

Анализ ползучести сварной диафрагмы паровой турбины

Н. Г. Шульженко^а, А. В. Асаенок^а, Б. Ф. Зайцев^а, Н. Н. Гришин^б,
А. Н. Губский^б

^а Институт проблем машиностроения НАН Украины, Харьков, Украина

^б ПАО “Турбоатом”, Харьков, Украина

Предлагается методика расчета диафрагм на ползучесть, которая базируется на много-сеточном методе конечных элементов, теории старения ползучести в форме Работнова и методе переменных параметров упругости. Построены трехмерные расчетные модели диафрагмы и устанавливаются особенности ее напряженно-деформированного состояния с учетом пониженного сопротивления ползучести в сварных швах. Показано, что осевые перемещения у разъемов диафрагмы для крайних направляющих лопаток на 30% выше, чем для средних. При этом интенсивность напряжений выше в два раза. Зона максимума интенсивности упругих деформаций у входной кромки направляющих лопаток перемещается с учетом ползучести в область сварного шва, где их интенсивность достигает 2%.

Ключевые слова: диафрагма, паровая турбина, трехмерная модель, много-сеточный метод конечных элементов, ползучесть, теория старения.

Введение. Для гарантирования надежной работы диафрагм необходимо оценить кратковременную и длительную прочность их элементов, определить скорость нарастания прогибов, вызванных ползучестью материала (для ступеней с температурой пара больше 450°С), и обеспечить достаточную плотность их прилегания по всей поверхности опирания.

Теоретические и экспериментальные решения указанных задач отражены в работах [1–4], где предлагаются модели и методы расчета диафрагм в упругой постановке. Контактные взаимодействия опорных элементов диафрагмы и корпуса турбины, влияющие на напряженно-деформированное состояние (НДС) и плотность контакта, рассматриваются в [5–7], а состояние диафрагм при ползучести – в [8–10].

В работах в основном используются пластинчато-стержневые модели, в которых обод и тело диафрагмы представляются полукольцевыми пластинами, а лопаточный аппарат – регулярной системой стержней, подверженных косому изгибу. Эти модели отражают основные особенности деформирования диафрагм, но не позволяют рассмотреть влияние на них ряда важных конструктивных факторов, что приводит к необходимости применения трехмерных моделей: моделирование НДС лопаток диафрагм цилиндров среднего и высокого давления, которые не являются стержневыми телами; моделирование связей лопаток с телом и ободом, особенно сложных для сварных диафрагм; отражение реальных особенностей выхода крайних лопаток на разъем, где уровень НДС значительно выше, чем в средних лопатках пакета; учет податливости опорного контура диафрагмы, деформации ползучести, влияющей на накопление осевых прогибов диафрагмы, и напряжения в сварных швах направляющих лопаток диафрагм сварной конструкции для определения их долговечности.

Основное препятствие при построении и использовании трехмерных моделей диафрагм сварной конструкции – сложность описания геометрии конструкции из-за большого числа (хотя и однотипных) элементов – направляющих лопаток. Это приводит к задачам большой размерности, эффективное решение которых возможно с применением многосеточного метода (МСМ) на базе метода конечных элементов (МКЭ) или метода суперэлементов. Расчеты на ползучесть многократно увеличивают вычислительные затраты, что требует рационального выбора модели ползучести. Известно небольшое число работ, в которых используются трехмерные расчетные модели диафрагм, однако в них рассматриваются решения в упругой постановке [7, 11].

Цель данной работы заключается в построении эффективного математического обеспечения расчета на ползучесть диафрагм паровых турбин сварной конструкции в трехмерной постановке и определении характерных особенностей их деформирования. Вопросы влияния переменного контакта опорных элементов не рассматриваются.

Методика решения задачи ползучести. В основу методики расчетов диафрагмы в состоянии ползучести положен МСМ, предложенный в классических работах [12, 13] и активно развивающийся в современной вычислительной математике [14, 15]. Известны различные модификации МСМ, в данной работе используется метод в полуитерационной форме [16]. Решение задачи построено на итеративном решении последовательности задач для упругого состояния.

Применение предложенного в [16] метода для определения упругого НДС предусматривает построение ряда дискретных моделей, отвечающих последовательности укрупняющихся сеток, характеризующихся оператором – матрицей жесткости и нагрузкой (в правой части). Определение итеративного решения на основной (самой мелкой) сетке базируется на приближенных решениях на вспомогательных сетках (кроме самой крупной, где решение является точным [16]), что позволяет существенно повысить скорость сходимости итерационного процесса. Основными операциями при переходе от одной сетки к другой являются интерполяция (увеличение размерности вектора перемещений при переходе к более густой сетке) и конденсация (уменьшение размерности правой части или преобразование нагрузки при переходе к укрупненной сетке). Это позволяет организовать единый вычислительный процесс попеременного решения задач на сетках разных уровней и обмена информацией между ними.

Для сохранения высокой скорости сходимости МСМ, особенно для класса конструкций, где кроме массивных присутствуют тонкостенные криволинейные элементы, большое значение имеют способы построения операторов (матриц) моделей на вспомогательных сетках и взаимно сопряженных операторов перехода – интерполяции и конденсации. Анализ этих вопросов и модификации алгоритмов МСМ для сохранения его эффективности посвящена работа [17], в которой используется математическое обеспечение, разработанное ранее [18].

Применение методики, созданной на базе МСМ, свидетельствует о ее эффективности при решении линейных задач большой размерности (миллионы неизвестных) для сложных пространственных конструкций, включа-

ющих и тонкостенные элементы. Методика распространена на задачи деформационных теорий пластичности и ползучести, причем для сохранения приемлемого времени решения используется наиболее простая теория ползучести типа старения в форме Работнова [19]. Применение теории старения оправдано тем, что ползучесть диафрагм паровых турбин происходит преимущественно на стационарных режимах [1], для которых характерно состояние установившейся ползучести и где традиционно используются расчеты по изохронным кривым [20]. Задача ползучести сводится к упругопластическим задачам с использованием изохронных кривых ползучести в качестве диаграмм деформирования $\sigma_i(\varepsilon_i)$, решение которых выполняется итерациями по методу переменных параметров упругости [19], определяемых по формулам

$$E^* = E^*(\sigma_i/\varepsilon_i); \quad G^* = G^*(\sigma_i/\varepsilon_i); \quad \mu^* = \mu^*(\sigma_i/\varepsilon_i),$$

где σ_i/ε_i – секущий модуль.

Сходимость итерационного процесса контролируется достижением заданной точности по величине деформации. Продолжительность решения задач большой размерности определяется временем решения систем линейных алгебраических уравнений. Поэтому целесообразно минимизировать количество итераций в МСМ, чему удовлетворяет схема линеаризации физически нелинейной задачи по методу переменных параметров упругости.

Реализация в данной схеме МСМ метода переменных параметров упругости вызывает определенные сложности. При решении на каждой итерации известным и доступным для вычислений является только решение на основной сетке, решения на вспомогательных сетках получить нельзя. При этом отсутствует возможность повторного вычисления значений параметров упругости при построении матриц жесткости конструкции на разреженных сетках с учетом только текущего решения. В стандартном варианте МСМ [14], где матрицы вспомогательных сеток получены конденсацией матрицы жесткости точной сетки, такие сложности не возникают.

Для их преодоления в данной методике используется алгоритм, согласно которому переменные параметры упругости для текущего шага выполняются на разреженной сетке по формулам

$$E^* = \sum_i a_i E_i; \quad \nu^* = \sum_i a_i \nu_i,$$

где E_i, ν_i – параметры упругости, определенные для элементов точной сетки; E^*, ν^* – параметры упругости для элемента грубой сетки; a_i – весовые коэффициенты, зависящие от соотношения объемов конечных элементов, $a_i = V_i / \sum V_i$.

Апробация методического обеспечения выполнена на осесимметричных тестовых задачах для упругопластического состояния диска и установившейся ползучести трубы с днищами, решения которых известны. Тестовые расчеты задач пластичности и установившейся ползучести показывают стабильную сходимость итерационных процессов МСМ и метода переменных пара-

метров упругости. При этом количество полных итераций МСМ, а соответственно и вычислительные затраты убывают с номером итерации по переменным параметрам упругости. Общее число полных итераций в тестовых задачах и в расчетах реальных конструкций обычно составляет 6–10.

Особенности расчетной модели. Диафрагма сварной конструкции [1] рассматривается как трехмерное тело и моделируется изопараметрическими восьмиузловыми полилинейными конечными элементами [18]. Конечноэлементная модель диафрагмы представлена на рис. 1, в которой учитывается лопаточный аппарат, конструктивные особенности в месте сварного соединения направляющих лопаток с телом и ободом, а также выход одной из крайних лопаток за пределы плоскости разъема.

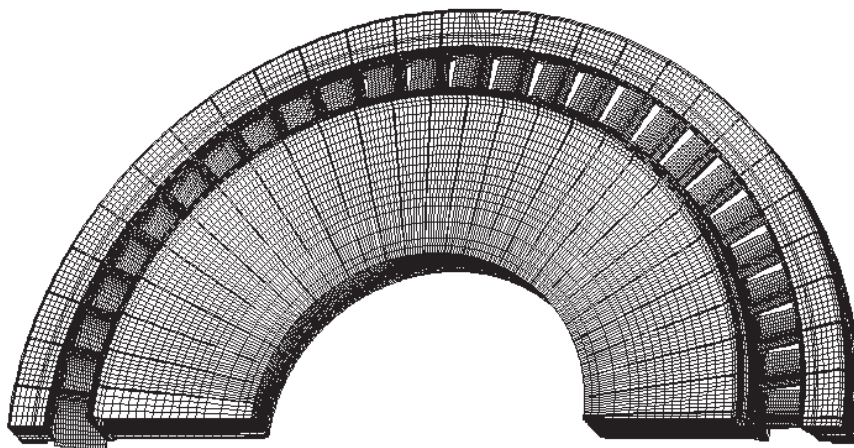


Рис. 1. Конечноэлементная модель диафрагмы паровой турбины.

Расчетные исследования МКЭ выполнены на примере конструкции сварной диафрагмы девятой ступени цилиндра среднего давления паровой турбины (перепад давлений $\approx 0,4$ МПа, наружный диаметр около 140 см, внутренний – 56 см). Конструкция содержит 54 лопатки (расчетная модель – 27 лопаток). Одна из крайних лопаток частично выходит за пределы плоскости разъема.

Крепление диафрагмы в корпусе турбины моделируется жестким закреплением опорного выступа по кольцевой линии, имитирующим свободное опирание, и дискретным закреплением по окружному направлению на наружной поверхности обода у разъемов и посередине. Первая система закреплений ограничивает смещения по оси трубы, вторая – по окружности, имитируя влияние шпонок, предотвращающих проворачивание.

Важным фактором, обеспечивающим адекватность рассматриваемой модели и реальной конструкции при решении задачи ползучести, является воспроизведение нагружения диафрагмы, обусловленное действием пара. Давление пара на диафрагму распределяется равномерно на рабочих поверхностях лопаток, оно равно перепаду давлений на входе и выходе.

Свойства материала при ползучести представлены кривыми ползучести и соответствующими им изохронными кривыми для основного материала лопаток, тела и обода (сталь 15X1M1Ф) и материала сварных швов (рис. 2).

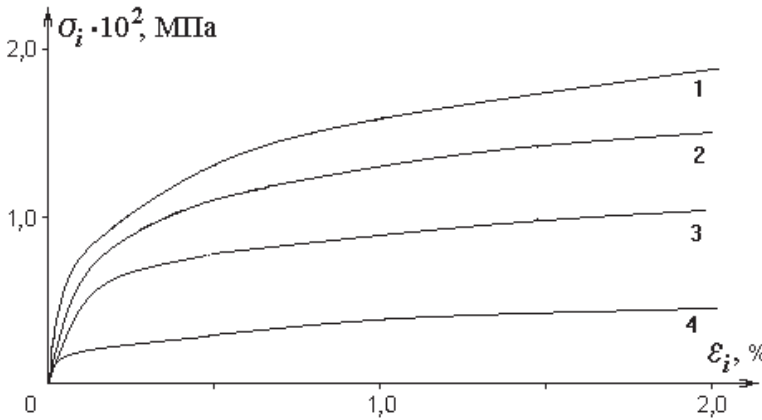


Рис. 2. Изохронные кривые материала диафрагмы (1) и сварных швов (2–4).

Изохронные кривые стали 15X1M1Ф при температуре 503°С для 10^5 ч эксплуатации определяли согласно зависимости

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 10^{-2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{1/10^5}} \right)^m,$$

где $m=4$; $E=1,77 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_{1/10^5} = 160$ МПа.

Трудно прогнозируемыми являются свойства материала сварных швов, зависящие от множества факторов: материала электродов, качества и равномерности сварки, степени выгорания присадок и т.д. [21, 22]. Для материала сварных швов сопротивление ползучести может значительно снижаться, что изменяет форму изохронных кривых. Для приближенного учета снижения сопротивления ползучести изохронные кривые шовного материала для времени 10^5 ч получены сжатием изохронной кривой основного материала по оси σ_i .

Для рационального выбора модели на основной сетке были проведены три пробных расчета, данные которых представлены на рис. 3, где a , b , c – варианты расчетных сеток (в вариантах a , b используются две сетки, в варианте c – три). Разбиение в варианте a – $34 \times 17 \times 136$ элементов, в вариантах b , c соответственно удвоенная и учетверенная разбивки по сравнению с вариантом a . Полученные данные показывают, что для проведения дальнейших исследований может быть выбран вариант b , КЭ-разбивка которого позволяет с достаточной точностью получать решение линейной задачи с минимальными по времени затратами. В принятой модели лопатки задаются 20 конечных элементов по высоте, 20 по длине и 2 по толщине. Всего при реализации варианта b используется более $3 \cdot 10^5$ конечных элементов. Модель принятой размерности позволяет получить решение задачи ползучести за 4–8 ч (в зависимости от степени развитости ползучести и применяемой ЭВМ). При этом рассматриваются результаты решения задачи упругости (вариант 0); расчета ползучести без учета свойств материала сварных

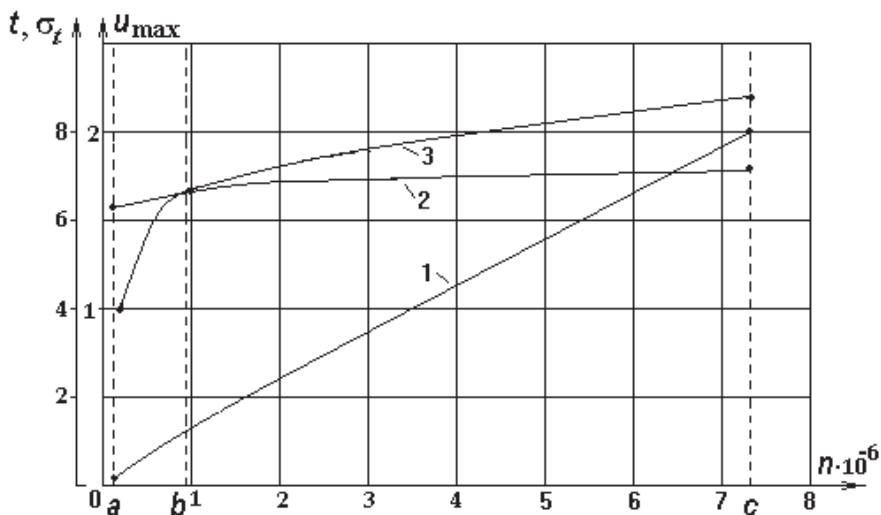


Рис. 3. Значения основных параметров решения упругой задачи в зависимости от ее размерности: 1 – время решения t (ч); 2 – максимальные перемещения u_{max} (мм); 3 – интенсивность напряжений $\sigma_i \cdot 10^2$ (МПа).

швов (вариант 1, изохронная кривая 1 на рис. 2); расчета ползучести с учетом свойств материала сварных швов (варианты 2, 4, кривые 2–4 на рис. 2).

Кратко опишем результаты анализа упругого состояния диафрагмы. Основными величинами при определении НДС диафрагмы являются осевые перемещения по внутреннему радиусу ее тела и продольные (радиальные) напряжения в лопатках в сечениях у тела и обода. Эти величины описывают качественную картину деформирования всей конструкции, а также максимальные напряжения, определяющие ее прочность. Общий вид деформирования диафрагмы и ее крайних лопаток приведен на рис. 4, на рис. 5, *a* – области максимальных значений интенсивности напряжений в крайних лопатках, где скорость ползучести наибольшая. Хотя максимальные значения интенсивности напряжений больше 400 МПа, они локализованы в очень малой области крайних лопаток на их входной кромке у стыков с ободом и телом диафрагмы.

Данные расчетов показывают, что НДС диафрагмы формируется при силовом взаимодействии узлов различной жесткости: жесткого тела диафрагмы, менее жесткого обода и наиболее податливого лопаточного аппарата. В связи с этим лопатки подвергаются наибольшему деформированию в местах соединения с телом и ободом.

Наибольший интерес представляют величины напряжений на входной кромке лопаток как наиболее напряженной зоне конструкции вместе со сварными швами. Следует отметить, что напряжения концентрируются в указанных местах, что связано с резким изменением формы конструкции, а также близостью конструктивной несплошности по торцам лопаток. Здесь НДС является существенно трехмерным, и применение пластинчато-стержневых моделей не отражает сути таких результатов.

Заметим, что максимальные смещения определяются жесткостью тела диафрагмы, а это требует максимально полного учета факторов, определя-

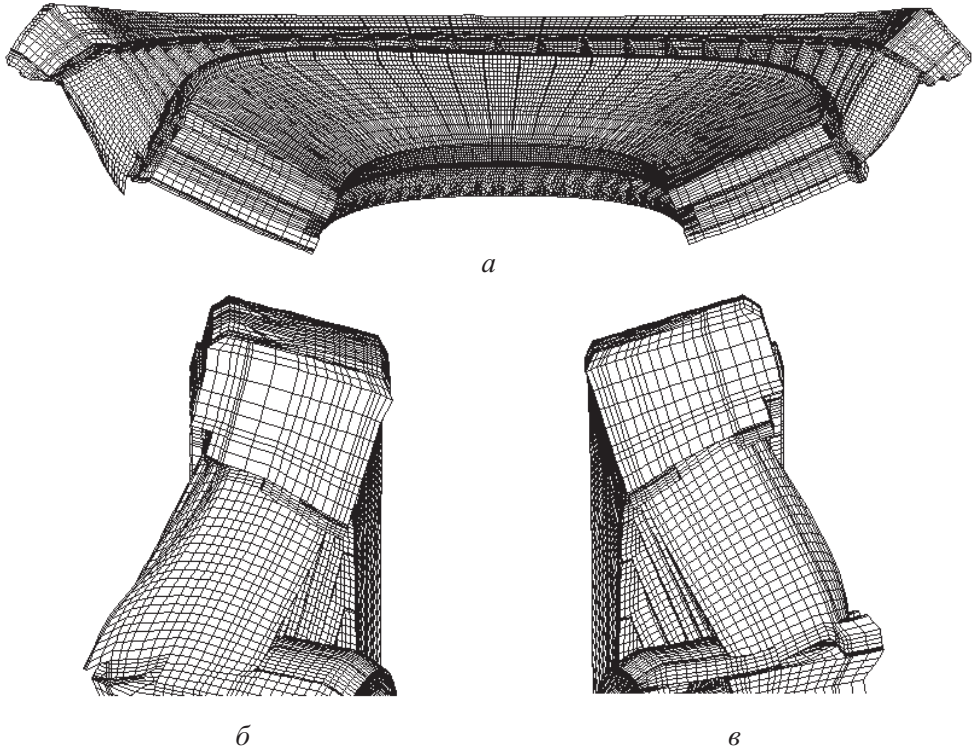


Рис. 4. Общий вид деформирования диафрагмы (перемещения увеличены в 150 раз) – *a* и крайних лопаток – *б*, *в*.

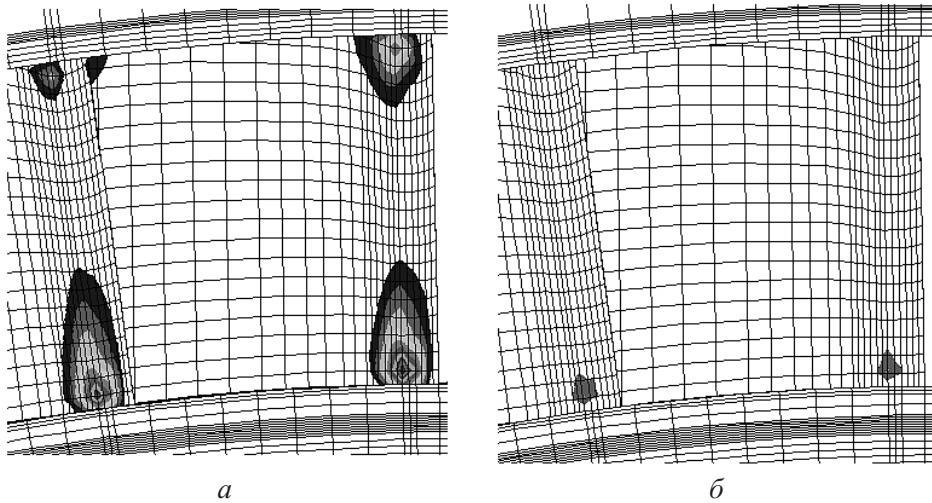


Рис. 5. Изменение зон максимальных значений интенсивности напряжений ($\sigma_1 > 150$ МПа) в крайних лопатках в упругом состоянии – *a* и при ползучести (вариант 1) – *б*.

ющих ее величину. Такими факторами являются: ослабление (вырез) тела в месте постановки уплотнения с валом; изменение свойств материала сварного шва; ослабленное взаимодействие (соединение) лопаточного бандажа с лопатками, телом и ободом диафрагмы.

Результаты исследований ползучести диафрагмы. Основной особенностью НДС диафрагмы является значительная неравномерность в зависимости от окружной координаты θ и соответственно номера лопатки i , при этом перемещения и напряжения существенно выше на краях ($\theta = 0, 180^\circ$; $i = 1, 27$). На рис. 6 показано изменение осевых перемещений по внутреннему радиусу тела диафрагмы, причем расхождение между осевыми смещениями посередине диафрагмы и по краям составляет примерно 30%, и при ползучести эта неравномерность больше, чем в упругом состоянии.

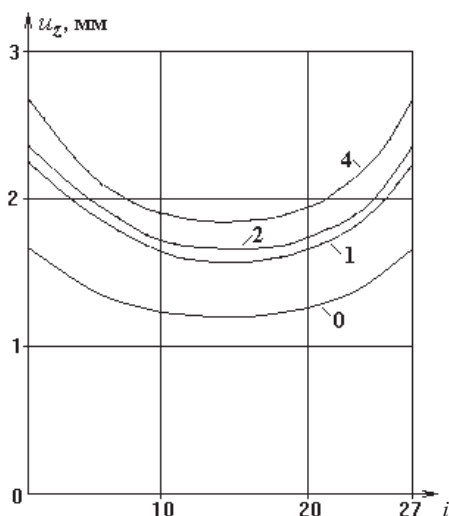


Рис. 6. Осевые перемещения по внутреннему радиусу тела диафрагмы: 0, 1, 2, 4 – № варианта расчета.

Отметим наблюдаемые при ползучести изменения интенсивности напряжений и распределения интенсивности деформаций. На рис. 5,б приведены зоны напряжений $\sigma_i > 150$ МПа, где кроме уменьшения размера зон и максимального значения интенсивности напряжений имеет место выравнивание напряжений по соседним лопаткам в отличие от данных для упругого решения (рис. 5,а).

На рис. 7 и в табл. 1 представлены значения интенсивности напряжений в лопатках, где отчетливо проявляется сглаживание распределения максимальных напряжений (перенос напряженности на соседние лопатки, что характерно для задач ползучести). Данные о распределении интенсивности деформаций приведены в табл. 2, где указаны их максимальные значения в процентах. Отметим, что значения достигнутых деформаций в сварных швах для времени $t = 10^5$ ч примерно в два раза выше значений на входной кромке лопаток (вариант расчета № 4).

Обсуждение некоторых экспериментальных результатов. Определенной проверкой адекватности расчетной модели диафрагмы в упругой области деформирования и при ползучести является сравнение данных испытаний на жесткость, проводимых на прессе в заводских условиях, и данных об остаточных прогибах, определяемых на электростанциях при плановых ремонтах, с результатами расчетов.

Т а б л и ц а 1

**Значения интенсивности напряжений (МПа) на входной кромке лопаток
в месте соединения с телом диафрагмы**

№ варианта расчета	№ лопатки i		
	1	14	27
0	550	157	490
1	154	90	147
2	156	93	150
3	158	96,5	153
4	158	97	153

Т а б л и ц а 2

**Максимальные значения интенсивности деформаций (%) в зоне сварного шва
и на входной кромке лопаток**

№ варианта расчета	№ лопатки i		
	1	14	27
1	<u>0,30</u>	<u>0,08</u>	<u>0,24</u>
	0,16	0,04	0,16
2	<u>0,93</u>	<u>0,15</u>	<u>0,73</u>
	0,56	0,06	0,59
3	<u>1,00</u>	<u>0,16</u>	<u>0,80</u>
	0,85	0,10	0,98
4	<u>1,08</u>	<u>0,19</u>	<u>0,86</u>
	1,80	0,20	1,90

Примечание. Над чертой приведены данные для лопаток, под чертой – для сварного шва.

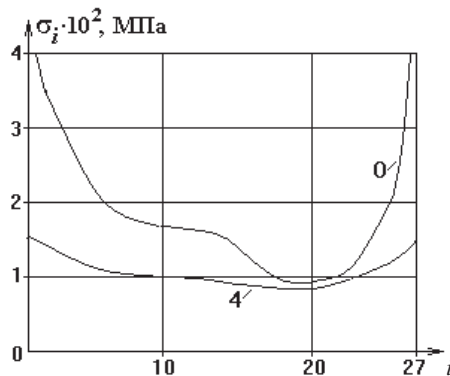


Рис. 7. Распределение интенсивности напряжений при ползучести на входной кромке лопаток в месте соединения с телом диафрагмы.

На испытательном стенде лаборатории ОАО “Турбоатом” [1] выполнены замеры прогибов элементов диафрагмы 9-й ступени части среднего давления турбины К-160-130, конструкция которой отвечает рассмотренной. Нагружение создавалось прессом и передавалось на диафрагму через прокладки, располо-

женные по узкому кольцу у внутреннего радиуса тела (усилие пресса 0,223 МН). Распределение нагрузки по кольцевой поверхности диафрагмы принималось в расчетах равномерным.

В табл. 3 приведены экспериментальные значения осевых перемещений u_z точек тела диафрагмы, полученные при испытаниях на стенде, а также данные расчетов. Схема расположения точек, в которых проводили замеры, показана на рис. 8.

Т а б л и ц а 3

Осевые перемещения (мм) точек тела диафрагмы

Точка	Эксперимент	Расчет
1	1,10	1,075
2	0,75	1,755
3	1,11	1,075
4	0,58	0,520
5	0,45	0,230
6	0,60	0,530

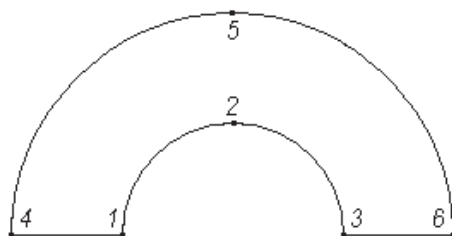


Рис. 8. Расположение точек замера прогибов на поверхности тела диафрагмы.

Из данных табл. 3 видно, что они в целом согласуются между собой. Имеющиеся расхождения можно объяснить неполной идентичностью моделирования опирания диафрагмы, неточностью задания расчетного распределения внешней нагрузки и разбросом результатов измерений.

Данные о накоплении прогибов диафрагм вследствие ползучести, определяемые после снятия нагрузок и освобождения от закреплений, получены для диафрагм 8–11-й ступеней части среднего давления турбины К-160-130 Яйвинской ГРЭС после 135 тыс. ч эксплуатации и диафрагмы 9-й ступени того же цилиндра такой же турбины Краснодарской ТЭЦ после 120 тыс. ч эксплуатации. При этом определяли максимальные значения остаточных прогибов. После 135 тыс. ч работы турбины остаточные прогибы составляют 2–2,3 мм, после 120 тыс. ч – 1,5 мм. Максимальное расчетное значение прогиба диафрагмы под нагрузкой с учетом снижения сопротивления ползучести материала сварных швов после 100 тыс. ч работы (по имеющимся в данном диапазоне характеристикам) равно 2,7 мм.

Исходя из сопоставления этих данных можно отметить определенное соответствие между проведенными натурными измерениями и расчетами. Расхождение между ними можно объяснить, в первую очередь, неточностью моделирования свойств ползучести сварных швов и околошовной зоны,

задания температурного поля, а также неучетом в расчетах восстановления формы диафрагмы после освобождения ее от закреплений при снятии нагрузки.

Заключение. Разработано математическое обеспечение расчета на ползучесть диафрагм паровых турбин с применением многосеточного метода на базе МКЭ, теории старения в форме Работнова и метода переменных параметров упругости. Построена и исследована трехмерная модель диафрагмы, в которой учитываются существенные для прочностного анализа особенности конструкции, нагружения, опирания и свойств материалов ее элементов, в частности снижение сопротивления ползучести в сварных швах.

Напряженное состояние диафрагмы характеризуется относительно невысоким уровнем номинальных напряжений (до 100 МПа), а также наличием зон концентрации напряжений в местах крепления лопаток к ободу и телу, где НДС существенно трехмерное. Концентрация напряжений локализована в местах соединения лопатки с телом, причем в упругом состоянии имеем $\sigma_{i \max} > 400$ МПа, в состоянии ползучести – $\sigma_{i \max} \approx 160$ МПа (предел длительной прочности стали 15X1M1Ф для времени эксплуатации 10^5 ч составляет 180 МПа, для $2 \cdot 10^5$ ч – 162 МПа). Характерной особенностью НДС диафрагмы является неравномерность его по окружной координате с возрастанием у разъемов. Осевые перемещения у разъемов диафрагмы при ползучести примерно на 30% выше таковых в срединной части, при этом максимальные напряжения выше более чем в два раза.

Максимальные осевые перемещения после $t = 10^5$ ч эксплуатации в условиях ползучести могут достигать 2,7 мм с учетом снижения характеристик сварного шва. Область максимума интенсивности деформаций смещается с входной кромки лопаток для упругого состояния в зону сварного шва при ползучести, а интенсивность деформации достигает 2%.

Установленные новые количественные и качественные данные об особенностях НДС диафрагмы при ползучести, полученные на основе трехмерного моделирования, необходимо учитывать при проектировании, модернизации и ремонте паровых турбин.

Сопоставление результатов исследования упругих деформаций диафрагм на заводском стенде, а также деформаций ползучести диафрагм после длительной эксплуатации турбин с данными выполненных расчетов свидетельствует о приемлемом их соответствии.

Для повышения достоверности оценок жесткости диафрагмы представляется целесообразным проведение экспериментов на ползучесть образцов, содержащих сварные швы.

Резюме

Пропонується методика розрахунку діафрагм на повзучість, яка базується на багатосітковому методі скінченних елементів, теорії старіння повзучості в формі Работнова та методі змінних параметрів пружності. Побудовано тривимірні розрахункові моделі діафрагми і встановлюються особливості її напружено-деформованого стану з урахуванням зниженого опору повзучості в

зварних швах. Показано, що осьові переміщення біля розняття діафрагми в крайніх напрямних лопатках на 30% вищі, ніж в середніх лопатках, а інтенсивність напружень вища вдвічі. Зона максимуму інтенсивності пружних деформацій біля вхідної кромки напрямних лопаток при повзучості зміщується в область зварного шва, де їх інтенсивність сягає 2%.

1. *Прочность паровых турбин* / Под ред. Л. А. Шубенко-Шубина. – М.: Машиностроение, 1973. – 456 с.
2. *Taylor V. L. Stress and deflection tests of steam-turbine diaphragm* // Trans. ASME. – 1951. – No. 7. – P. 877 – 890.
3. *Наумов В. К. Расчет диафрагм паровых и газовых турбин* // Исследования элементов паровых и газовых турбин и осевых компрессоров. – Л.: Машгиз, 1960. – С. 310 – 312.
4. *Сенцов Н. Д. О некоторых результатах исследования прогибов и напряжений в сварных диафрагмах паровых турбин* // Энергомашиностроение. – 1958. – № 8. – С. 6 – 11.
5. *Ингульцов В. Л. Расчет диафрагмы как полукольца на упругом опорном контуре* // Там же. – 1961. – № 11. – С. 1 – 5.
6. *Кулагина Г. Ф. Экспериментальное исследование напряжений и прогибов диафрагм* // Исследования элементов паровых и газовых турбин и осевых компрессоров. – Л.: Машгиз, 1960. – С. 333 – 346.
7. *Зайцев Б. Ф., Шульженко Н. Г., Асаенко А. В. Напряженно-деформированное состояние и контактные явления в опирании диафрагмы паровой турбины* // Пробл. машиностроения. – 2006. – 3, № 3. – С. 35 – 45.
8. *Розенблюм В. И. Расчет ползучести турбинных диафрагм ступеней высокого давления* // Инж. сб. – 1954. – 20. – С. 49 – 54.
9. *Цейтлин И. З. Расчет ползучести диафрагм паровых турбин* // Энергомашиностроение. – 1974. – № 12. – С. 6 – 11.
10. *Виноградов Н. Н. Исследование ползучести натуральных диафрагм мощных паровых турбин* // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1970. – Вып. 10. – С. 35 – 43.
11. *Шабров Н. Н., Знаменская М. В. Расчет диафрагмы паровой турбины методом суперэлементов* // Тр. ЦКТИ. – 1991. – № 265. – С. 43 – 47.
12. *Федоренко Р. П. Релаксационный метод решения разностных эллиптических уравнений* // Журн. вычислительной математики и математической физики. – 1961. – № 5. – С. 922 – 927.
13. *Федоренко Р. П. Итерационные методы решения разностных эллиптических уравнений* // Усп. мат. наук. – 1973. – 23, вып. 2. – С. 121 – 128.
14. *Шайдуров В. В. Многосеточные методы конечных элементов.* – М.: Наука, 1989. – 288 с.
15. *Hackbusch W. (Ed.). Multi-Grid Methods and Applications.* – Berlin: Springer-Verlag, 1985. – P. 1028 – 1037.

16. Булгаков В. Е., Золотов А. Б., Белый М. В. Полуитерационный метод решения пространственных краевых задач расчета сооружений // Строит. механика и расчет сооружений. – 1985. – № 6. – С. 38 – 40.
17. Асаенок А. В., Зайцев Б. Ф. Анализ эффективности алгоритмов много-сеточного МКЭ в задачах теории упругости для конструкций с криволинейными тонкостенными элементами // Вост.-европ. журн. передовых технологий. – 2006. – № 2/3 (20). – С. 25 – 29.
18. Асаенок А. В., Зайцев Б. Ф., Шульженко Н. Г. Расчет колебаний циклически симметричных конструкций трехмерными конечными элементами // Пробл. машиностроения. – 2000. – 3, № 3-4. – С. 22 – 28.
19. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
20. ОСТ 108.020.132-85. Турбины паровые стационарные. Нормы расчета на прочность корпусов цилиндров и клапанов. – М.: Министерство энергетического машиностроения, 1986. – 31 с.
21. Шахматов М. В., Шахматов Д. М. Прочность механически неоднородных сварных соединений. – Челябинск: ООО “ЦПС Сварка и контроль”, 2009. – 223 с.
22. Винокуров В. А., Куркин С. А., Николаев Г. А. Сварные конструкции. Механика разрушения и критерии работоспособности. – М.: Машиностроение, 1996. – 576 с.

Поступила 17. 03. 2011