенциала в практическом плане представляет существенную научную и техническую проблему, решение которой и является задачей настоящей статьи.

Поэтому не усложним, а наоборот, еще более упростим решение Шварцшильда и получим из него ньютоновское приближение. Оказывается [Захаров, 2003], если гравитационное поле слабое, а поле Земли удовлетворяет этому условию, и скорость движения пробного тела на поверхности сферы значительно меньше скорости света, то отличным от нуля является только гравитационный потенциал g_{00}, который связан с ньютоновским гравитационным потенциалом Φ выражением

$$g_{00} = 1 - 2\Phi/c^2 . \qquad (11)$$

Используя выражение для g_{00} из (10), получаем для потенциала и ускорения силы тяжести

$$\Phi = -\frac{GM}{r}, \ \mathrm{g} = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} = GM/r^2 . \qquad (12)$$

Сделаем выводы. Ньютоновский гравитационный потенциал в точке на поверхности сферы соответствует действительному гравитационному потенциалу, представляющему собой совокупность эйнштейновских гравитационных потенциалов только в случае сферически-однородной и изотропной сферы, обладающей слабым гравитационным полем. Уже для случая однородного эллипсоида вращения и, тем более, неоднородного и не совсем эллипсоида вращения (квазиэллипсоида) выражение для Φ (12) может рассматриваться только как, условно говоря, нулевое приближение действительного гравитационного потенциала.

И дело даже не в том, что для реальной Земли Φ является сложной функцией радиуса r Земли и ее моментов инерции (см. разложение Φ по сферическим координатам, например, (4)). А в том, что теория тяготения Ньютона сама по себе, как считается в современной физике [Захаров, 2003], не является теорией тяготения, поскольку ее уравнения, хоть и с большой точностью описывают наблюдаемые движения материи, но физического смысла этих движений не раскрывают.

Ньютоновская теория не в состоянии объяснить: 1) обратную зависимость ускорения силы тяжести от квадрата расстояния до центра масс тела (12), 2) эквивалентность инертной и гравитационной масс, 3) локальность действия гравитационного поля (поля кривизны пространства времени), 4) единство релятивистской энергии и импульса, пространства и времени, тождество массы и энергии. В нашем случае, в конечном итоге, это сводится к поиску следующего (условно говоря, первого после нулевого ньютоновского) приближения для гравитационного потенциала точки на поверхности несферической, неоднородной и неизотропной Земли, которое бы удовлетворяло перечисленным основным принципам общей теории относительности.

И еще один вывод. Гравитационный потенциал является проявлением свойства кривизны пространства-времени. Пробное тело, помещенное в некоторую точку пространства вне исследуемого тела, реагирует лишь на факт искривленности пространства-времени в данной локальной точке. Поскольку кривизна пространства-времени не является энергетической характеристикой, то гравитационное влияние не является силовым. Поэтому представление гравитационного влияния ньютоновским ускорением силы тяжести (12) — всего лишь «силовая» аппроксимация кривизны пространства-времени, согласно которой движется пробное тело.

«Полевая» аналогия гравитационных влияний. Поскольку кривизна пространства-времени, а именно ею определяется движение пробной массы относительно других распределенных в пространстве масс, не является энергетической характеристикой, то и гравитационное влияние этих масс на пробное тело не является силовым и не описывается как влияние некоего энергетического поля, подобного, например, электромагнитному полю. Тем не менее, в ньютоновском приближении уравнений Эйнштейна возможно проведение «полевой» аналогии несиловых гравитационных влияний с силовыми электромагнитными полями. Поскольку в выражениях (12) производная от ньютоновского потенциала совпадает с так называемым ускорением силы тяжести g, то по этой причине ускорение g в ньютоновской теории называют напряженностью поля силы тяжести аналогично напряженности электромагнитного поля, которое также выражается через первые производные электромагнитного потенциала.

В такой постановке закон тяготения Ньютона подается в полевом виде в полной аналогии с законом электростатического взаимодействия:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=4\pi G\rho\,. \qquad (13)$$

Решение уравнения (13), называемого уравнением Пуассона, представляет гравитационный потенциал как функцию точки пространства, в котором материя распределена с плотностью $\rho\,(x, y, z)$. Оно является дифференциальным выражением ньютоновского закона тяготения. Для области пространства с отсутствующими источниками поля тяготения, т. е. когда $\rho=0$, правая часть становится нулевой и получается уравнение Лапласа :

$$\Delta\Phi=0, \qquad (14)$$

где оператор Лапласа

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\,.$$

С помощью уравнения (13) в принципе можно получить функцию распределения плотности $\rho\,(x, y, z)$ во внутренних точках исследуемого тела. Но это возможно, во-первых, при знании гравитационного потенциала $\Phi\,(x, y, z)$ во внутренних точках тела. И, во-вторых, речь уже пойдет о неоднородной среде (Φ зависит от координат x, y, z), тогда как с уверенностью можно говорить лишь о том, что эйнштейновские гравитационные потенциалы (10) могут быть сведены к ньютоновскому потенциалу Φ (12) только для случая однородной сферически-симметричной изотропной сферы со слабым гравитационным полем. Это, строго говоря, решением Шварцшильда доказано только для точек на поверхности идеальной сферы.

В целом в уравнении (13) не присутствуют гравитационные эффекты, поскольку в математическом плане оно не инвариантно даже относительно преобразований Лоренца, при которых справедлива специальная теория относительности, также, как известно, не содержащая гравитационных эффектов. Инвариантно уравнение (13) только относительно преобразований Галилея, на которых основывается ньютоновская теория. Попытки расширить возможности уравнения (13) путем добавления в его левую часть составляющей — $\left(1/c^2\right)\ \partial^2\Phi/\partial t^2$, где t — время, тоже не приводят к успеху; полученное уравнение уже обладает лоренц-инвариантностью, но гравитационных эффектов не содержит.

Для неоднородной среды с изменяющейся по пространственным координатам плотностью $\rho\,(x, y, z)$ производная от потенциала Φ вовсе не обязана совпадать с ускорением силы тяжести, а вторая производная определять плотность среды в точке исследования. Ситуация еще более усложняется, поскольку на практике измеряются не гравитационные потенциалы, а лишь их первые и вторые производные. Отсюда вывод: для эффективного использования «полевого» уравнения (13) необходимо разработать метод измерения гравитационного потенциала Φ, который бы учитывал факт неоднородности среды. Очевидно, решение этой задачи должно основываться на использовании основных принципов общей теории относительности, точнее, удовлетворении требованиям этих принципов.

Первое приближение в определении гравитационного потенциала. Первое положение, которое мы пытались обосновать, сводилось к тому, что изучение геодинамики коры Земли необходимо проводить через исследование ее энергетического состояния, т. е. через гравитационные потенциалы, а не характеристику силы (ускорение силы тяжести). А второе, что изучение гравитационного потенциала необходимо производить через локальные характеристики гравитационного поля, как того требует общая теория относительности, а не через «дистальные», как это принято в настоящее время. Собственно, в дальнейшем и решается задача, какие локальные характеристики поля должны изучаться, чтобы получить так называемое первое приближение в определении гравитационного потенциала, применимое для исследования несферического и неоднородного тела, которым на самое деле является Земля. Из сравнения выражения (12) для потенциала Φ и ускорения силы тяжести g получаем [Карпенко, 2010]

$$\Phi = \frac{GM}{r} = \frac{GM}{r^2} r = gr\,. \tag{15}$$

Обобщая это выражение для потенциала точки на поверхности компактной сферически-симметричной сферы на материальные объекты более сложного строения (с определенными отклонениями от сферичности и в целом неоднородные по внутреннему строению), выражение для потенциала точки поверхности такого тела подадим в виде

$$\Phi_1(r,\theta,\varphi) = g(r,\theta,\varphi) R(r,\theta,\varphi)\,, \tag{16}$$

где единичка при Ф обозначает следующее после ньютоновского (первое) приближение гравитационного потенциала (потенциала кривизны); g — ускорение силы тяжести в точке поверхности; R — радиус кривизны эквипотенциальной поверхности в исследуемой точке; r,θ,φ — сферические координаты. Для сферически однородной сферы выражение (16) переходит в (15), поскольку радиус кривизны R для сферы совпадает с величиной радиуса r сферы.

Приведем обоснование возможности представления гравитационного потенциала в виде выражения (16).

Временная составляющая гравитационного потенциала. Гравитационное поле это поле кривизны континуума пространство—время. Наложим определенные ограничения на движение точки и способ описания этого движения, вытекающие с теоретических положений общей теории относительности: 1) рассмотрение гравитационного тяготения точки по направлению центра масс Земли и центробежного ее отталкивания перпендикулярно оси обращения должно основываться на принципе эквивалентности гравитационной и инертной масс; 2) функция, которой описывается точка, в нашем случае функция Φ_1, должна удовлетворять принципу единства пространственно-временного континуума; 3) потенциал Φ_1 точки должен определяться в соответствии с принципом локальности воздействия гравитационного поля.

Первое условие широко используется в практике решения гравитационных задач и сводится к следующему. Выражение для нормального ускорения свободного падения имеет две составляющие:

$$g = g_a + w^2 r_{\text{н}}\,, \tag{17}$$

где g_a — ускорение, вызванное силой гравитационного притяжения Земли (абсолютное ускорение); $\omega^2 r_{\text{н}}$ — центробежное ускорение, связанное с обращением Земли вокруг собственной оси; $r_{\text{н}}$ — расстояние по нормали от рассматриваемого пробного тела до оси обращения.

Ускорение g_a действует на пробное тело как на гравитационную массу, а ускорение $\omega^2 r_{\text{н}}$ — как на инертную. Принцип единства гравитационной и инертной масс дает возможность рассматривать геодинамику пробного тела только при изучении нормального ускорения g. Поэтому в дальнейшем будем считать, что в каждой точке поверхности Земли, вне или внутри ее, известна функция нормального ускорения $g=g(x, y, z)$ как составляющая выражения для первого приближения гравитационного потенциала (16).

Принцип единства пространственно-временного континуума удовлетворяется структурой выражения для гравитационного потенциала (16), поскольку в нем объединены составляющие, которые характеризуют кривизну континуума как по временной (g), так и по пространственной (R) координатам, что обосновывается ниже.

Согласно требованиям локальности действия гравитационного поля, значение функции $g(x, y, z)$ должно определяться непосредственно в каждой точке поля без привлечения информации о структуре поля вне данной точки. Этому условию отвечает определение g с помощью маятника:

$$g(x, y, z) = 4\pi^2 l \big/ T^2(x, y, z)\,, \tag{18}$$

где l — длина маятника, которая теоретически может быть сколь угодно малой, T — период колебания маятника. Как видим, в выражение (18) не входит функция $r(x, y, z)$ (расстояние от пробного тела до центра масс Земли), что присуще выражению для g в соответствии с обычной формулой Ньютона (12), использующей принцип «дальнодействия» гравитационного поля. Наоборот, определение g с помощью выражения (18) удовлетворяет принципу локальности, что согласуется с требованиями общей теории относительности.

Функция $g(x, y, z)$ полностью определяется видом $T(x, y, z)$, т. е. функцией периода колебаний маятника. Другими словами, можно считать, что поскольку изменение значений гравитационного поля от точки к точке равноценно изменению кривизны пространства-времени, то оценка гравитационного поля с помощью только нормального ускорения дает возможность устанавливать изменение кривизны лишь по временной координате континуума. Соответственно изучение только одного ускорения силы тяжести или его отклонения от некоторого теоретического значения (аномалии силы тяжести) не является достаточным для оценки энергетического состояния точки. Необходимо знание еще функции, которая отображает изменение кривизны континуума по пространственным координатам.

Мы не приводим здесь примеров, свидетельствующих о попытках решения не только «силовых», но и «энергетических» (например, изостатических) задач с помощью аномалий ускорения силы тяжести и производных от последнего. Отметим лишь, что при неизменности пространственной кривизны, например при пространственной близости точек наблюдения, для которых изменение пространственной кривизны является несущественным, сравнение энергетических состояний этих точек только по ускорениям может оказаться достаточным.

То, что ускорение g может характеризоваться как временная составляющая кривизны континуума, можно видеть из выражения для интервала (9). Для получения значения ньютоновского потенциала и, соответственно, ускорения (12) из выражения для интервала был использован эйнштейновский потенциал g_{00} (10), стоящий в уравнении для интервала dS^2 перед временной координатой dt. Потенциал g_{11}, стоящий перед пространственной координатой dr, при сделанных допущениях оказался невостребованным.

Пространственная составляющая гравитационного потенциала. То же касается и множителя $R\,(x, y, z)$ в выражении для потенциала кривизны (16). С точки зрения принципа локальности определения R как расстояния до центра масс тела является некорректным. Но понимания R как значения радиуса кривизны эквипотенциальной поверхности в исследуемой точке является уже локальным и, соответственно, корректным.

Продемонстрируем это простым примером. Для точки Северного полюса Земли радиус Земли (полярный радиус) равняется r_n=6356,779 км. Но радиус кривизны эквипотенциальной поверхности, который проходит через эту точку, вследствие эллипсоидальности поверхности Земли и соответственно уплощенности ее в районе полюса будет большим ($R_n > r_n$). И именно R_n характеризует пространственную кривизну континуума пространство-время в данной точке поверхности и должно использоваться в определении гравитационного потенциала.

Посчитаем потенциалы кривизны Φ_1, аппроксимируя поверхность Земли, а точнее — эквипотенциальную ее поверхность эллипсоидом обращения с современными значениями полярного r_n и экваториального r_e радиусов. Радиус кривизны R меридионального эллипса в точке $M\,(x_0, z_0)$ имеет вид [Кузьмичев, 1989]

$$R = r_e^2 r_n^2 \left(\frac{x_0^2}{r_e^4} + \frac{z_0^2}{r_n^4} \right)^{3/2}. \qquad (19)$$

Тогда при $g(x_0) = g_e = 9{,}78$ м/с^2, $g(z_0) = g_n = 9{,}832$ м/с^2, r_e=6378,164 км, r_n=6356,779 км получаем

$$R_e = \left(\frac{r_n^2}{r_e} + r_e \right) \Big/ 2 = 6356{,}815 \text{ км},$$

$$R_n = \frac{r_e^2}{r_n} = 6399{,}621 \text{ км},$$

а для потенциалов кривизны Φ_1 на полюсе и экваторе

$$\Phi_{1n} = g_n R_n = 62921{,}07 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}^2,$$

$$\Phi_{1e} = g_e R_e = 62169{,}65 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}^2. \qquad (20)$$

Поскольку $\Phi_{1n} \neq \Phi_{1e}$, то поверхность Земли нельзя считать эквипотенциальной, Для восстановления эквипотенциальности значение потенциала на полюсе должно уменьшиться на $100\times(\Phi_{1n} - \Phi_{10})/\Phi_{10} \approx 0{,}6$ %, а на экваторе увеличиться на 0,6 %, где

$$\Phi_{10} = \frac{1}{2}\left[\Phi_{1n} + \Phi_{1e} \right] = 62545{,}36 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}^2 \quad (21)$$

является значением потенциала для эквипотенциальной поверхности Земли (геоида).

Приведем аргументы, объясняющие неэквипотенциальность современной реальной поверхности воды Мирового океана. А сейчас покажем, каким образом устанавливается необходимый для определения потенциала кривизны Φ_1 (16) радиус кривизны R в точке эквипотенциальной поверхности.

Определение пространственной составляющей кривизны континуума. Алгоритм определения гравитационного потенциала. Можно удивляться, но гравиметрия оказалась подготовленной для практического изучения гравитационного потенциала, поскольку она предлагает метод измерения радиуса кривизны в точке эквипотенциальной поверхности [Гравиразведка, 1990], который определяется через вторые производные гравитационного потенциала по координатам x, y, z:

$$\Phi_{xx}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2},\ \Phi_{yy}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2},\ \Phi_{zz}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2},$$

$$\Phi_{xy}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y},\ \Phi_{yz}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial y\partial z},\ \Phi_{xz}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial z}.$$

Непосредственно измеряются Φ_{xz}, Φ_{yz}, Φ_{xy}, а также разница $\Phi_{yy}-\Phi_{xx}=\Phi_{\Delta}$. Вторые производные вычисляются гравитационным вариометром и градиентометром. Вариометр позволяет измерять только Φ_{xz} и Φ_{yz}. Единицей измерения вторых производных служит этвеш ($1E=10^{-9}\text{с}^{-2}$).

Если начало прямоугольной системы координат совместить с исследуемой точкой эквипотенциальной поверхности, ось z направить по нормали к ней, а оси x и y разместить в касательной плоскости к эквипотенциальной поверхности, направив ось x на юг, то

$$\Phi_z=\frac{\partial\Phi}{\partial z}=g,\ \Phi_{xz}=\frac{\partial g}{\partial x},$$

$$\Phi_{yz}=\frac{\partial g}{\partial y},\ \Phi_{zz}=\frac{\partial g}{\partial z}, \qquad (22)$$

где g — ускорение силы тяжести по нормали. Кривизна нормального сечения эквипотенциальной поверхности, составляющая угол φ с плоскостью $x0z$, определяется уравнением [Гравиразведка, 1990]

$$\frac{1}{R_\varphi}=-\frac{1}{\Phi_z}\Big(\Phi_{xx}\cos^2\varphi+$$

$$+\Phi_{xy}\sin 2\varphi+\Phi_{yy}\sin^2\varphi\Big), \qquad (23)$$

где R_φ — радиус кривизны эквипотенциальной поверхности вдоль линии пересечения, которая размещена под углом φ к плоскости $x0z$.

Главные нормальные сечения, для которых кривизна $1/R_\varphi$ приобретает максимальное или минимальное значение, определяются уравнениями

$$\frac{1}{R_{\max}}=-\frac{1}{\Phi_z}\Big(\Phi_{xx}\cos^2\varphi_0+$$

$$+\Phi_{xy}\sin 2\varphi_0+\Phi_{yy}\sin^2\varphi_0\Big), \qquad (24)$$

$$\frac{1}{R_{\min}}=-\frac{1}{\Phi_z}\Big(\Phi_{xx}\sin^2\varphi_0+$$

$$+\Phi_{xy}\sin 2\varphi_0+\Phi_{yy}\cos^2\varphi_0\Big), \qquad (25)$$

где φ_0 — азимут одного из сечений с максимальным или минимальным значением радиуса кривизны; второе из сечений будет иметь азимут $\varphi_0+\pi/2$.

Поскольку в общем случае значение φ_0 неизвестно, то его исключение из рассмотрения обеспечивается получением среднего значения из выражений (24) и (25):

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{\max}}+\frac{1}{R_{\min}}\right)=$$

$$=\frac{R_{\max}+R_{\min}}{2R_{\max}R_{\min}}=\frac{1}{2\Phi_z}\Big(\Phi_{xx}+\Phi_{yy}\Big). \qquad (26)$$

Учитывая, что $(R_{\max}+R_{\min})/2=R_a$ — среднее арифметическое, а $\sqrt{R_{\max}R_{\min}}=R_{\text{г}}$ — среднегеометрическое значение из величин $R_{\max}$ и $R_{\min}$, то при плавном поведении гравитационного поля, т. е. малом отличии величин $R_{\max}$ и $R_{\min}$, можно принять, что $R_a\cong R_{\text{г}}\cong\bar{R}$ — среднее значение пространственной кривизны в исследуемой точке. Тогда из (26) получим

$$\bar{R}=-\frac{2\Phi_z}{\Phi_{xx}+\Phi_{yy}}=-\frac{2g}{\Phi_{xx}+\Phi_{yy}}. \qquad (27)$$

С учетом (27) алгоритм определения гравитационного потенциала принимает вид

$$\Phi_1=gR\cong g\bar{R}=-\frac{2g^2}{\Phi_{xx}+\Phi_{yy}}. \qquad (28)$$

Поскольку Φ_1 — значение энергии в исследуемой точке, т.е. положительная функция, то должно выполняться условие

$$\Phi_{xx}+\Phi_{yy}<0. \qquad (29)$$

Другими словами, функция $\Phi(x, y, z)$ в каждой точке эквипотенциальной поверхности должна быть выпуклой вверх.

Приведем примеры, подтверждающие необходимость использования радиуса кривизны как в «силовых», так и «энергетических» постановках задач физики Земли.

Обобщение закона тяготения Ньютона на несферические неоднородные тела типа геоида. Выражение ускорения силы тяжести для пробного тела в гравитационном поле, создаваемом массой M (12), содержит квадрат расстояния (r^2) от пробного тела до центра тела массой M. Выражение (12) справедливо только для сферически симметричной сферы. Зададимся вопросом, нельзя ли распространить эту формулу на тела более сложной формы, например на неоднородный эллипсоид. Может ли выражение для ускорения быть представленным в виде

$$g = GM/R^2 \, , \qquad (30)$$

где R — радиус кривизны эквипотенциальной поверхности в точке нахождения пробного тела. Речь идет не об удаленном от массы M пробном теле, когда масса M может быть представлена сосредоточенной в точке центра масс, а точке на поверхности эллипсоида, для которой принцип дальнодействия Ньютона уже не выполняется, тогда как для сферы принцип дальнодействия в этом случае сохраняет свою силу.

Для ответа на поставленный вопрос произведем вычисления массы тела M, используя оба выражения (12) и (30) для ускорения силы тяжести. Оценки $\bar{M}$ массы M Земли получим с помощью следующих формул:

ньютоновской

$$\bar{M} = gr^2 / G \qquad (31)$$

и предлагаемой (30)

$$\bar{M} = gR^2 / G \, , \qquad (32)$$

где $\bar{M}$ может быть названа кажущейся массой Земли относительно исследуемой точки на ее поверхности.

Поскольку ньютоновская формула, как уже отмечалось, предполагает сосредоточение всей массы Земли в ее центре масс, то для нашей задачи она является заведомо несправедливой.

Но усредняя полученные оценки $\bar{M}_i$, $i = \overline{1, N}$, где N — количество измерений на поверхности Земли, можно надеяться на получение усредненной оценки $\bar{M} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\bar{M}_i$, сколь угодно близкой к действительному значению M. По крайней мере, для сферического тела со случайными флуктуациями радиуса ее поверхности r получаем:

на полюсе

$$\bar{M}_{\text{п}} = \frac{g_n r_n^2}{G} = \frac{9,832 \cdot (6356,779 \cdot 10^3)^2}{6,6720 \cdot 10^{-11}} = $$
$$= 5,955 \cdot 10^{24} \text{ кг},$$

на экваторе

$$\bar{M}_{\text{э}} = \frac{g_e r_e^2}{G} = \frac{9,78 \cdot (6378,164 \cdot 10^3)^2}{6,6720 \cdot 10^{-11}} = $$
$$= 5,963 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$$

Среднее значение $\bar{M}$ =5,959×10^{24} кг отличается от действительного значения M=5,976×10^{24} кг [Тяпкін, 1998] на $\left(M - \bar{M}\right)/M$ × ×100 %=0,28 %. Полученные оценки

$$\bar{M}_{\text{п}}, \ \bar{M}_{\text{э}} < M \, . \qquad (33)$$

Поскольку все другие точки поверхности Земли дают оценки $\bar{M}_i$, находящиеся внутри диапазона $\bar{M}_{\text{п}} < \bar{M}_i < \bar{M}_{\text{э}}$, то никакими усреднениями M_i с помощью ньютоновской формулы (31) получить точную оценку значения M не удастся. Как видим, для варианта аппроксимации Земли однородным эллипсоидом вращения эта оценка оказывается заниженной.

Теперь оценим массу Земли, используя значения радиуса кривизны эквипотенциальной поверхности в этих же точках Земли. С помощью формулы (32) получаем:

на полюсе

$$\bar{M}_{\text{п}} = \frac{g_n R_n^2}{G} = \frac{9,832 \cdot (6399,621 \cdot 10^3)^2}{6,6720 \cdot 10^{-11}} = $$
$$= 6,035 \cdot 10^{24} \ \text{(кг)},$$

на экваторе

$$\bar{M}_{\text{э}} = \frac{g_y \bar{R}_e^2}{G} = \frac{9,78 \cdot (6356,815 \cdot 10^3)^2}{6,6720 \cdot 10^{-11}} = $$
$$= 5,923 \cdot 10^{24} \ \text{(кг)}.$$

Среднее значение $\bar{M}$ =5,979×10^{24} кг отличается от действительного значения M на $\left(M - \bar{M}\right)/M \cdot$100 %=0,05 %. Как видим, точность оценки M по крайней мере в 5 раз выше, чем полученной по ньютоновской формуле (31). Но главное в ином. Поскольку значение массы M и ее оценки с помощью формулы (32) находятся в диапазоне

$$\bar{M}_{\text{э}} < M < \bar{M}_{\text{п}} \, , \qquad (34)$$

то появляются основания для вывода, что в случае не аналитически вычисленных для эллипсоида вращения, а реально измеренных значений радиусов кривизны, точность оценки M с помощью формулы (32) и последующего усреднения может быть получена сколь угодно высокой.

Общим выводом из проведенного рассмотрения, наверное, является то, что выражение (30) может рассматриваться как следующее после ньютоновского приближение для ускорения силы тяжести. Но поскольку величины g и

R поддаются непосредственному измерению в «локальном» варианте, то практический смысл имеет это же выражение, но в видоизмененной форме (32), с помощью которого получается оценка $\bar{M}$ массы Земли в каждой точке поверхности Земли. Это позволяет определить избыток или дефицит массы в точке относительно реальной массы M, т. е. $\Delta M = M - \bar{M}$. Так, превышение оценочной массы относительно реальной на полюсе составляет (6,035–5,976)×10^{24} (кг) или 0,99 %, а дефицит массы на экваторе — (5,976–5,923)×10^{24}=0,053×10^{24} (кг) или 0,89 %.

Разница в оценочных (кажущихся) массах на полюсе и экваторе свидетельствует о существующей неоднородности в распределении масс внутри Земли, что, в свою очередь, является причиной возникновения коромантийных перетоков в направлении восстановления ее однородности.

Добавим также, что возможность оценки избытка (дефицита) масс в каждой точке поверхности Земли через аппаратурно измеряемые локальные характеристики гравитационного поля (ускорение g и радиус кривизны R) открывает новые перспективы для решения различных геологических задач при поиске полезных ископаемых, но уже в «энергетической» постановке задачи, поскольку оценивается масса, т. е. энергия ($E=\bar{M}c^2$), а не сила, как это имеет место при изучении только ускорения силы тяжести.

Выше было сосредоточено внимание на решении прикладной задачи — определении избытка (дефицита) масс относительно какой-либо точки поверхности Земли, тогда как целью было обобщение закона тяготения Ньютона на случай несферического тела с рассредоточенной (не сконцентрированной в центре масс тела) массой. Собственно приведенный пример и показал, что замена в формуле Ньютона радиуса — расстояния r на радиус кривизны R эквипотенциальной поверхности в исследуемой точке — позволяет расширить применимость формулы Ньютона на несферические тела с рассредоточенной массой, по крайней мере на случай неоднородного эллипсоида обращения типа геоида. Этот же пример свидетельствует о правомочности представления гравитационного потенциала в виде (16), поскольку гравитационный потенциал — это энергия, а в приведенном примере определялась масса, т. е. также энергия.

Определение широты, для которой массы Земли являются изостатически уравновешенными. Приведем еще аргументы, свидетельствующие о правильности представления гравитационного потенциала в точке поверхности эллипсоида вращения в виде произведения ускорения силы тяжести на радиус кривизны эквипотенциальной поверхности, проходящей через эту точку. Для этого воспользуемся свойством эквивалентности момента инерции и гравитационного потенциала в задаче достижения эллипсоидом вращения критического состояния, при котором ось его вращения изменяется на ортогональную [Карпенко, 2007].

Обозначим главные экваториальные моменты инерции эллипсоида через A и B, а главный полярный момент инерции — через C. В нашем случае $C>A$, B и вращение устойчиво. Но если в процессе коромантийных перетоков один из экваториальных моментов, например A, сравнится с C, то вращение станет неустойчивым и ось вращения изменит свое положение — вращение реализуется вокруг оси с моментом инерции B.

Современные значения момента инерции вдоль меридиана, проходящего через главные оси вращения с моментами A и C, имеют вид эллипса с большой осью C и малой A. После достижения условия $A=C$ значения момента инерции становятся окружностью с радиусом $J_0=(A+C)/2$. Точки пересечения эллипса и окружности определяют на поверхности современного эллипсоида широту (южную и северную), для которой момент инерции уже имеет значение J_0. Это широты, на которых уже не происходят процессы, изменяющие геодинамическое состояние данной части Земли. Наоборот, в других местах, в первую очередь на обоих полюсах и экваторе, такие изменения происходят в направлении достижения значения момента инерции, равного J_0.

Уравнение для определения координат x_0, z_0 точек пересечения эллипса и окружности имеет вид

$$\frac{x_0^2}{A^2}+\frac{z_0^2}{C^2}=\frac{x_0^2+z_0^2}{J_0}\,. \tag{34}$$

Его решение таково:

$$|\varphi_0| = \operatorname{arctg}\frac{z_0}{x_0} = \operatorname{arctg}\left(\frac{C^2}{A^2}\cdot\frac{J_0^2-A^2}{C^2-J_0^2}\right)^{0,5}. \tag{35}$$

Для числовых значений моментов инерции [Тяпкін, 1998] A=8,042·10^{44} г·см^2, C=8,068·10^{44} г·см^2, J_0=8,055·10^{44} г·см^2 получаем

$$\varphi_0 \cong \pm 45^\circ 5'\,. \tag{36}$$

Таким образом, можно считать, что в пределах широтных зон со значением центральной широты, примерно равной 45°, геодинамические процессы, связанные с перетоками коромантийного вещества (притоком или оттоком последнего), уже закончены и эти широты могут рассматриваться как некие граничные, разделяющие геодинамические активные приполярные и приэкваториальные области.

Такую же величину φ_0 мы обязаны получить и при анализе гравитационных потенциалов для характерных точек (на экваторе и полюсе) геоида. При достижении эквипотенциальности вдоль рассмотренной меридианной линии значение потенциала станет равным Φ_{10}=62545·10^7 см^2/с^2 (21). Далее, повторяя изложенные рассуждения, находим точки пересечения современного эллипса с большой Φ_{1n} и малой Φ_{1e} осями (20) со сферой радиуса Φ_{10}:

$$\varphi_0 = \mathrm{arctg}\,\frac{z_0}{x_0} =$$

$$= \mathrm{arctg}\left(\frac{\Phi_{1n}^2}{\Phi_{1e}^2}\cdot\frac{\Phi_{10}^2-\Phi_{1e}^2}{\Phi_{1n}^2-\Phi_{10}^2}\right)^{0,5} \cong 45^\circ 2' . \qquad (37)$$

Полученные значения широт(36) и (37) оказались практически одинаковыми. Это означает, что представление гравитационного потенциала точки на поверхности геоида в виде произведения локальных характеристик ускорения и радиуса кривизны является правильным. Различие в полученных величинах углов составляет единицы угловых минут и объясняется погрешностями определения как моментов инерции, так и гравитационных потенциалов.

Почему воды Мирового океана не обеспечивают эквипотенциальности его поверхности. Как уже обсуждалось, в практике гравиметрических работ принята гипотеза об эквипотенциальности поверхности воды Мирового океана в спокойном состоянии. Сейчас можно уточнить эту гипотезу: невозмущенная поверхность воды океана может считаться эквипотенциальной только вдоль линий северной и южной широт со значением примерно 45°. На этой широте гравитационный потенциал уже равняется значению Φ_{10}=62545,36×10^7 см^2/с^2, т. е. значению, которое будет иметь вся поверхность геоида после окончания геодинамического процесса перетекания коромантийного вещества и достижения состояния геодинамического (изостатического) равновесия.

Таким образом, поверхность Мирового океана не является эквипотенциальной. Об этом можно судить также и по тому, что она не свободна от «вековых течений», т. е. характеризуется довольно таки стационарной системой приполярных и приэкваториальных течений, которые разделены зонами, примерно контролируемыми 45 широтами в северном и южном полушариях. Назовем наиболее известные из них: 1) течение западных ветров в западном полушарии, контролируемое широтой около 50° ю. ш. и северотихоокеанское течение здесь же, но на широте 40° с. ш.

Эти широты не остались незамеченными и исследователями-геологами. Приведем цитату [Хаин, 2010]: «… дифференциальное поведение полярной и экваториальной областей планеты с разделом примерно по 40-м градусам широты имеют своим следствием противоположную направленность трансгрессий и регрессий океана в этих областях…».

Почему же не наблюдается перераспределение водных масс, направленного на достижение равенства Φ_{1n}=Φ_{1e}, т. е. от экватора, где потенциал имеет наименьшее значение, к полюсу, где он наибольший? Ведь в повседневной жизни вода течет от точек с меньшим значением потенциала к точкам с большим потенциалом (например, с гор и континентов у долины, реки и моря).

Для получения ответа на поставленный вопрос используем второй принцип термодинамики. Согласно ему энтропия макроскопической системы в случае необратимых процессов, каким и является процесс эволюционного развития Земли (в противовес катастрофическому), только возрастает. Максимальное свое значение энтропия приобретает тогда, когда система достигает состояния равновесия [Кузьмичев, 1989]. Состоянию равновесия и максимуму энтропии соответствует эквипотенциальная поверхность Земли.

В данном случае максимальные значения потенциала находятся на полюсах, а минимальные — на экваторе, поэтому перетекание водных масс от экватора к полюсам еще больше увеличило бы эту разницу, а это равноценно уменьшению энтропии системы, что запрещается вторым законом термодинамики. Но перетекание от полюсов к экватору также невозможно, поскольку для этого необходимо приложить к водам на полюсе некую силу, которая бы превысила противоположно направленную силу, связанную с разницей гравитационных потенциалов на полюсе и экваторе. Как показано в работе [Карпенко, 2010], для твердотельной Земли в качестве такой силы выступает сила архимедового выталкивания мантийного материала в зонах спрединга, расталкивающая литосферные плиты от зоны спрединга в направлениях достижения изостатического равновесия Земли.

Для водных масс на поверхности твердотельной Земли такой силы не существует. Но здесь срабатывает другой механизм, обеспечивающий образование циклических течений в Мировом океане. И этот механизм связан с процессом самоорганизации, описываемым теорией самоорганизации — синергетикой [Николис, Пригожин, 1979]. Систему называют самоорганизующейся, если она без специфического воздействия извне обретает какую-то пространственную, временную или функциональную структуру. Широко известен пример неспецифического воздействия: жидкость, подогреваемая снизу, образует в результате самоорганизации макроструктуру в виде шестиугольных ячеек.

Одним из основных свойств самоорганизующихся систем является открытость (в противоположность закрытым системам, для описания динамики которых достаточно понятия энтропии), а также то, что самоорганизующиеся системы не характеризуются состоянием изостатического (в данном случае) равновесия, т. е. являются принципиально неравновесными. Собственно факт существования в водной оболочке Земли стационарной системы циклических течений является достаточным для характеристики ее как неравновесной открытой самоорганизующейся системы, обладающей также свойствами нелинейности и диссипативности.

Необходимым условием длительного существования самоорганизующейся системы является непрерывный приток извне и (или) сток вовнутрь вещества или энергии, происходящий в каждой точке системы. В качестве такого притока внешней энергии выступает солнечная энергия. Более сильное нагревание воды в экваториальной зоне и соответствующее уменьшение ее плотности создают первичный «толчок» для запуска системы и ее дальнейшей самоорганизации.

Нетрудно заметить, что система циклических течений Мирового океана достаточно четко, особенно в местах отсутствия влияния континентов и крупных островных архипелагов, делится на приполярные и приэкваториальные подсистемы и это деление происходит примерно на широтах φ_0=45°, т. е. на широтах, где состояние изостатического равновесия уже достигнуто. Создается впечатление, что перетекания воды возможны только от экватора к широтам $\pm\varphi_0$ и от полюсов к этим же широтам, и наоборот (встречные ветви потоков). Если опять обратиться к понятию энтропии, то эти перетекания также должны происходить в направлении увеличения энтропии. Но на широтах $\pm\varphi_0$ энтропия уже максимальная, увеличение ее здесь невозможно. Поэтому широты $\pm\varphi_0$, похоже, выступают как некие барьеры на пути перетекания водных масс от экватора к полюсам. Водные массы не могут пересечь этот барьер, а только обмениваются здесь температурой. Возможно, что с этой причиной связано также отсутствие айсбергов на широтах $|\varphi|<|\varphi_0|$.

Таким образом, ответ на поставленный в заголовке подраздела вопрос, состоит в том, что существующее распределение гравитационного потенциала по поверхности Земли благоприятствует гравитационному перемещению водных масс от экватора к полюсам. Но такое перемещение должно сопровождаться уменьшением энтропии, поскольку содействует увеличению разницы значений гравитационных потенциалов на экваторе и полюсе, поэтому оказывается невозможным. Перемещение водных масс от полюсов к экватору способствует изостатическому выравниванию в распределении масс Земли, поскольку уменьшает разницу в значениях потенциалов на экваторе и полюсах и согласуется с требованием увеличения энтропии. Однако для реализации этого процесса необходимы силы, способные переместить водные массы полярных зон в направлении экватора, т. е. в направлении, противоположном воздействию гравитационного поля. Поскольку такие силы для водной оболочки Земли неизвестны, то приходится признать существующее распределение водных масс на поверхности Земли как изостатически неуравновешенное, а поверхность воды Мирового океана — как неэквипотенциальную.

Но изостатическая неуравновешенность совместно с постоянным подтоком солнечного тепла к водным массам является причиной возникновения в водах Мирового океана самоорганизующейся системы. Она реализуется посредством образования приполярных и приэкваториальных циркулирующих течений с разделом на северной и южной широте со значением 45°, где массы Земли являются изостатически уравновешенными.

Выводы. 1. В физике Земли существует класс задач, решение которых требует знания гравитационного потенциала в каждой точке поверхности Земли и (или) внутри ее. Это задачи в так называемой «энергетической» постановке (в противоположность — «силовой»), когда требуется оценить энергетическое состояние конкретной точки исследуемой среды. К таким задачам, в первую очередь, относятся изостатические, оперирующие понятиями энергетически уравновешенных и неуравновешенных состояний, а также задачи синергетики — науки о самоорганизации различных физических процессов в неравновесных системах.

2. Попытки решения подобных задач в «силовой» постановке посредством изучения ускорения силы тяжести, в общем случае, неправомочны. Они корректны лишь в отдельных частных случаях и объясняются, как правило, отсутствием метода определения значения гравитационного потенциала в исследуемой точке среды, т. е. уже не силовой, а энергетической характеристики поля.

3. С привлечением понятий общей теории относительности обосновывается, что значение гравитационного потенциала для модели реальной Земли типа неоднородного сферически симметричного геоида (эллипсоида обращения) может быть представлено в виде произведения ускорения силы тяжести на радиус кривизны эквипотенциальной поверхности, проходящей через исследуемую точку. Ускорение силы тяжести «отвечает» за временную, а радиус кривизны — пространственную составляющие единого пространственно-временного континуума. Такое представление оценивается как первое (если считать за нулевое ньютоновское определение потенциала для сферически симметричной и однородной сферы) приближение реального гравитационного потенциала. Обосновывается практическая возможность определения потенциала существующими гравиметрическими методами с использованием гравиметров, гравитационных вариометров и градиентометров.

Достоверность первого приближения доказывается на трех следующих примерах.

4. Показано, что аналитическое выражение для ньютоновского ускорения силы тяжести ($g=GM/r^2$), определенное для точек поверхности сферически симметричной однородной сферы радиусом r, для случая неоднородного тела типа эллипсоида вращения представляется в виде $g=GM/R^2$, т. е. радиусом кривизны R эквипотенциальной поверхности, проходящей через исследуемую точку поверхности. В качестве примера достоверности такого представления приведено определение кажущейся массы Земли $\bar{M} = gR^2 \big/ G$ относительно любой точки поверхности Земли по измеренным значениям g и R, позволяющее более корректно ставить задачу установления «дефицита» или «избытка» масс под той или иной точкой поверхности Земли.

5. Во втором примере исследуется свойство эквивалентности момента инерции и гравитационного потенциала в задаче достижения эллипсоидом вращения критического энергетического состояния, при котором ось его вращения изменяется на ортогональную. Использование значений первого приближения гравитационного потенциала в этой задаче оказалось практически равноценным использованию моментов инерции, что подтверждает довольно высокую точность первого приближения для реальной Земли.

6. В третьем примере с помощью первого приближения гравитационного потенциала обосновывается, почему поверхность воды Мирового океана не является эквипотенциальной. В целом, уже факт существования стационарной системы приполярных и приэкваториальных водных течений свидетельствует об изостатической неуравновешенности поверхности воды Мирового океана, т. е. ее неэквипотенциальности. Показано, что эквипотенциальностью обладают широты (северная и южная) со значением примерно 45°, которые и выступают в качестве природных барьеров в системе самоорганизации стационарных циркуляционных течений.

Список литературы

Гравиразведка: Справочник геофизика. 2-е изд., перераб. и доп./ Под ред. Е. А. Мудрецовой, К. Е. Веселова. — Москва: Недра, 1990. — 607 с.

Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет. — Москва: Наука, 1983. — 416 с.

Захаров В. Д. Тяготение. От Аристотеля до Эйнштейна. — Москва: БИНОМ, 2003. — 278 с.

Карпенко І. В. Рівняння ізостазії для поверхні Землі // Зб. наук. праць Укр. держ. геолого-розвід. ін-ту. — Київ: Укр. держ. геолого-розвід. інс-т., 2010. — № 1—2. — С. 105—115.

Карпенко І. В. Фізичні основи тектоніки глобальних катастроф // Зб. наук. праць Укр. держ. геолого-розвід. ін-ту. — Київ: Укр. держ. геолого-розвід. ін-т., 2007. — № 3. — С. 74—82.

Кузьмичев В. Е. Законы и формулы физики / Отв. ред. В. К. Тартаковский. — Киев: Наук. думка, 1989. — 864 с.

Миронов В. С. Курс гравиразведки. 2-е изд., перераб. и доп. — Ленинград: Недра, 1980. — 543 с.

Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. — Москва: Мир, 1979. — 512 с.

Пантелеев В. Л. Теория фигуры Земли // Курс лекций. — Москва: Изд-во Моск. ун-та, 2000. — 67 с.

Тяпкін К. Ф. Фізика Землі: Підручник. — Київ: Вища школа, 1998. — 291 с.

Хаин В. Е. Об основных принципах построения подлинно глобальной модели динамики Земли // Геология и геофизика. — 2010. — **51**, № 6. — С. 753—760.