

Н.Л. Миронцов

**ПОВЫШЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАЗРЕШЕНИЯ
НИЗКОЧАСТОТНОГО ИНДУКЦИОННОГО КАРОТАЖА
НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА
ПЕРВОГО РОДА ТИПА СВЕРТКИ**

Описан алгоритм решения уравнения Фредгольма первого рода типа свертки, который позволяет улучшить вертикальное разрешение метода низкочастотного индукционного каротажа до величины, сопоставимой с шагом записи. Приведены примеры эффективного решения обратной задачи с использованием такого алгоритма для случаев тонкослоистых разрезов.

Ключевые слова: обратная задача, индукционный каротаж, уравнение Фредгольма, ядро типа свертки.

Введение. Задача восстановления геоэлектрических параметров (пространственное положение и свойства электрической проводимости различных объектов) околоскважинного пространства – важная составляющая геофизического исследования скважин, поскольку их определение позволяет рассчитывать необходимые для практики параметры продуктивных пластов (тип флюидонасыщения, тип проникновения, коэффициент флюидонасыщения и др.). Так, решение задачи восстановления вертикального профиля удельной электрической проводимости (УЭП) по данным индукционного каротажа (ИК) означает возможность учесть влияние соседних с любым исследуемым пластов при определении его геоэлектрических параметров и тем самым позволяет для каждого отдельного пласта, независимо от других пластов, решать обратную 1D задачу [1, 2]. Для этой цели на практике принято использовать различные методы, которые, однако, не являются регуляризирующими [1, 2–5]. В то же время задача восстановления вертикального профиля УЭП по данным низкочастотного (взаимодействием токов в среде можно пренебречь [1, 6]) ИК представляет собой задачу решения уравнения Фредгольма первого рода типа свертка (УФ), некорректно поставленную, по Ж. Адамару [7]: для нахождения ее устойчивого решения необходимо применять методы регуляризации [8, 9]. В данной работе описан неитерационный метод нахождения устойчивого решения УФ и приведены примеры применения такого метода к задачам ИК. Проведем анализ для аксиально-симметричной задачи в немагнитной среде.

Метод. Рассмотрим уравнение

$$\tilde{\sigma}(z) = \int_L g(x) \sigma(z-x) dx, \quad (1)$$

которое связывает искомую УЭП σ с измеренной кажущейся электрической проводимостью (КЭП) $\tilde{\sigma}$

и вертикальным геометрическим фактором зонда g [1]. Воспользуемся теоремой о свертке [10], записанной для УФ относительно не интеграла Фурье, а ряда. В этом случае коэффициенты разложений

$$\tilde{\sigma}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\sigma}_n e^{-inz},$$

$$\sigma(z-x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma_n e^{-inz} e^{inx},$$

$$g(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{-inx}$$

будут связаны соотношением

$$\sigma_n = \frac{\tilde{\sigma}_n}{g_n}. \quad (2)$$

Функцию, представленную рядом Фурье с коэффициентами, рассчитанными по (2), обозначим σ' , функцию, представленную рядом Фурье конечного числа членов (от $-n$ до n), рассчитанных по (2), обозначим σ'_n .

Результаты и анализ. Продемонстрируем описанный метод на примере аппаратуры 4ИК [11], состоящей из четырех зондов И0,5; И0,85; И1,25; И2,05 (цифры – расстояние (в м) между приемной и генераторной катушками) (рис. 1). Для того чтобы оценить улучшение вертикального разрешения метода, рассмотрим модель пачки пластов малой мощности (0,3 м) и различной УЭП: на рис. 2 показано распределение УЭП, полученных каротажных кривых КЭП вдоль этого разреза и восстановленной по каждому зонду проводимости. Выбранные значения проводимости относятся к рабочему диапазону аппаратуры, основанной на принципе ИК [1]. Кривые КЭП зондов получены автором путем моделирования с использованием точного численного метода [11].

Приведенные примеры позволяют сделать вывод, что применение описанного метода каче-

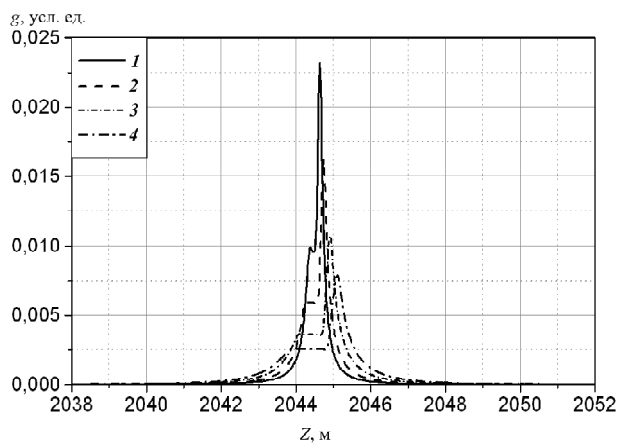
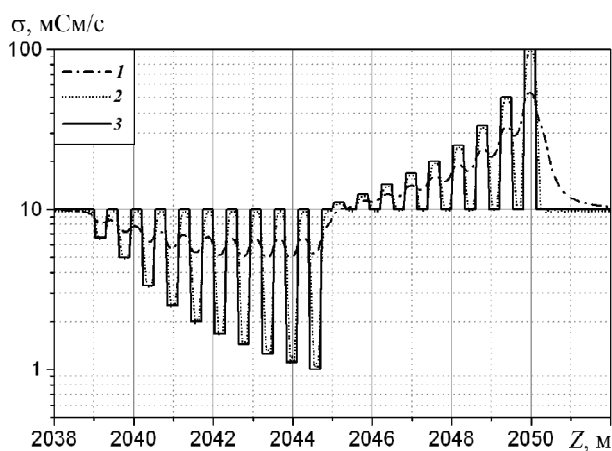
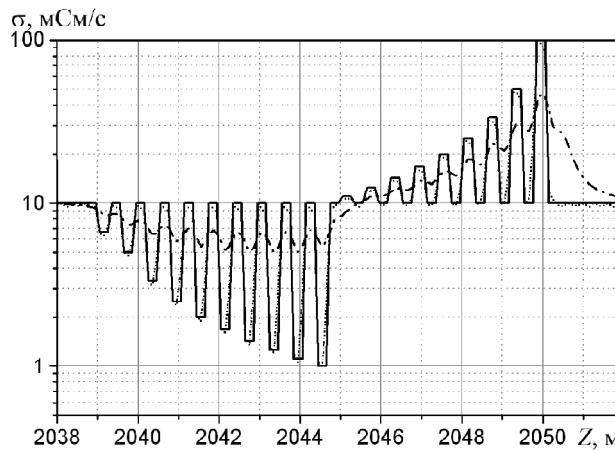


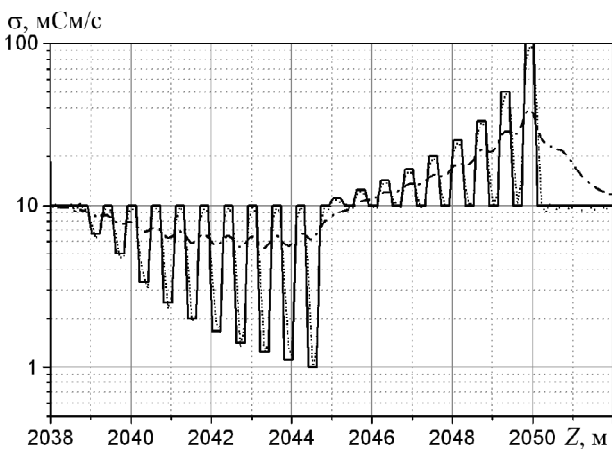
Рис. 1. Изменение функций вертикального геометрического фактора зондов: 1 – И0,5; 2 – И0,75; 3 – И1,25; 4 – И2,05



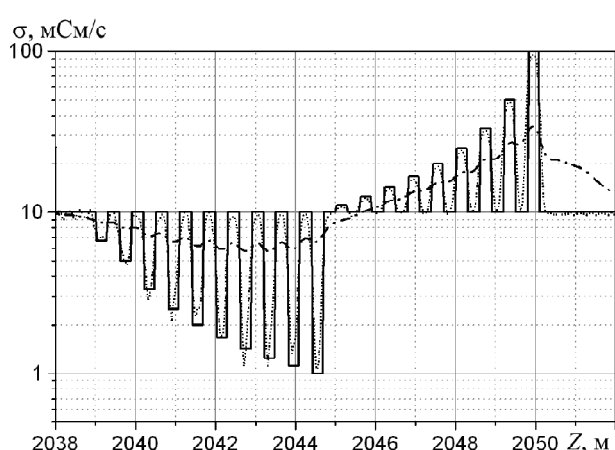
а



б



в



г

Рис. 2. Диаграмма измеренной $\tilde{\sigma}$ (1), рассчитанной σ'_n (2) и заданной σ (3) проводимости: а – зонд И0,5; б – зонд И0,85; в – зонд И1,25; г – зонд И2,05

ственно улучшает вертикальное разрешение ИК таким образом, что разрешение зондов длиной 0,5 и 2,05 м совпадает. Однако получить в реальных условиях сколь угодно высокое вертикальное разрешение не представляется возможным. Так, ограничение на мощность пласта, для которой целесообразно применение данного метода, обусловлено шагом измерения вдоль оси. На рис. 3 пока-

зана кривая проводимости (3) при непрерывной записи вдоль пластов мощностью 0,1 и 0,2 м и для сравнения приведены два возможных набора значений дискретной записи (кривые 1, 2 со сдвигом 0,05 м) с шагом 0,1 м. Различия в значениях указывают на то, что для пластов мощностью, меньшей 0,3 м (при принятой на практике записи с шагом 0,1 м), погрешность, вносимая выбором

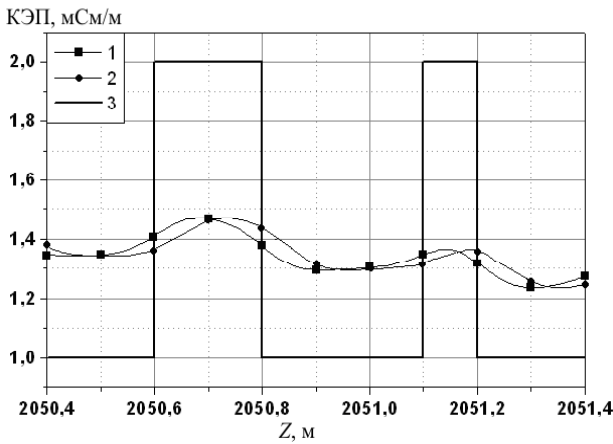


Рис. 3. Сравнение кажущейся проводимости для различных точек записи. Пояснения в тексте

точек записи, может достигать существенных величин (порядка 50 %), и тем самым выделение таких пластов в отдельные объекты исследования нецелесообразно.

Описанный метод применим без ограничения и для других задач геофизики, которые сводятся к решению УФ, например задач гравиразведки и магниторазведки [12, 13].

Решение обратной задачи. Продемонстрируем возможности описанного метода применительно к решению обратных задач ИК. Как отмечено выше, вместо решения 2D задачи для всего интервала измерения достаточно после восстановления вертикального профиля по каждому зонду решать обратную 1D задачу.

Приведем пример такого решения для аппаратуры 4ИК. Для определенности рассмотрим пласты-коллекторы с параметрами, типичными для условий Западной Сибири [14]: а) водонасыщенный коллектор: $\rho_n = 4,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $\rho_3 = 20 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $D/d = 5$; б) нефтенасыщенный коллектор: $\rho_n = 8,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $\rho_3 = 30 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $D/d = 4$; в) газонасыщенный коллектор: $\rho_n = 50 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $\rho_3 = 30 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $D/d = 5$. Здесь ρ_n – удельное электрическое сопротивление (УЭС) пласта; ρ_3 – УЭС зоны проникновения; D/d – отношение диаметра зоны проникновения к номинальному диаметру скважины. Во всех случаях УЭС скважины равно $2 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, радиус скважины $0,108 \text{ м}$. Параметры плотных пластов без проникновения следующие, $\text{Ом} \cdot \text{м}$: г) $\rho_n = 3,5$; д) $\rho_n = 4,5$; е) $\rho_n = 8,5$; ж) $\rho_n = 50$.

Для удобства на графиках пласты обозначены соответствующими буквами при условии, что все не отмеченные буквой пласты соответствуют типу г).

Остановимся на вопросе применимости (2) для расчета коэффициентов ряда в случае радиально-неоднородных пластов. На рис. 4 показана рассчитанная каротажная кривая КЭП зонда ИО,5, соответствующая пачке пластов, а также кривая,

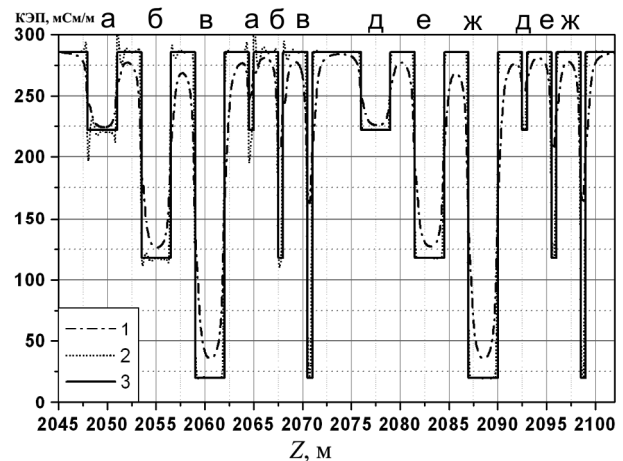


Рис. 4. Восстановление профиля проводимости для пачки пластов с проникновением и без проникновения. Пояснения в тексте

полученная после применения описанного метода. Оказывается, что если проводимость изменяется вдоль пласта, то результат может исказиться вблизи границы этого пласта. Приведенные результаты для пластов мощностью 6 и 0,5 м позволяют предположить, что величина интервала, на котором результат искажается, зависит не от мощности пласта, а от сопротивления вмещающих пород и вида неоднородности.

Природа такого искажения заложена в самом методе. Действительно, в случае радиально-неоднородного распределения проводимости исходное уравнение (1) следует заменить уравнением

$$\int_0^{\infty} \tilde{\sigma}(z, r) dr = \int_0^{\infty} \int_0^L g(x, r) \sigma(z-x, r) dx dr,$$

где r – расстояние в цилиндрической системе координат. Соответственно, вместо (2) следует рассматривать уравнение

$$\int_0^{\infty} \sigma_n(r) g_n(r) dr = \int_0^{\infty} \tilde{\sigma}_n(r) dr. \quad (3)$$

А выражение

$$\int_0^{\infty} \sigma_n(r) dr = \frac{\int_0^{\infty} \tilde{\sigma}_n(r) dr}{\int_0^{\infty} g_n(r) dr} \quad (4)$$

справедливо только для тех случаев, для которых бы строго выполнялось условие

$$\int_0^{\infty} \sigma_n(r) g_n(r) dr = \left(\int_0^{\infty} \sigma_n(r) dr \right) \left(\int_0^{\infty} g_n(r) dr \right), \quad (5)$$

что является **неверным** утверждением для всех возможных актуальных моделей ИК.

Учитывая изложенное, перейдем к решению обратной задачи, которое будем строить следующим образом: положив, что описанный метод фак-

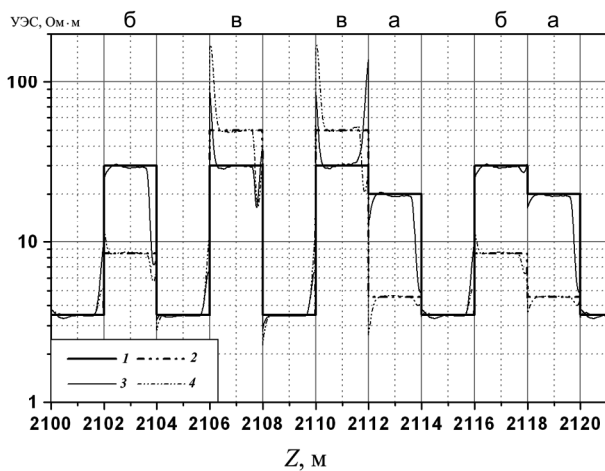


Рис. 5. Решение обратной задачи в поточечном режиме. Пояснения в тексте

торизует задачу, решим обратную 1D задачу в “поточечном” или “попластовом” режиме. Для начала рассмотрим поточечное решение, а именно будем решать 1D задачу в каждой точке для показаний зондов, исправленных описанным методом. Как и любой поточечный метод, такой подход приводит к существенным погрешностям в определении сопротивления на границе пластов (рис. 5). Подобная погрешность возникает вследствие неодинаковости формы кривых различных зондов при переходе через границу пластов.

Рассматривая же попластовое решение, предварительно определив для каждого зонда в каждом пласте характерное значение и исключив интервалы на границах пластов, получаем решение, обладающее высокой точностью. Так, для решения, приведенного на рис. 6, погрешность определения УЭС пласта и УЭС зоны для всех пластов оказалась менее 3 %, в том числе для самых тонких (погрешность определения D/d составила в среднем 10 %).

Следует отметить, что точность описанного метода определяется не только погрешностью аппаратуры, погрешностью, обусловленной неточностью эксперимента, или погрешностью, возникающей вследствие не строгого выполнения (5), но и возможностью применения линейной теории Доля [15].

Действительно, даже для радиально-однородных пластов уравнение (1) — это всего лишь линейное приближение общего уравнения вида [6]

$$\tilde{\sigma}(z) = \int_L g(x, \sigma(z-x)) \sigma(z-x) dx. \quad (6)$$

Решение (6) даже в случае известного вида нелинейного ядра $g(x, \sigma)$ представляло бы крайне нетривиальную задачу. Данное ограничение не является критичным, так как линейное приближение Доля с высокой степенью точности описывает многие актуальные для практики случаи [1]. Более того, уменьшение частоты аппаратуры уве-

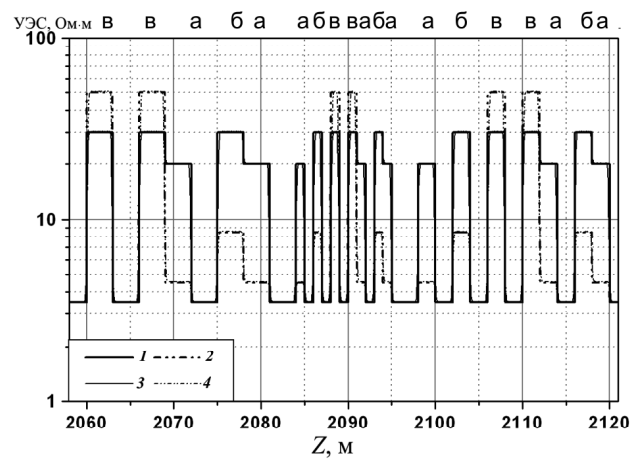


Рис. 6. Решение обратной задачи в попластовом режиме. Пояснения в тексте

личивает диапазон применимости линейной теории Доля в области низких сопротивлений пород. Также следует отметить известные методы “линеаризации” задачи с помощью так называемой поправки “за скин-эффект” [1–5]. Такая поправка, в общем является а priori приближенной. Достаточно указать, что “скин-эффект” это явление, при котором “переменный ток в отличие от постоянного не распределяется равномерно по сечению проводника, а, вообще говоря, концентрируется на его поверхности” [16, с. 408]. И далее: “для количественной оценки этого явления, даже в простейшем случае бесконечного однородного проводника, необходимо строго решать систему уравнений Максвелла” [там же, с. 410]. Другими словами, введение точной количественной поправки “за скин-эффект” подразумевает, что уже имеется точное решение. Но тогда возникает резонный вопрос: зачем вводить поправки, если точное решение уже известно? Таким образом, введение поправки “за скин-эффект” это всего лишь некоторое приближение, которое вносит свою принципиально неустранимую погрешность, но позволяет найти некое заведомо приближенное решение.

Как показали численные эксперименты, в ряде моделей, особенно при сильно проводящих растворах (УЭС скважины 0,05–0,1 Ом·м) введение поправки “за скин-эффект” может привести к качественно неверному результату. Поскольку выполнить моделирование для всех возможных моделей сред и всех возможных типов аппаратуры не представляется возможным и во избежание получения качественно неправильного результата, для того чтобы убедиться в правильности полученного результата, достаточно сделать следующее:

- задать в качестве исходных полученные геоэлектрические данные разреза и для них решить прямую задачу (с учетом взаимодействия токов в среде, например методом, описанным в [11, 17]);

- решить обратную задачу (с помощью используемых приближений) для полученных в ходе решения прямой задачи каротажных диаграмм;
- сравнить результат решения обратной задачи с изначальными геоэлектрическими данными разреза.

Выводы. Неитерационный метод решения УФ позволяет эффективно восстанавливать распределение проводимости вдоль оси скважины по данным ИК. При этом пространственное разрешение такого восстановления не зависит от длины зонда и определяется исключительно условиями каротажа (величина дискретного шага записи, погрешность аппаратуры и др).

Описанный метод с достаточной для практического применения точностью факторизует обратную 2D задачу и позволяет находить решение обратной задачи даже для тонкослоистого разреза с высокой точностью.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Украины для молодых ученых (Государственный фонд фундаментальных исследований. Проект GP/F32/033) и гранта Национальной академии наук Украины.

Автор выражает благодарность директору Института геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины академику В.И. Старостенко за обсуждение материалов работы и высказанные ценные замечания.

1. *Плюснин М.И.* Индукционный каротаж / Плюснин М.И. – М.: Недра, 1968. – 140 с.
2. *Пирсон С. Дж.* Справочник по интерпретации данных каротажа / Пирсон С. Дж. – М.: Недра, 1996. – 414 с.
3. *Anderson B.I.* Modeling and inversion methods for the interpretation of resistivity logging tool response/ Anderson B.I. – Paris: Schlumberger print, 2001. – 377 p.
4. *Anderson B.I.* Induction Logging / Anderson B.I., Barber T.D. – Paris: Schlumberger print. 1996. – 45 p.
5. *Латышова М.Г.* Практическое руководство по интерпретации диаграмм геофизических методов исследо-

вания скважин / Латышова М.Г. – М.: Недра, 1981. – 182 с.

6. *Кауфман А.А.* Теория индукционного каротажа / Кауфман А.А. – М.: Наука, 1965. – 236 с.
7. *Старостенко В.И.* Некорректно поставленные задачи по Адамару и их приближенное решение методом регуляризации А.Н. Тихонова / Старостенко В.И., Оганесян С.М. // Геофиз. журн. – 2001. – Т. 23. – С. 3–20.
8. *Тихонов А.Н.* Методы решения некорректных задач / Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. – М.: Наука, 1979. – 284 с.
9. *Тихонов А.Н.* Численные методы решения некорректных задач / Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. – М.: Наука, 1990. – 320 с.
10. *Свертка:* [сб. Математическая энциклопедия / под ред. И.М. Виноградова] – М.: Сов. энцикл., 1984 – Т. 4. – 1216 с.
11. *Миронцов М.Л.* Метод швидкого розв'язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу / Миронцов М.Л. // Геофиз. журн., – 2007. – Т. 29, № 5. – С. 212–214.
12. *Гладкий К.В.* Гравиразведка и магниторастворка / Гладкий К.В. – М.: Недра, 1967. – 321 с.
13. *Страхов В.Н.* О решении некорректных задач магнито- и гравиметрии, представляемых интегральным уравнением типа свертки. 1. / Страхов В.Н. // Физика Земли. – 1967. – № 4. – С. 36–54.
14. *Эпов М.И.* Оценка характеристик пространственного разрешения систем индукционного и высокочастотного каротажа в терригенных разрезах Западной Сибири / Эпов М.И., Глинских В.Н., Ульянов В.Н. // НТВ Каротажник. – 2001. – Вып. 81. – С. 19–57.
15. *Доль Г.Г.* Теория индукционного метода исследования разрезов скважин и его применение в скважинах, пробуренных с глинистым раствором на нефти // Вопросы промышленной геофизики / Доль Г.Г. – М.: Гостоптехиздат, 1957. – Вып. 15. – С. 252–274.
16. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества / Тамм И.Е. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
17. *Миронцов М.Л.* Метод розв'язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу / Миронцов М.Л. // Доп. НАН України. – 2004. – № 9. – С. 130–133.

Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев, Украина

Поступила в редакцию 29.11.2011 г.

М.Л. Миронцов

ПІДВИЩЕННЯ ВЕРТИКАЛЬНОЇ РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ НИЗЬКОЧАСТОТНОГО ІНДУКЦІЙНОГО КАРОТАЖУ НА ОСНОВІ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯННЯ ФРЕДГОЛЬМА ПЕРШОГО РОДУ ТИПУ ЗГОРТКИ

Описано алгоритм розв'язання рівняння Фредгольма першого роду типу згортки, який дає змогу поліпшити вертикальну роздільну здатність методу низькочастотного індукційного каротажу до величини, порівнянної з кроком запису. Наведено приклади ефективного розв'язання оберненої задачі з використанням такого алгоритму для тонкошаруватих розрізів.

Ключові слова: обернена задача, індукційний каротаж, рівняння Фредгольма, ядро типу згортки.

**INCREASE OF VERTICAL RESOLUTION FOR LOW-FREQUENCY INDUCTION LOGGING
ON THE BASE OF SOLVING THE FIRST KIND FREDHOLM EQUATION OF CONVOLUTION TYPE**

Described in the paper is an algorithm of solving the first kind Fredholm equation of convolution type, which permits to increase vertical resolution for low-frequency induction logging up to the value comparable with a recording step. Some examples of effective inverse solution with using such algorithm for thin-layer cross-sections are given.

Keywords: inverse problem, induction logging, Fredholm equation, kernel of convolution type.