

# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 539.4

## Особенности расчета $C^*$ -интеграла при термосиловом нагружении элементов конструкций

Б. З. Марголин, А. Г. Гуленко, С. М. Балакин

ФГУП ЦНИИ КМ “Прометей”, Санкт-Петербург, Россия

*Для различных типов образцов выполнено сопоставление результатов расчета инженерным методом  $C^*$ -интеграла, применяемого при силовом нагружении, с таковыми методом конечных элементов. Проведен расчетный анализ напряженного состояния у вершины трещины при силовых и кинематических граничных условиях при ползучести и релаксации напряжений. Для этих же условий рассчитан  $C^*$ -интеграл. На основании выполненных расчетных исследований предложен инженерный метод, позволяющий рассчитывать  $C^*$ -интеграл как при силовых, так и кинематических граничных условиях, а также при термосиловом нагружении.*

**Ключевые слова:**  $C^*$ -интеграл, ползучесть, трещина, эталонное напряжение.

**Введение.** В настоящее время для прогнозирования скорости роста трещины в условиях ползучести используется так называемый контурный  $C^*$ -интеграл, предложенный в работах [1, 2]. Согласно [3, 4] скорость роста трещины  $dl/dt$  рассчитывается по формуле

$$\frac{dl}{dt} = A(C^*)^n, \quad (1)$$

где  $A$  и  $n$  – константы, зависящие в общем случае от различных внешних воздействий, например температуры и нейтронного облучения [5].

$C^*$ -интеграл был определен как  $J$ -интеграл, где напряжение  $\sigma$ , деформация  $\varepsilon$  и перемещение  $u$  соответственно заменялись напряжением  $\sigma$ , скоростью деформации  $\dot{\xi}$  и скоростью перемещения  $\dot{u}$ . Ясно, что контурный  $C^*$ -интеграл не зависит от размера контура только при установившейся ползучести, когда  $\dot{\xi}$  зависит только от  $\sigma$ . В этом случае деформирование среды при ползучести можно описать уравнениями нелинейно-упругого тела, для которого доказана инвариантность  $J$ -интеграла к размеру и форме контура интегрирования [6]. Поэтому вначале использование  $C^*$ -интеграла было ограничено описанием развития трещины только при стационарной ползучести. Впоследствии его применение было расширено на случай развития трещины при неустановившейся ползучести и (или) переменном нагружении

после введения параметра  $C_s^*$  как инженерной оценки  $C^*$ -интеграла. Данный параметр записывается в виде [3]

$$C_s^* = J_e \frac{E \xi_{ref}}{\sigma_{ref}}, \quad (2)$$

где

$$\sigma_{ref} = \frac{P}{P_{lim}} \sigma_{0,2}. \quad (3)$$

В уравнениях (2) и (3):  $J_e$  – упругая составляющая  $J$ -интеграла;  $E$  – модуль Юнга;  $P$  – нагрузка (погонная), действующая на элемент конструкции;  $P_{lim}$  – нагрузка (погонная), соответствующая предельной несущей способности элемента с трещиной;  $\sigma_{0,2}$  – предел текучести;  $\xi_{ref}$  – скорость деформации, определяемая из уравнения установившейся или неустойчивой ползучести при напряжении, равном  $\sigma_{ref}$  [3, 7].

Из формулы (3) следует, что так называемое “эталонное напряжение”  $\sigma_{ref}$  (reference stress) характеризует уровень нагруженности образца с трещиной в терминах напряжений. Например, в гладком образце общая текучесть наступает при  $\sigma = \sigma_{0,2}$ , в образце с трещиной – при  $\sigma_{ref} = \sigma_{0,2}$ . Введение  $\sigma_{ref}$  позволяет определять параметры механики разрушения  $J$ - или  $C^*$ -интеграл не на основании обычных характеристик силы  $P$  и перемещений  $u$  (или  $\dot{u}$ ), а в терминах напряжений и деформаций (скоростей деформаций) [3]. В последнем случае расчет  $J$ - и  $C^*$ -интегралов на основании  $\sigma_{ref}$  может быть выполнен по простым инженерным формулам (см. формулу (2) и работу [7]).

Использование параметра  $C_s^*$  вместо  $C^*$  в уравнении (1) показывает весьма хорошую согласованность с экспериментальными данными по скорости роста трещины как в области установившейся, так и неустойчивой ползучести [8–10]. Данное обстоятельство послужило базой для включения уравнения типа (1), использующего  $C_s^*$ -параметр, в нормативные документы, в частности в [3].

Точная оценка  $P_{lim}$  может быть выполнена только для двухмерных задач при рассмотрении идеального жесткопластического тела на основании теории линий скольжения [11]. Для других случаев (например, для тел с эллиптической или полуэллиптической трещинами) предельная нагрузка  $P_{lim}$  оценивается эмпирическими зависимостями, полученными на основании результатов численных расчетов или экспериментов. Кроме того, следует отметить, что формулы (2) и (3) были предложены только для расчета  $C_s^*$  при силовом нагружении.

Таким образом, при использовании параметра  $C_s^*$  для прогнозирования скорости роста трещин в элементах конструкции, во-первых, необходимо проанализировать, какие оценки  $\sigma_{ref}$  дают консервативное значение  $C_s^*$ , во-вторых, разработать метод расчета  $C_s^*$  для элементов конструкции при

термосиловом нагружении и (или) с кинематическими граничными условиями, в которых процессы ползучести приводят к релаксации напряжений.

Целью настоящей работы является решение указанных задач.

1. **Анализ консервативности оценки  $C^*$ -интеграла на основании определения  $C_s^*$ -параметра.** Для проведения такого анализа было осуществлено сравнение результатов расчета  $C^*$ -интеграла с  $C_s^*$ -параметром для одних и тех же образцов, схем и уровней нагружения. При этом использовали материал, деформирование которого при ползучести описывается уравнением Нортона в виде

$$\xi_{eq}^c = a_c \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0} \right)^{n_c}, \quad (4)$$

где  $\xi_{eq}^c$  – интенсивность скорости деформации ползучести;  $\sigma_{eq}$  – интенсивность напряжений;  $\sigma_0$  – нормализующее напряжение, равное 1 МПа.

Ясно, что только при установившейся ползучести применение  $C^*$ -интеграла для описания процессов деформирования у вершины трещины может быть корректно.

Сопоставление  $C^*$ -интеграла с  $C_s^*$ -параметром проводили для различных типов образцов. Во всех рассмотренных случаях использовали одни и те же характеристики материала: модуль Юнга  $E = 1,5 \cdot 10^5$  МПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ;  $a_c = 1,5 \cdot 10^{-17} \text{ ч}^{-1}$  и  $n_c = 5,7$ .

1.1. **Процедура расчета  $C^*$ -интеграла и  $C_s^*$ -параметра.** Контурный  $C^*$ -интеграл вычисляли на основании полученного из расчета методом конечных элементов (МКЭ) напряженно-деформированного состояния (НДС) по следующей формуле [1, 2, 12, 13]:

$$C^* = \int_{\Gamma} \left( W^* n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds, \quad (5)$$

где  $\Gamma$  – контур, по которому проводится интегрирование;  $W^* = \int_0^{\xi_{ij}^c} \sigma_{mn} d\xi_{mn}^c$ ;

$u_i$  – скорость перемещения в направлении  $x_i$ ,  $\dot{u}_i = du_i/dt$ ;  $x_1, x_2$  – декартовы координаты;  $n_j$  – компонента единичного вектора, перпендикулярного к элементу  $ds$  контура  $\Gamma$ ;  $\xi_{mn}^c, \dot{\xi}_{ij}^c$  – компоненты тензора скорости деформации ползучести;  $\sigma_{mn}, \sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $t$  – время.

При использовании уравнения Нортона (4) для описания ползучести выражение для  $W^*$  может быть записано в более удобной для вычисления форме.

Представим приращение  $dW^*$  через девиатор напряжений  $s_{mn}$  и шаровую компоненту  $\bar{\sigma}$  в виде

$$dW^* = \sigma_{mn} d\xi_{mn}^c = (s_{mn} + \bar{\sigma}) d\xi_{mn}^c = s_{mn} d\xi_{mn}^c. \quad (6)$$

Поскольку согласно ассоциированному закону

$$d\xi_{mn}^c = \frac{3}{2} \frac{d\xi_{eq}^c}{\sigma_{eq}} s_{mn}, \quad (7)$$

после подстановки (7) в уравнение (6) получим

$$dW^* = \frac{3}{2} \frac{d\xi_{eq}^c}{\sigma_{eq}} s_{mn} s_{mn} = \frac{\sigma_{eq}^2 d\xi_{eq}^c}{\sigma_{eq}} = \sigma_{eq} d\xi_{eq}^c. \quad (8)$$

Подставляя уравнение (4) в (8) и интегрируя  $dW^*$ , получаем следующее выражение для вычисления  $W^*$ :

$$W^* = \frac{n_c}{n_c + 1} a_c (\sigma_{eq})^{n_c + 1}. \quad (9)$$

Кроме расчета по формуле (5) для компактного СТ-образца  $C^*$ -интеграл рассчитывали по формуле, предложенной [13] для обработки экспериментальных данных по скорости роста трещины:

$$C^*(t) = \left( 2 + 0,52 \frac{w-a}{w} \right) \frac{n_c}{n_c + 1} \frac{P\dot{v}}{(w-a)}, \quad (10)$$

где  $\dot{v}$  – скорость перемещения по линии действия нагрузки;  $w$  – ширина образца (рис. 1).

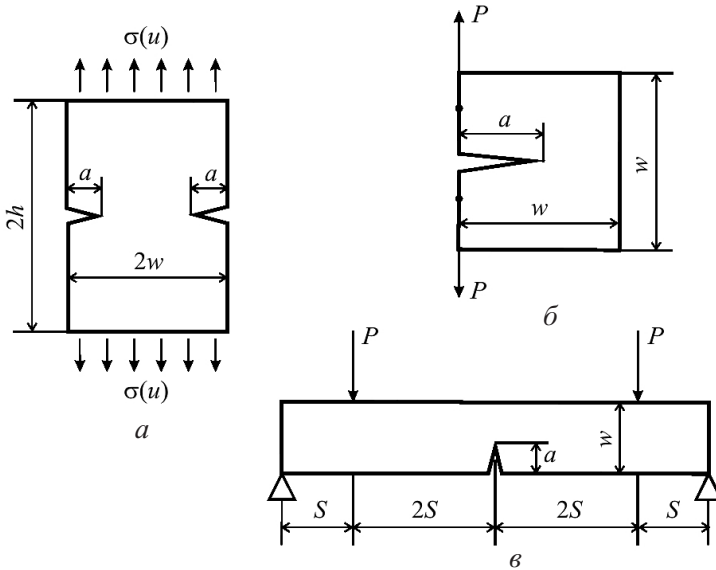


Рис. 1. Геометрия и схема нагружения рассчитываемых образцов:  $a$  – пластина с краевыми трещинами;  $b$  – компактный образец с трещиной;  $v$  – образец для испытаний на четырехточечный изгиб с трещиной.

Расчет  $C_s^*$ -параметра проводили по формулам (2), где  $\sigma_{ref}$  определяли в соответствии с [3, 14], и (3), в которой  $P_{lim}$  рассчитывали по теории линий скольжения [11, 15].

**1.2. Анализ чувствительности  $C^*$ -интеграла к размеру контура интегрирования.** Перед сравнительными расчетами  $C^*$ -интеграла и  $C_s^*$ -параметра проводили тестовый расчет методом конечных элементов  $C^*$ -интеграла для пластины с двумя краевыми трещинами, схема нагружения которой по напряжениям показана на рис. 1,а ( $a = 10$  мм;  $w = 35$  мм;  $h = 70$  мм).

На рис. 2,а представлена зависимость  $C^*$ -интеграла от времени при различных размерах контура интегрирования  $R$ . Видно, что в начальные моменты времени  $C^*$ -интеграл сильно зависит от радиуса контура интегрирования  $R$ . С увеличением времени его чувствительность к радиусу контура интегрирования уменьшается.

На первый взгляд зависимость  $C^*$ -интеграла от контура интегрирования противоречит теоретическому заключению, доказывающему, что для установившейся ползучести  $C^*$ -интеграл инвариантен к контуру интегрирования. Однако если учесть, что в большинстве случаев при расчете МКЭ не может моделироваться абсолютно вязкий материал, для которого упругая деформация равна нулю, а скорость деформации зависит только от напряжения, полученный результат становится понятным. Дело в том, что любое нелинейное решение МКЭ осуществляется на основании итерационного процесса, каждый шаг которого есть решение линейной задачи. Поэтому расчет МКЭ описывает не вязкое, а вязкоупругое деформирование материала. Для такого материала в начальные моменты времени происходит перераспределение напряжений у вершины трещины и, как следствие, имеет место зависимость  $C^*$ -интеграла от времени и размера контура. По истечении некоторого времени распределение напряжений практически стабилизируется, и  $C^*$ -интеграл инвариантен к контуру интегрирования.

Для абсолютно вязкого материала характерно выполнение следующего условия: при заданном напряжении в начальный момент времени ( $t = 0$ ) имеем  $\xi \neq 0$ , а  $\varepsilon = 0$ . Такое условие может быть описано МКЭ, если принять  $E = \infty$ . Очевидно, что численное решение МКЭ невозможно получить при  $E = \infty$ . Однако с увеличением  $E$  в 100–1000 раз относительно реального значения расчет НДС МКЭ может быть выполнен.

На рис. 2,б показана зависимость  $C^*$ -интеграла от  $R$  при различных значениях  $E$  в момент времени  $t = 5$  ч. Видно, что с увеличением  $E$  чувствительность  $C^*$ -интеграла к размеру контура интегрирования падает. Этот результат свидетельствует о правильности представленных выше рассуждений.

Таким образом, выполненный анализ показывает, что при вязкоупругом деформировании материала  $C^*$ -интеграл зависит от размера контура до стабилизации поля напряжений у вершины трещины. Для рассматриваемых свойств материала с достаточно малой погрешностью  $C^*$ -интеграл стано-

вится инвариантным к  $R$  при  $t \geq 800$  ч. В этом случае реализуется практически стационарное поле напряжений у вершины трещины. При этом упругая деформация  $\varepsilon^e(t) = \text{const}$  и, следовательно, скорость упругой деформации  $\dot{\xi}^e = 0$ . Тогда  $\xi = \xi^c$ , и уравнение деформирования материала можно записать в виде  $\xi = f(\sigma)$ , в этом случае  $C^*$ -интеграл не зависит от размера контура интегрирования.

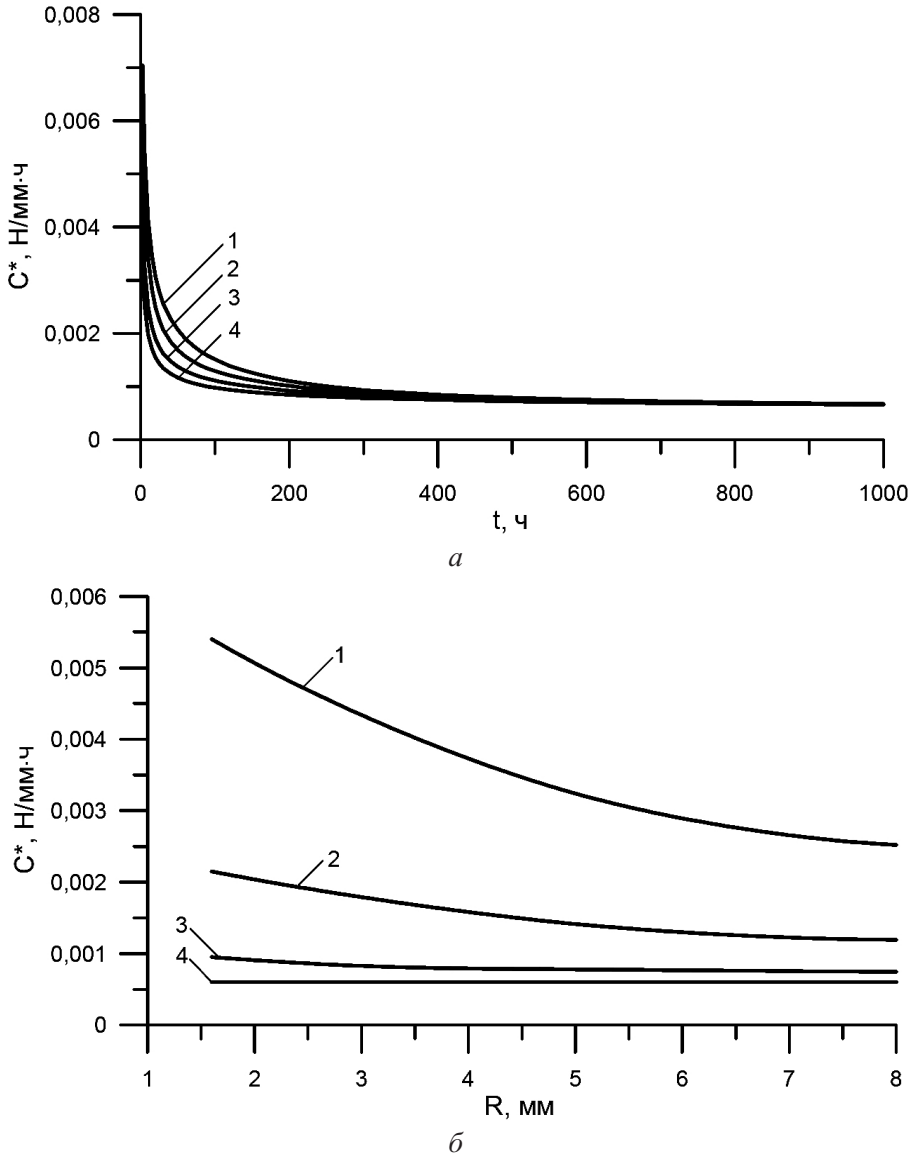


Рис. 2. Зависимость  $C^*$ -интеграла от времени  $t$  при различных значениях контура интегрирования  $R$  и модуле Юнга  $E = 1,5 \cdot 10^5$  МПа (а) и от  $R$  при различных значениях модуля Юнга  $E$  в момент времени  $t = 5$  ч (б). а: 1 –  $R = 1,6$  мм; 2 –  $R = 3,2$  мм; 3 –  $R = 5$  мм; 4 –  $R = 8$  мм; б: 1 –  $E = 1,5 \cdot 10^5$  МПа; 2 –  $E = 1,5 \cdot 10^6$  МПа; 3 –  $E = 1,5 \cdot 10^7$  МПа; 4 –  $E = 1,5 \cdot 10^8$  МПа. (Расчет проведен для пластины с краевыми трещинами при  $\sigma = 60$  МПа – рис. 1,а.)

Для получения сопоставимых результатов как при  $t < 800$  ч, так и  $\geq 800$  ч будем использовать для различных задач один и тот же размер контура интегрирования  $R = 1,6$  мм. Этот размер, как будет показано ниже, приближенно соответствует размеру зоны напряженного состояния у вершины трещины, контролируемой  $C^*$ -интегралом.

1.3. **Сопоставление результатов. Компактный СТ-образец.** Выполнен расчет стандартного компактного образца толщиной  $B = 25$  мм, шириной  $w = 50$  мм и длиной трещины  $a = 25$  мм при растяжении с погонной силой  $P = 500$  Н/мм (рис. 1,б). Расчет МКЭ проводили в двухмерной постановке при условии плоской деформации.

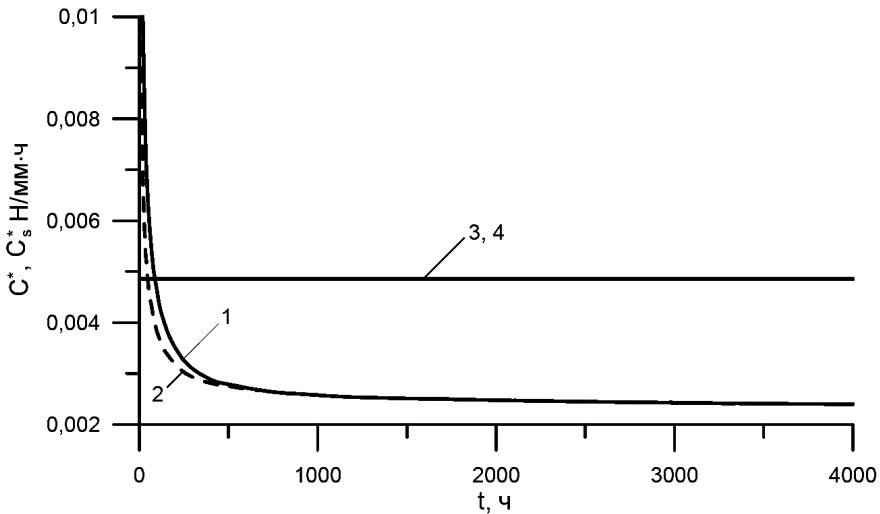


Рис. 3. Сопоставление результатов расчета  $C^*$ -интеграла (кривые 1 и 2) с таковыми  $C_s^*$ -параметра (линии 3, 4) для компактного образца (рис. 1,б): 1 – расчет по формуле (5) на основе МКЭ; 2 – расчет по формуле (10); 3 – расчет по формулам (2) и (11); 4 – расчет по формулам (2), (3), (12) и (13).

На рис. 3 представлены результаты расчета  $C^*$ -интеграла по формулам (5), (10) и  $C_s^*$ -параметра по (2). Эталонное напряжение  $\sigma_{ref}$  в уравнении (2) рассчитывали по формуле, приведенной в [3]:

$$\sigma_{ref} = \frac{P}{w} \frac{1}{f(z)}, \quad (11)$$

где

$$f(z) = 1,155[-(1 + 1,702z) + \sqrt{2,702 + 4,599z^2}]; \quad z = a/w.$$

Кроме того, расчет  $\sigma_{ref}$  проводили согласно соотношению (3), в котором погонную силу  $P_{lim}$  вычисляли при плоской деформации по формуле, полученной по теории линий скольжения [15]:

$$P_{lim} = \beta(w - a)\sigma'_Y, \quad (12)$$

где при использовании критерия Мизеса имеем  $\sigma'_Y = 2\sigma_{0,2}/\sqrt{3}$ ; параметр  $\beta$  определяли из уравнения

$$1,26\left(\beta^2 + \frac{2w}{w-a}\beta\right)^{1/2} - \beta = 1. \quad (13)$$

Из рис. 3 видно, что результаты расчета  $C^*$ -интеграла по формулам (5) и (10) достаточно близки. Практически во всем исследуемом диапазоне времен  $C_s^*$ -параметр выше  $C^*$ -интеграла независимо от используемых для расчета  $\sigma_{ref}$  формул.

*Образец для испытаний на четырехточечный изгиб.* В данной задаче принимали следующие размеры образца и трещин (рис. 1,б):  $a = 5$  мм;  $w = 50$  мм;  $S = 50$  мм. Нагружение осуществляли погонной силой  $P = 950$  Н/мм. Расчет МКЭ проводили в двухмерной постановке при условии плоской деформации.

На рис. 4 представлены результаты расчета контурного  $C^*$ -интеграла по формуле (5) и  $C_s^*$ -параметра по формуле (2). Напряжение  $\sigma_{ref}$  в уравнении (2) рассчитывали по формулам [3, 14]:

$$\sigma_{ref} = \left| \frac{\sigma_b}{3} \right| + \sqrt{\left( \frac{\sigma_b}{3} \right)^2 + \sigma_m^2}, \quad (14)$$

где  $\sigma_b$  – изгибное напряжение,  $\sigma_b = \frac{6(M + Na/2)}{B(w-a)^2}$ ;  $M$  – изгибающий момент;  $N$  – растягивающее усилие;  $B$  – толщина образца;  $\sigma_m$  – растягивающее напряжение,  $\sigma_m = N/[B(w-a)]$ . Для рассматриваемого случая имеем  $\sigma_m = 0$ .

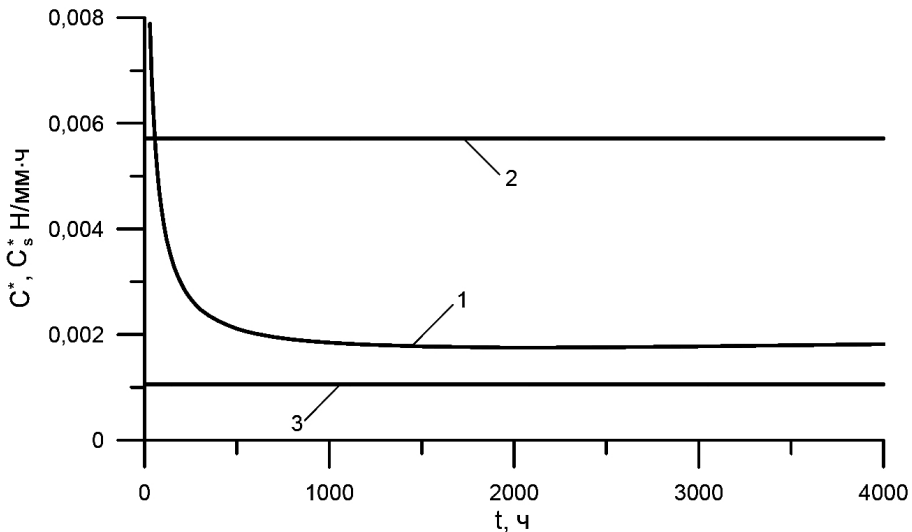


Рис. 4. Сопоставление результатов расчета  $C^*$ -интеграла (кривая 1) с таковыми  $C_s^*$ -параметра (линия 2, 3) для изгибного образца (рис. 1,б): 1 – расчет по формуле (5) на основе МКЭ; 2 – расчет по формулам (2) и (14); 3 – расчет по формулам (2), (3) и (15).



Кроме расчета величины  $\sigma_{ref}$  по формуле (14) ее также определяли по (3), где погонную силу  $P_{lim}$  вычисляли при плоской деформации на основании теории линий скольжения [15]:

$$P_{lim} = \frac{0,31(w-a)^2 \sigma'_Y}{S}. \quad (15)$$

Из рис. 4 видно, что значения  $C_s^*$ -параметра выше таковых  $C^*$ -интеграла в случае если  $\sigma_{ref}$  рассчитывать по формуле (14). Если  $\sigma_{ref}$  вычислять по формуле (3), а  $P_{lim}$  – на основании теории линий скольжения (формула (15)), то величина  $C_s^*$ -параметра будет меньше  $C^*$ -интеграла.

*Плоский образец для испытаний на растяжение.* Рассматривали задачу о растяжении плоского образца с двумя краевыми трещинами (рис. 1,а). Принимали следующие размеры образца и трещины:  $a = 10$  мм;  $w = 35$  мм;  $h = 70$  мм. Нагружение осуществляли растягивающими напряжениями  $\sigma = 60$  МПа.

На рис. 5 представлены результаты расчета  $C^*$ -интеграла по формуле (5) и  $C_s^*$ -параметра по (2). Эталонное напряжение рассчитывали по формуле (14) при  $\sigma_b = 0$ .

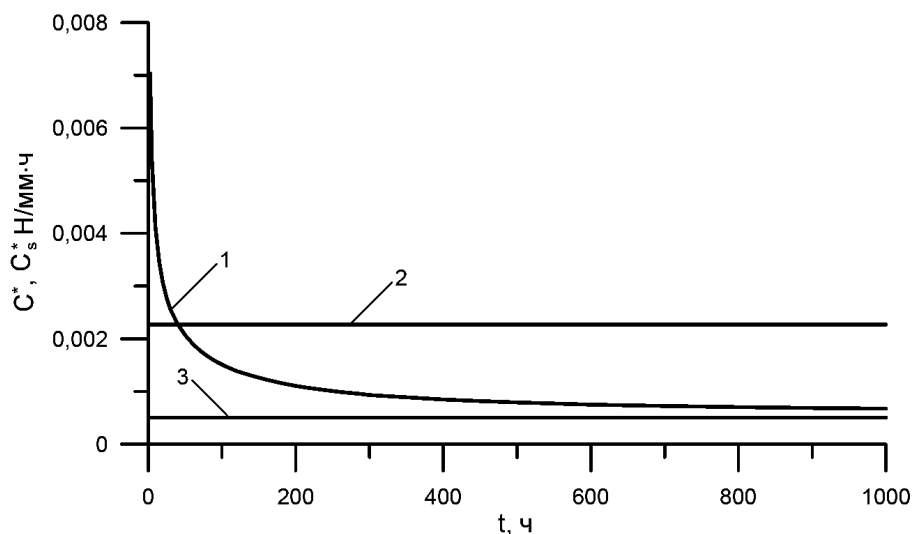


Рис. 5. Сопоставление результатов расчета  $C^*$ -интеграла (кривая 1) с таковыми  $C_s^*$ -параметра (линии 2, 3) для плоского образца при растяжении (рис. 1,а): 1 – расчет по формуле (5) на основе МКЭ; 2 – расчет по формулам (2) и (14); 3 – расчет по формулам (2), (3) и (16).

Дополнительно расчет  $\sigma_{ref}$  проводили по формуле (3), в которой погонную силу  $P_{lim}$  определяли при плоской деформации на основании теории линий скольжения [15]:

$$P_{lim} = 2 \left[ 1 + \ln \left( \frac{1 + w/(w-a)}{2} \right) \right] (w-a) \sigma'_Y. \quad (16)$$

Из рис. 5 видно, что соотношение между  $C^*$ -интегралом и  $C_s^*$ -параметром качественно соответствует рассмотренному выше случаю. При расчете  $\sigma_{ref}$  по формулам [3, 14] значение  $C_s^*$  выше, чем  $C^*$ . В случае если  $\sigma_{ref}$  рассчитывать на основании теории линий скольжения, величина  $C_s^*$ -параметра будет меньше  $C^*$ -интеграла.

Таким образом, выполненные расчеты показывают, что при расчете эталонных напряжений по формулам [3, 14] во всех рассмотренных случаях  $C_s^*$ -параметр выше, чем  $C^*$ -интеграл. Это означает, что консервативной оценкой  $C^*$ -интеграла является расчет  $C_s^*$ -параметра при вычислении  $\sigma_{ref}$  по формулам, приведенным в [3, 14].

**2. Связь напряженного состояния у вершины трещины с номинальными напряжениями и  $C^*$ -интегралом при силовом и кинематическом нагружениях.** При термическом нагружении элемента конструкции в процессе ползучести материала происходит релаксация напряжений. Аналогичные процессы протекают, когда элемент конструкции нагружен кинематически (заданы перемещения). Поэтому для описания особенностей кинетики напряженного состояния образца при термическом нагружении будем использовать более простую схему нагружения – задание кинематических граничных условий.

Для сопоставления кинетики напряженного состояния при силовом и кинематическом нагружении в качестве объекта исследования рассматривали плоский образец с двумя краевыми трещинами (рис. 1,а). Размеры образца представлены в разд. 1. Величину перемещений, заданных по торцам образца, выбирали таким образом, чтобы номинальные растягивающие напряжения в начальный момент времени были равны 76 МПа (рис. 6,а).

Результаты расчетов, полученные при силовом (схема и уровень нагружения соответствуют разд. 1.3) и кинематическом нагружении, приведены на рис. 6. Видно, что время  $t_{\sigma_{nom}}$ , при котором совпадают  $\sigma_{nom}$  при силовом и кинематическом нагружении, отличается от времени  $t_{C^*}$ , при котором совпадают значения  $C^*$ -интеграла. Распределение интенсивности напряжений  $\sigma_{eq}$  у вершины трещины в моменты времени  $t_{C^*}$  и  $t_{\sigma_{nom}}$  представлено на рис. 7.

Из рис. 7,а видно, что при  $t = t_{C^*}$  вблизи вершины трещины при  $x < x_{C^*} \approx \approx 1,6$  мм распределения  $\sigma_{eq}(x)$  практически совпадают при силовых и кинематических граничных условиях. Это означает, что как при силовых, так и кинематических граничных условиях  $C^*$ -интеграл однозначно контролирует напряженное состояние у вершины трещины. Следовательно, при любом нагружении – силовом, кинематическом или термосиловом  $C^*$ -интеграл может быть использован как параметр, контролирующей скорость роста трещины. Кроме того, при  $t = t_{C^*}$  номинальное значение  $\sigma_{eq}$  при силовом нагружении меньше, чем при кинематическом. Такой результат соответствует

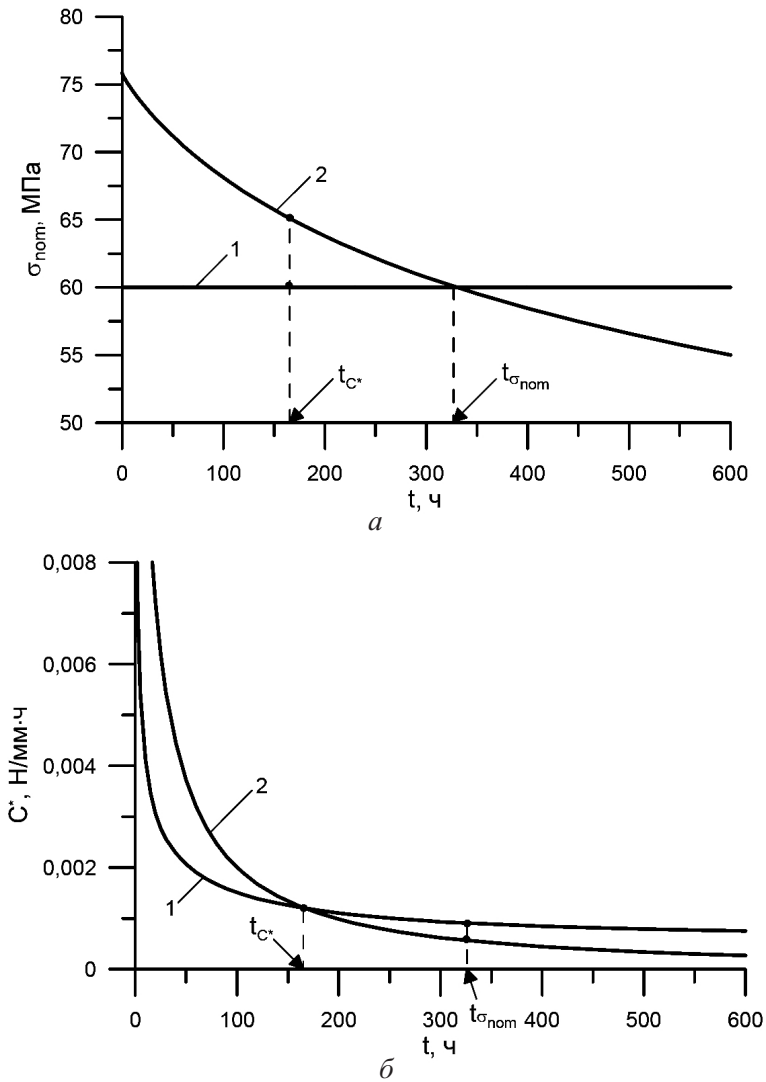


Рис. 6. Зависимость номинальных напряжений (а) и  $C^*$ -интеграла (б) от времени при силовом (кривая 1) и кинематическом (кривая 2) нагружении. (Расчет проводили для образца с двумя краевыми трещинами.)

рис. 6,а, где  $\sigma_{nom}$  при силовом нагружении меньше, чем при кинематическом.

При  $t = t_{\sigma_{nom}}$  распределения  $\sigma_{eq}(x)$  совпадают на удалении от вершины трещины, т.е. в области, где напряжения близки к номинальным (рис. 7,б). Такой результат очевиден, так как при  $t = t_{\sigma_{nom}}$  совпадают номинальные напряжения при силовых и кинематических граничных условиях (рис. 6). Из рис. 6 также следует, что при  $t = t_{\sigma_{nom}}$  соблюдается следующее соотношение:

$$C_{с.н}^* > C_{к.н}^*, \quad (17)$$

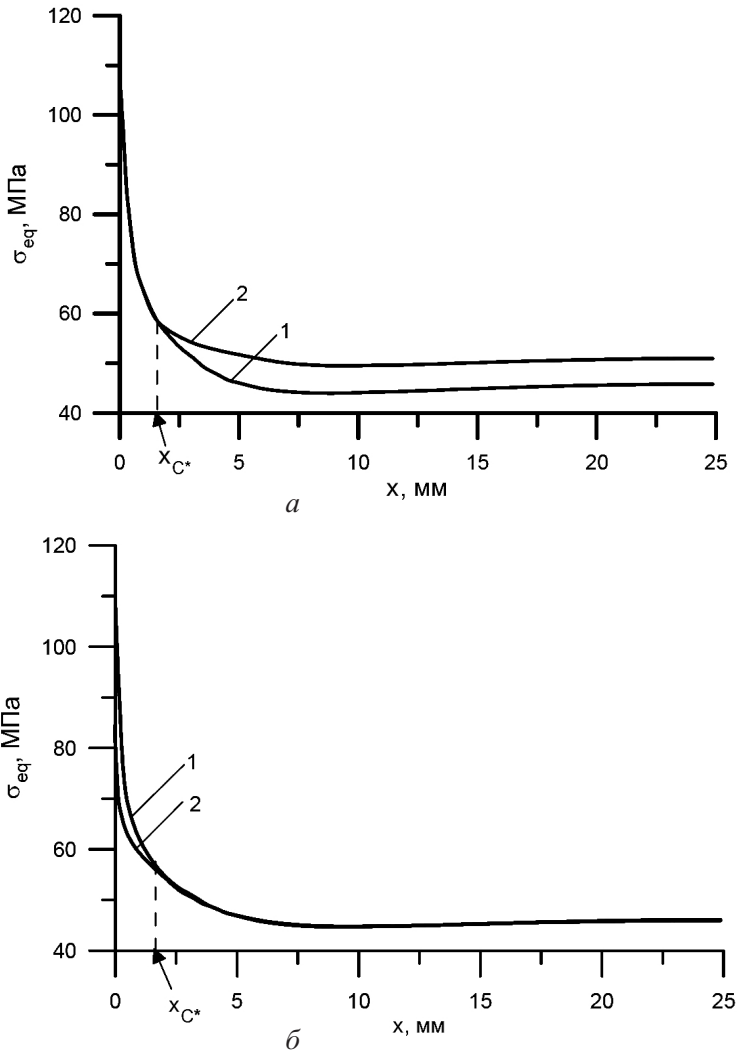


Рис. 7. Распределение интенсивности напряжений  $\sigma_{eq}$  по линии продолжения трещины при различных граничных условиях  $t = t_{C^*}$  (а) и  $t = t_{\sigma_{nom}}$  (б): 1, 2 – силовое и кинематическое нагружения соответственно.

где  $C_{с.н}^*$  и  $C_{к.н}^*$  – значения  $C^*$ -интеграла при термосиловом и кинематическом нагружении соответственно.

**3. Метод оценки  $C^*$ -интеграла при термосиловом нагружении.** На основании численных исследований, представленных в разд. 2, могут быть сделаны следующие выводы, являющиеся предпосылками для разработки процедуры оценки  $C^*$ -интеграла при термосиловом или кинематическом нагружении.

1. Если напряжение  $\sigma_{ref}$  рассчитывается согласно стандартам RCC-MR или R6 [3, 14], то при силовом нагружении выполняется соотношение

$$C_s^* > C^* . \tag{18}$$

2. Для одних и тех же номинальных напряжений, рассчитанных при различных граничных условиях, выполняется соотношение (17).

Это означает, что для задач с силовым, термосиловым и кинематическим нагружениями консервативная оценка  $C^*$ -интеграла может быть осуществлена с помощью параметра  $C_s^*$ , если он рассчитывается на основании текущих номинальных напряжений и концепции эталонных напряжений.

*Процедура оценки  $C^*$ -интеграла.*

1. Для рассматриваемого момента времени определяются поля напряжений в элементе конструкции без трещины посредством решения вязкоупругой или вязкоупругопластической задачи. Решение задачи проводится для элемента конструкции.

2. В области, где предполагается наличие трещины, определяются напряжения  $\sigma_n$ , нормальные к поверхности трещины (рис. 8).

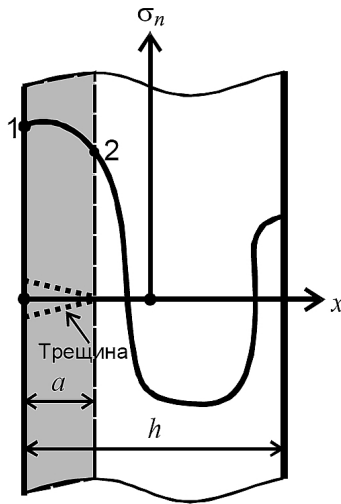


Рис. 8. Схема расчета напряжений  $\sigma_{ref}$  для оценки  $C^*$ -интеграла.

3. На основании известного распределения  $\sigma_n$  определяются:

а) коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$  (например, методом весовых функций [16]) и значение  $J_e$  по формуле

$$J_e = \frac{K_I^2}{E'}, \quad (19)$$

где  $E' = E$  для плоского напряженного состояния,  $E' = E/(1-\nu^2)$  для плоскодеформированного состояния;

б) эталонное напряжение  $\sigma_{ref}$  в соответствии со стандартами RCC-MR или R6 [3, 14]; для расчета  $\sigma_{ref}$  напряжение  $\sigma_n$  целесообразно аппроксимировать зависимостью вида

$$\sigma_n = \sigma_m - \sigma_b(2x/h), \quad (20)$$

где  $-h/2 \leq x \leq -h/2 + a$  (рис. 8);  $\sigma_m$  и  $\sigma_b$  – мембранные и изгибные напряжения, действующие на элемент конструкции.

4. Рассчитывается параметр  $C_s^*$  по формуле (2).

Представленные материалы послужили основанием для разработки раздела руководящего документа РОСЭНЕРГОАТОМа “Методика расчета прочности основных элементов реакторных установок на быстрых нейтронах с натриевым теплоносителем” (РД ЭО 1.1.2.09.0714-2007) по расчету скорости роста трещины при ползучести в условиях нейтронного облучения.

## Выводы

1. Установлено, что  $C^*$ -интеграл контролирует напряженное состояние у вершины трещины при различных граничных условиях.

2. Показано, что при силовых, термосиловых или кинематических условиях нагружения консервативная оценка  $C^*$ -интеграла может быть выполнена с помощью  $C_s^*$ -параметра, рассчитанного на основании текущих номинальных напряжений в элементе конструкции с использованием концепции эталонных напряжений.

3. Разработан метод оценки  $C^*$ -интеграла при термосиловом нагружении элемента конструкции.

Часть представленных исследований выполнена в рамках международного проекта МНТЦ 3973.

## Резюме

Для різних типів зразків виконано зіставлення результатів розрахунку інженерним методом  $C^*$ -інтеграла, що використовується за силового навантаження, з даними, отриманими методом скінченних елементів. Проведено розрахунковий аналіз напруженого стану у вістрі тріщини за силових, кінематичних граничних умов при повзучості і релаксації напружень. Для цих же умов розраховано  $C^*$ -інтеграл. На основі виконаних розрахункових досліджень запропоновано інженерний метод, що дозволяє розрахувати  $C^*$ -інтеграл як за силових, так і кінематичних граничних умов, а також за термосилового навантаження.

1. *Landes J. D. and Begley J. A.* A fracture mechanics approach to creep crack growth // *Mechanics of Crack Growth*. – ASTM STP 590. – 1976. – P. 128 – 148.
2. *Goldman N. L. and Hutchinson J. W.* Fully-plastic crack problems: The center cracked strip under plane strain // *Int. J. Solids Struct.* – 1975. – **11**. – P. 575 – 592.
3. *Design and Construction Rules for Mechanical Components of FBR Nuclear Islands*, Appendix A16, Edition 2002, AFCEN, France, 2002.

4. Goodall I. W. An Assessment Procedure for the High Temperature Response of Structures: Assessment Procedure R5, Issue 1; Nuclear Electric in Confidence. – Nuclear Electric, 1990.
5. Марголин Б. З., Гуленко А. Г., Бучатский А. А., Балакин С. М. Моделирование разрушения материалов при длительном статическом нагружении в условиях ползучести и нейтронного облучения. Сообщ. 3. Прогнозирование скорости роста трещины в аустенитных материалах // Пробл. прочности. – 2006. – № 6. – С. 5 – 16.
6. Rice J. R. A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks // J. Appl. Mech. – 1968. – 35. – P. 379 – 386.
7. Ainsworth R. A. The assessment of defects in structures of strain hardening material // Eng. Fract. Mech. – 1984. – 19, No. 4. – P. 633 – 642.
8. Polvora J. P., Drubay B., Piques R., et al. Creep fatigue crack growth on CT25 specimens in an 316L(N) stainless steel at 650°C // Trans. of the 14th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 14) (August 17–22, 1997, Lyons). – 1997. – P. 503 – 510.
9. Smith D. J., Curbishley I., and Huthmann H. Evaluation of creep-fatigue crack growth in type 316L(N) steel // Trans. of the 14th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 14) (August 17–22, 1997, Lyons). – 1997. – P. 511 – 516.
10. Michel B., Poette C., Albaladejo S., and Martelet B. Creep-fatigue crack growth assessment under combined mechanical and thermal loading with a simplified approach // Trans. of the 14th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 14) (August 17–22, 1997, Lyons). – 1997. – P. 517 – 524.
11. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
12. Атлури С. Вычислительные методы в механике разрушения. – М.: Мир, 1990. – 391 с.
13. ASTM E 1457-02. Standard Test Method for Measurement of Creep Growth Rates in Metals // Annual Book of ASTM Standards, 2002. – Vol. 03.01.
14. Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects, R6 – Revision 4, Up to Amendment Record No. 2, British Energy Generation Ltd, 2003.
15. Хеллан К. Введение в механику разрушения. – М.: Мир, 1988. – 364 с.
16. МР 125-02-95. Правила составления расчетных схем и определение параметров нагруженности элементов конструкций с выявленными дефектами. – М., 1995.

Поступила 27. 09. 2011