УДК 550.831

П.А. Миненко, Р.В. Миненко

УПРОЩЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ ФИЛЬТРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

Приведены новые методы получения устойчивых решений обратных линеаризованных задач гравиметрии и магнитометрии для определения глубин до структурных границ в кристаллическом фундаменте при заданных скачках аномальной плотности и интенсивности намагничивания горных пород на границах всех слоев. Получены новые формулы итерационных поправок, менее подверженных влиянию погрешностей поля и обеспечивающие более сглаженное решение обратной задачи по глубине. Это дает основания для применения указанных методов для поисков не только рудного сырья в кристаллическом фундаменте, но и углеводородов в субгоризонтальных осадочных комплексах горных пород. В перспективе возможна разработка аналогичных методов для поисков нефти и газа в наклонно-слоистых структурах.

Ключевые слова: гравиметрия, обратная задача, критерий, поправка.

Известны устойчивые фильтрационные методы решения обратных задач гравиметрии с использованием итерационных поправок в заданных сеточных интерпретационных моделях с начальными условиями для аномальной плотности блоков и глубин их расположения [1, 2]. Основной недостаток известных методов состоит в том, что итерационные поправки формируются в виде сумм слагаемых, представленных умноженными на весовые фильтрационные коэффициенты невязками поля, в которые входят погрешности его измерения, искажающие решение обратной задачи, особенно по глубине.

Цель настоящего сообщения – получить итерационные поправки, менее подверженные влиянию погрешностей поля и обеспечивающие более сглаженное решение обратной задачи по глубине.

Поставленная цель достигается тем, что используют критерий оптимизации (КО) той части невязки поля, которая возникает в итерационном процессе за счет поправки к аномальной плотности, т. е. требуется разработать *метод решения обратной задачи с КО по минимуму суммы квадратов (МСК) итерационных добавок* $Z_{j,n+1}$ *к невязкам поля* $r_{j,n}$*, которым удобнее всего дать название дифференциальных невязок*:

$$F_Z = \sum_j Z^2_{j,n+1} = (a_{ij,n+1}, B_{i,n+1}) = \min,$$

где

$$a_{ij,n+1} = a_{ij,n} + \mu_{n+1} b_{ij,n} C_{i,n}; \quad C_{i,n} = \sum_i b_{ij} r_{j,n} / \lambda_{1i}\lambda_{1j};$$

$$B_{i,n} = \sum_j a_{ij} r_{j,n} / \lambda_i \lambda_j; \quad \beta_{j,n} = \sum_i b_{i,j,n} C_{i,n} \sigma_{i,n};$$

$$\beta_{1j,n} = \sum_i b_{i,j,n} C_{i,n} B_{i,n}; \quad \gamma_{j,n} = \sum_i a_{i,j,n} B_{i,n};$$

$$D_{1,i,n} = \sum_j \left(a_{i,j,n}\beta_{j,n} + b_{i,j,n} C_{i,n} r_{j,n} \right) / \left(\lambda_i \lambda_j \right);$$

$$D_{2,i,n} = \sum_j \gamma_{j,n} a_{i,j,n} / \left(\lambda_i \lambda_j \right);$$

$$D_{3,i,n} = \sum_j \left(a_{i,j,n}\beta_{1,j,n} + b_{i,j,n} C_{i,n} \gamma_{j,n} \right) / \left(\lambda_i \lambda_j \right);$$

$$D_{4,i,n} = \sum_j \left(\beta_{j,n} b_{i,j,n} C_{i,n} \right) / \left(\lambda_i \lambda_j \right);$$

$$B_{i,n+1} = B_{i,n} + \mu_{n+1} D_{1,i,n} - \tau_{n+1} D_{2,i,n} - \mu_{n+1}\tau_{n+1} D_{3,i,n} + \mu^2_{n+1} D_{4,i,n};$$

$$Z_{j,n} = (a_{ij,n}, B_{i,n}); \quad Z_{j,n+1} = (a_{ij,n+1}, B_{i,n+1});$$

$$Z_{j,n+1} = Z_{j,n} + \mu_{n+1} F_{1,j,n} - \tau_{n+1} F_{2,j,n} - \mu_{n+1}\tau_{n+1} F_{3,j,n} + \mu^2_{n+1} F_{4,j,n};$$

$$F_{1,j,n} = (a_{ij,n}, D_{1,i,n}) + (b_{ij,n} C_{i,n}, B_{i,n}); \quad F_{2,j,n} = (a_{ij,n}, D_{2,i,n});$$

$$F_{3,j,n} = (a_{ij,n}, D_{3,i,n}) + (b_{ij,n} C_{i,n}, D_{2,i,n});$$

$$F_{4,j,n+1} = (a_{ij,n}, D_{4,i,n}) + (b_{ij,n} C_{i,n}, D_{1,i,n});$$

$$F_Z = \sum_j (Z_{j,n} + \mu_{n+1} F_{1,j,n} - \tau_{n+1} F_{2,j,n} - \mu_{n+1}\tau_{n+1} F_{3,j,n} + \mu^2_{n+1} F_{4,j,n})^2 = \\ = \min;$$

τ_{n+1}, μ_{n+1} – итерационные коэффициенты (ИК) соответственно по аномальной плотности и глубине.

Дифференцируя критерий по ИК и приравнивая все производные нулю, получаем систему уравнений для их вычисления:

$$(F_Z)'_\tau = \sum_j (Z_{j,n} + \mu_{n+1} F_{1,j,n} - \tau_{n+1} F_{2,j,n})(\mu_{n+1} F_{3,j,n} + F_{2,j,n}) = 0;$$

$$(F_Z)'_\mu = \sum_j (Z_{j,n} + \mu_{n+1} F_{1,j,n} - \tau_{n+1} F_{2,j,n}) \times \\ \times (F_{1,j,n} - \tau_{n+1} F_{3,j,n} + 2\mu_{n+1} F_{4,j,n}) = 0.$$

После преобразований обозначим суммы формулами:

$$B_{14}=(Z_{j,n},F_{1,j,n});\quad B_{11}=(F_{1,j,n},F_{1,j,n})+2(Z_{j,n},F_{4,j,n});$$

$$B_{12}=(F_{1,j,n},F_{2,j,n})+(F_{3,j,n},Z_{j,n});$$

$$B_{24}=(Z_{j,n},F_{2,j,n});\quad B_{22}=(F_{2,j,n},F_{2,j,n}).$$

Подставив обозначения сумм в уравнения, получим систему уравнений для вычисления ИК:

$$B_{14}=(-\mu_{n+1})B_{11}+\tau_{n+1}B_{12};\quad B_{24}=(-\mu_{n+1})B_{12}+\tau_{n+1}B_{22},$$

которые используются в итерационных формулах по глубине и аномальной плотности:

$$h_{i,n+1}=h_{i,n}-\mu_{n+1}C_{i,n}, \tag{1}$$

$$\sigma_{i,n+1}=(\sigma_{i,n}-\tau_{n+1}B_{i,n}). \tag{2}$$

Положив $\mu_{n+1}=0$, получим метод простой итерации для решения линейной обратной задачи по КО дифференциальной невязки:

$$(F_Z)'_\tau=\sum_j(Z_{j,n}-\tau_{n+1}F_{2,j,n})F_{2,j,n}=0.$$

После преобразований обозначим суммы формулами

$$B_{24}=(Z_{j,n},F_{2,j,n});\quad B_{22}=(F_{2,j,n},F_{2,j,n}).$$

Подставив обозначения сумм в уравнение, получим ИК:

$$\tau_{n+1}=B_{24}/B_{22}\,.$$

Аналогично можно поставить задачу оптимизации части поправки к аномальной плотности, которая возникает в итерационном процессе за счет части невязки поля, появляющейся в итерационном процессе за счет поправок к аномальной плотности, т. е. требуется разработать *метод решения обратной задачи с КО по МСК дифференциальных поправок:*

$$F_E=\sum_i E^2_{i,n+1}=(a_{ij,n+1}/\lambda_i\lambda_j,Z_{j,n+1})^2=\min;$$

$$E_{i,n+1}=E_{\text{i},n}+\mu_{n+1}E_{1,i,n}-\tau_{n+1}E_{2,i,n}-\mu_{n+1}\tau_{n+1}E_{3,i,n}+\mu^2_{n+1}E_{4,i,n};$$

$$E_{i,n}=(a_{ij,n}/\lambda_i\lambda_j,Z_{i,n});$$

$$E_{1,j,n}=(a_{ij,n}/\lambda_i\lambda_j,F_{1,i,n})+(b_{ij,n}C_{i,n}/\lambda_i\lambda_j,Z_{i,n});$$

$$E_{2,j,n}=(a_{ij,n}/\lambda_i\lambda_j,F_{2,i,n});$$

$$E_{3,j,n}=(a_{ij,n}/\lambda_i\lambda_j,F_{3,i,n})+(b_{ij,n}C_{i,n}/\lambda_i\lambda_j,F_{2,i,n});$$

$$E_{4,j,n+1}=(a_{ij,n}/\lambda_i\lambda_j,F_{4,i,n})+(b_{ij,n}C_{i,n}/\lambda_i\lambda_j,F_{1,i,n});$$

$$F_E=\sum_i((a_{ij,n}+\mu_{n+1}b_{ij,n}C_{i,n})(Z_{i,n}+\mu_{n+1}F_{1,i,n}-$$

$$-\tau_{n+1}F_{2,i,n}-\mu_{n+1}\tau_{n+1}F_{3,i,n}+\mu^2_{\text{n}+1}F_{4,i,n})/\lambda_i\lambda_j)^2;$$

$$F_E=\sum_{\text{i}}(E_{\text{i},n}+\mu_{n+1}E_{1,i,n}-\tau_{n+1}E_{2,i,n}-\mu_{n+1}\tau_{n+1}E_{3,i,n}+\mu^2_{n+1}E_{4,i,n})^2.$$

Продифференцировав критерий по ИК и приравняв все производные к нулю, получим систему уравнений для их вычисления:

$$(F_E)'_\tau=\sum_i(E_{i,n}+\mu_{n+1}E_{1,i,n}-\tau_{n+1}E_{2,i,n})(\mu_{n+1}E_{3,i,n}+E_{2,i,n})=0;$$

$$(F_E)'_\mu=\sum_i(E_{i,n}+\mu_{n+1}E_{1,i,n}-\tau_{n+1}E_{2,i,n})\times$$

$$\times(E_{1,i,n}-\tau_{n+1}E_{3,i,n}+2\mu_{n+1}E_{4,i,n})=0.$$

После преобразований обозначим суммы формулами

$$B_{14}=(E_{i,n},E_{1,i,n});\quad B_{11}=(E_{1,i,n},E_{1,i,n})+2(E_{i,n},E_{4,i,n});$$

$$B_{12}=(E_{1,i,n},E_{2,i,n})+(E_{3,i,n},E_{i,n});\quad B_{24}=(E_{i,n},E_{2,i,n});$$

$$B_{22}=(E_{2,i,n},E_{2,i,n}).$$

Подставив обозначения сумм в уравнения, получим систему уравнений для вычисления ИК:

$$B_{14}=(-\mu_{n+1})B_{11}+\tau_{n+1}B_{12};\quad B_{24}=(-\mu_{n+1})B_{12}+\tau_{n+1}B_{22},$$

которые используются в тех же итерационных формулах (1), (2).

Подставив в производные $\mu_{n+1}=0$, получим метод простой итерации для решения линейной обратной задачи по КО дифференциальной поправки:

$$(F_E)'_\tau=\sum_i(E_{i,n}-\tau_{n+1}E_{2,i,n})E_{2,i,n}=0.$$

После преобразований обозначим суммы формулами

$$B_{24}=(E_{i,n},E_{2,i,n});\quad B_{22}=(E_{2,i,n},E_{2,i,n});$$

Подставив обозначения сумм в уравнение, получим ИК: $\tau_{n+1}=B_{24}/B_{22}$, который используется в (2) для вычисления аномальной плотности.

Выводы.

1. Приведенные алгоритмы позволяют стабилизировать решение обратной задачи по глубине при использовании сеточных интерпретационных моделей с различной плотностью в соседних блоках.
2. Применение двух методов – по поправке и невязке – позволяет повысить степень однозначначности решений обратной задачи гравиметрии с целью идентификации геологических объектов.

Перспективы дальнейших исследований следующие. Разработать аналогичные методы для наклонно-слоистых структур с целью их применения для поисков нефти и газа.

1. *Миненко П.А.* Совместная интерпретация гравитационного и магнитного полей методом поиска общих глубинных точек / П.А. Миненко // Наук. вiсн. НГУ. – 2010. – № 2. – С. 48–52.
2. *Миненко Р.В.* Итерационные методы совместного решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии / Р.В. Миненко // Там же. – 2010. – № 3. – С. 64–67.

Криворожский государственный педагогический университет, Украина

Поступила в редакцию 23.12.2011 г.

П.О. Міненко, Р.В. Міненко

СПРОЩЕНІ АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗКУ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ГРАВІМЕТРІЇ ФІЛЬТРАЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ

Наведено нові методи одержання стійких розв'язків обернених лінеаризованих задач гравіметрії й магнітометрії для визначення глибин до структурних меж у кристалічному фундаменті за заданих стрибків аномальної густини й інтенсивності намагнічування гірських порід на межах усіх шарів. Отримано нові формули ітераційних поправок, на які менше впливають похибки поля і які забезпечують більш згладжений розв'язок оберненої задачі для глибин. Це дає підстави для застосування наведених методів для пошуків не тільки рудної сировини в кристалічному фундаменті, а й вуглеводнів у субгоризонтальних осадових комплексах гірських порід. У перспективі можлива розробка аналогічних методів для пошуків нафти й газу в похило-шаруватих структурах.

Ключові слова: гравіметрія, обернена задача, критерій, поправка.

P.A. Minenko, R.V. Minenko

SIMPLIFIED ALGORITHMS OF THE INVERSE SOLUTION BY GRAVITY FILTRATIONAL METHODS

Given in the paper are new methods of receiving stable solutions of the inverse linearized problems of gravimetry and magnetometry for depth determination up to the structural borders of crystal base. Abnormal density jumps and intensity of rocks magnetization on all layer borders are given. New formulae of the iterative amendments less affected by field errors which provide more smoothed decision of the inverse depth problem are received. That affords ground for application of the resulted methods not only for searching of ore raw materials in the crystal base, but also to searching of hydrocarbons in subhorizontal sedimentary complexes of rocks, and in the long term to develop similar methods for oil and gas searching in the inclined and layered structures.

Keywords: gravimetry, inverse problem, criterion, amendment.