

Т. Н. Рохманова, С. С. Апостолов, З. А. Майзелис,  
член-корреспондент НАН Украины В. А. Ямпольский

## Нелинейная трансформация волн с различными поляризациями в ограниченных слоистых сверхпроводниках

*Теоретически изучено отражение, прохождение и взаимная трансформация нелинейных ТЕ- и ТМ-волн терагерцевого диапазона в образце слоистого сверхпроводника конечных размеров, помещенном в волновод. Предполагается, что сверхпроводящие слои параллельны оси волновода. Показано, что существуют две волны со взаимно ортогональными поляризациями, которые, несмотря на нелинейность, отражаются и проходят сквозь образец независимо друг от друга. Таким образом, сформулирован принцип суперпозиции для этих волн, который может быть использован для решения нелинейных задач взаимодействия мод в слоистых сверхпроводниках.*

Экспериментальные исследования (см., например, [1, 2]) показали, что слоистые сверхпроводники можно рассматривать как периодические структуры, в которых тонкие сверхпроводящие слои (толщиной  $s \approx 0,2$  нм) чередуются с более толстыми диэлектрическими слоями (толщиной  $d \approx 1,5$  нм и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon \sim 15$ ). При этом сверхпроводящие слои связаны друг с другом за счет внутреннего эффекта Джозефсона. К данным структурам относятся сильно анизотропные высокотемпературные сверхпроводники, например,  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ , а также искусственные соединения Nb/Al– $\text{AlO}_x$ /Nb. Они представляют интерес как для фундаментальной, так и для прикладной науки. С точки зрения фундаментальной науки интерес к слоистым сверхпроводникам связан с особым типом плазмы, которая формируется в них из-за слоистой структуры, так называемая джозефсоновская плазма. Из-за существенно различной природы токов вдоль и поперек слоев эта плазма оказывается сильно анизотропной. Действительно, сильные токи вдоль слоев имеют ту же природу, что и токи в обычных сверхпроводниках, в то время как относительно слабые токи поперек слоев связаны с эффектом Джозефсона. Сильная токовая анизотропия создает условия для распространения особых джозефсоновских плазменных волн (ДПВ) в слоистых сверхпроводниках (см., например, обзор [3] и цитированную там литературу). ДПВ относятся к терагерцевому диапазону частот [6], важному с точки зрения различных приложений, но все еще трудно достижимому в современных устройствах.

Электродинамика слоистых сверхпроводников описывается системой связанных синусоидальных уравнений Гордона [3–5] для калибровочно инвариантной разности фаз параметра порядка  $\varphi$  между слоями. Хотя эти уравнения не учитывают некоторые особенности высокотемпературных сверхпроводников (к примеру,  $d$ -волновое спаривание), они должным образом описывают распространение электромагнитных волн в слоистых сверхпроводниках и позволяют делать важные предсказания. Эти уравнения нелинейны из-за нелинейной связи  $J \propto \sin \varphi$  между джозефсоновским межслоевым током  $J$  и  $\varphi$ . Здесь мы рассматриваем случай слабой нелинейности,  $|\varphi| \ll 1$ , когда справедливо разложение  $\sin \varphi \approx \varphi - \varphi^3/6$ . Как показано в работах [7–9], даже в этом случае можно наблюдать

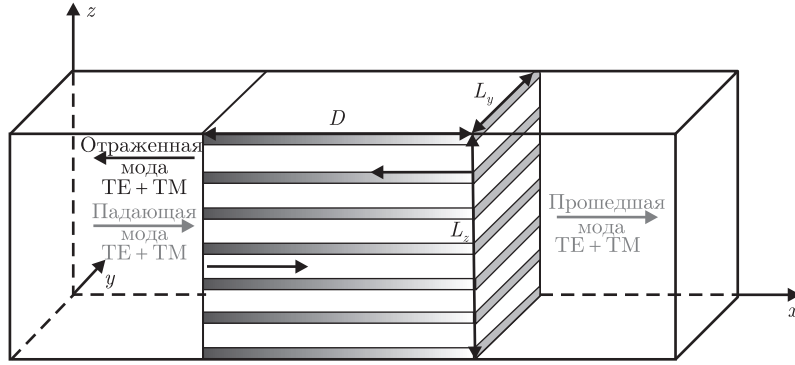


Рис. 1. Схематическое изображение распространения волн в волноводе с образцом слоистого сверхпроводника:  $L_y$  и  $L_z$  — поперечные размеры волновода;  $D$  — длина образца

нетривиальные нелинейные явления, сопровождающие распространение ДПВ. Сюда относятся остановка света [7], самофокусировка терагерцевых импульсов [7], возбуждение нелинейных волноводных мод [8], самоиндуцированная прозрачность слоистых сверхпроводников [9, 10]. Заметное изменение прозрачности купратных сверхпроводников при увеличении амплитуды волны недавно наблюдалось в эксперименте [11], где возбуждение джозефсоновских плазменных солитонов приводило к эффективному уменьшению резонансной частоты. Отметим, что в условиях, когда можно пренебречь эффектом нарушения электронейтральности сверхпроводящих слоев, разность фаз  $\varphi$  выражается через  $z$ -компоненту векторного потенциала,  $\varphi = (2\pi d/\Phi_0)A_z$  [5], где  $\Phi_0 = \pi\hbar/e$  — квант магнитного потока. Тогда векторный потенциал электромагнитного поля в слоистом сверхпроводнике подчиняется волновому уравнению

$$\text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A} = -\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}, \quad (1)$$

где ток  $\vec{J}_{ab}$  вдоль кристаллографической плоскости **ab** (вдоль слоев) описывается лондонской моделью с глубиной проникновения  $\lambda_{ab}$ , а ток  $\vec{J}_c$  вдоль кристаллографической оси **c** (поперек слоев) имеет джозефсоновскую природу:

$$\vec{J}_{ab} = -\frac{c}{4\pi\lambda_{ab}^2} \vec{A}_{ab}, \quad J_c = J_{\max} \sin \varphi = -J_{\max} \sin \left( \frac{2\pi d}{\Phi_0} A_z \right). \quad (2)$$

В данной работе теоретически изучается нелинейное взаимодействие электромагнитных волн разных поляризацій в образце слоистого сверхпроводника длиной  $D$ , расположенного внутри волновода с поперечными размерами  $L_y$  и  $L_z$  и идеальными металлическими стенками (см. рис. 1). Ось волновода параллельна сверхпроводящим слоям. Координатная система выбрана таким образом, что кристаллографическая плоскость **ab** слоистого сверхпроводника совпадает с плоскостью  $xy$ , а кристаллографическая ось **c** направлена вдоль оси  $z$ . Электромагнитная волна частоты  $\omega$  распространяется в волноводе вдоль оси  $x$  (параллельно сверхпроводящим слоям). Из-за сильной анизотропии токов на границе раздела слоистый сверхпроводник–вакуум ( $yz$  плоскость) может наблюдаться трансформация поляризацій отраженных и прошедших волн. В настоящей работе рассчитаны зависимости коэффициентов трансформации от амплитуды падающей волны для случая падения на

образец поперечной магнитной (ТМ) моды и ее преобразования в поперечную электрическую (ТЕ) и наоборот.

Главный результат данной работы состоит в обнаружении специфического принципа суперпозиции, который справедлив даже в нелинейном случае. Рассмотрены две особые взаимно ортогональные поляризации волн, связанные с осью  $y$ , которая перпендикулярна как оси волновода (ось  $x$ ), так и кристаллографической оси  $\mathbf{c}$  слоистого сверхпроводника (ось  $z$ ). Магнитное поле в волне первой поляризации (далее она будет называться  $H_{\perp}$  поляризация) и электрическое поле волны второй поляризации ( $E_{\perp}$  поляризации) перпендикулярны оси  $y$ ,

$$\begin{aligned}\vec{E}^{(1)} &= \{E_x^{(1)}, E_y^{(1)}, E_z^{(1)}\}, & \vec{H}^{(1)} &= \{H_x^{(1)}, 0, H_z^{(1)}\}, \\ \vec{E}^{(2)} &= \{E_x^{(2)}, 0, E_z^{(2)}\}, & \vec{H}^{(2)} &= \{H_x^{(2)}, H_y^{(2)}, H_z^{(2)}\}.\end{aligned}\quad (3)$$

Здесь и далее индексы (1) и (2) обозначают  $H_{\perp}$  и  $E_{\perp}$  поляризации соответственно.

Как оказалось, в главном приближении по параметру анизотропии волны этих поляризаций взаимодействуют с слоистым сверхпроводником независимо друг от друга. У падающей волны  $H_{\perp}$  поляризации электрическое поле содержит компоненту параллельную как границе раздела вакуум–сверхпроводник, так и кристаллографической плоскости  $\mathbf{ab}$ . Эта волна возбуждает сильные токи экранирования вдоль слоев, поэтому она проникает в образец только на короткие расстояния в виде неоднородной волны и практически полностью отражается от образца. Эта мода внутри слоистого сверхпроводника является обыкновенной волной, она всегда линейна, поскольку межслоевая разность фаз  $\varphi$  параметра порядка равна нулю для этой волны и электрическое поле этой неоднородной волны перпендикулярно оси  $z$ .

В то же время, у волны  $E_{\perp}$  поляризации нет компоненты электрического поля параллельной как поверхности образца, так и кристаллографической плоскости  $\mathbf{ab}$ . Поэтому токи экранирования протекают только вдоль оси  $\mathbf{c}$ , и они относительно малы в этом случае. Таким образом, волна  $E_{\perp}$  поляризации возбуждает нелинейную волну (называемую необыкновенной волной) в слоистом сверхпроводнике, которая может проникать в образец на большие расстояния. Волна  $E_{\perp}$  поляризации частично отражается и частично проходит сквозь образец, причем коэффициенты отражения и прохождения зависят от амплитуды падающей волны нелинейным образом.

Нами показано, что несмотря на нелинейность волны  $H_{\perp}$  и  $E_{\perp}$  поляризаций практически не взаимодействуют. Поэтому для изучения нелинейных отражения и прохождения волн ТЕ и ТМ поляризаций (или волн любых других поляризаций) следует предпринять следующие шаги.

1. Выразить поле падающей волны в виде суперпозиции двух мод  $H_{\perp}$  и  $E_{\perp}$  поляризаций:

$$\tilde{h}_{\text{inc}}^{(\text{TE})} = \frac{k k_z \tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)} - k_x k_y \tilde{h}_{\text{inc}}^{(2)}}{k_y^2 + k_z^2}, \quad \tilde{h}_{\text{inc}}^{(\text{TM})} = -\frac{k_x k_y \tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)} + k k_z \tilde{h}_{\text{inc}}^{(2)}}{k_y^2 + k_z^2}, \quad (4)$$

где  $k_y = \pi n_y / L_y$ ,  $k_z = \pi n_z / L_z$ ,  $k = \omega / c$ ,  $k_x = \sqrt{k^2 - k_y^2 - k_z^2}$ ,  $n_y$  и  $n_z$  — положительные целые числа, определяющие распространяющуюся моду в волноводе;  $\tilde{h}_{\text{inc}}^{(\text{TE})}$  и  $\tilde{h}_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$  — комплексные амплитуды падающих волн ТЕ и ТМ поляризаций соответственно;  $\tilde{h}_{\text{inc}}^{(1)}$  и  $\tilde{h}_{\text{inc}}^{(2)}$  — комплексные амплитуды падающих волн  $H_{\perp}$  и  $E_{\perp}$  поляризации соответственно.

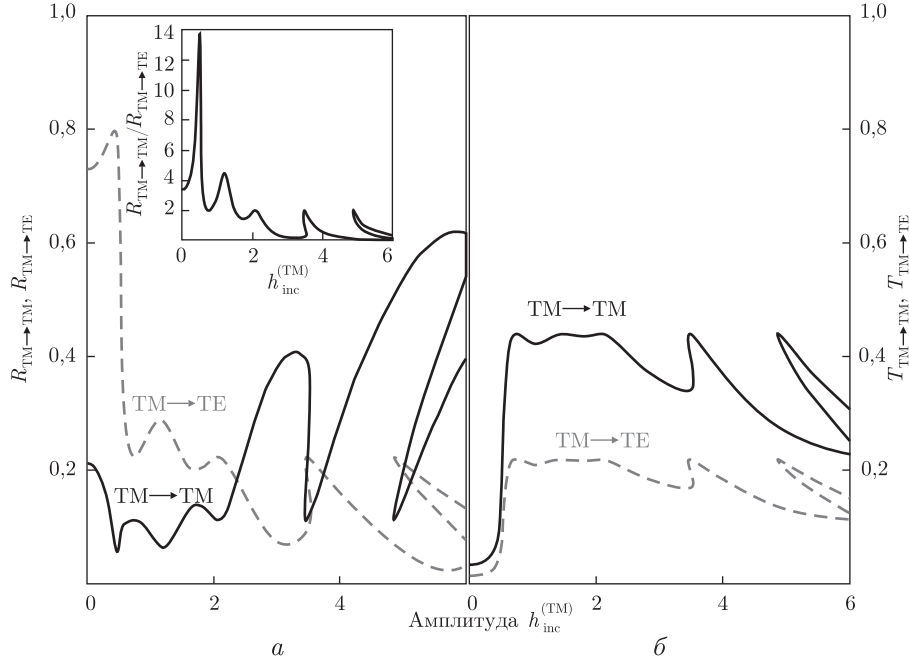


Рис. 2. Панель *a*: зависимости коэффициента отражения  $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}}$  (сплошная кривая) и коэффициента трансформации  $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}}$  (штриховая кривая) от нормированной амплитуды  $h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$  падающей ТМ волны. Панель *б*: зависимости коэффициента прохождения  $T_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}}$  (сплошная кривая) и коэффициента трансформации  $T_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}}$  (штриховая кривая) от нормированной амплитуды  $h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$  падающей ТМ волны. Вставка на панели *a*: отношение  $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}}/R_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}}$  квадратов амплитуд отраженных ТЕ и ТМ мод в функции нормированной амплитуды  $h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$  падающей ТМ волны

2. Решить независимые задачи об отражении и прохождении  $H_{\perp}$  и  $E_{\perp}$  волн.

3. Представить поля отраженных и прошедших  $H_{\perp}$  и  $E_{\perp}$  мод в виде суперпозиции волн ТЕ и ТМ поляризаций.

В качестве примера рассмотрим случай падения волны ТМ поляризации и приведем результаты численного расчета коэффициентов отражения  $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}}$  и прохождения  $T_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}}$  для ТМ волн,

$$R_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}} = \left| \frac{h_{\text{ref}}^{(\text{TM})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}} \right|^2, \quad T_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}} = \left| \frac{h_{\text{tr}}^{(\text{TM})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}} \right|^2, \quad (5)$$

а также коэффициентов трансформации  $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}}$  и  $T_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}}$  в ТЕ волны, которые возникают в областях  $x < 0$  и  $x > D$  соответственно:

$$R_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}} = \left| \frac{h_{\text{ref}}^{(\text{TE})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}} \right|^2, \quad T_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}} = \left| \frac{h_{\text{tr}}^{(\text{TE})}}{h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}} \right|^2. \quad (6)$$

На рис. 2 приведены зависимости этих коэффициентов от безразмерной амплитуды  $h_{\text{inc}}^{(\text{TM})}$  падающей ТМ волны. Панель *a* представляет коэффициенты отражения (сплошная кривая) и трансформации в области  $x < 0$  (штриховая кривая), а панель *б* — коэффициенты прохождения (сплошная кривая) и трансформации в области  $x > D$  (штриховая кривая).

Вставка на панели  $a$  представляет отношение  $R_{\text{TM} \rightarrow \text{TE}}/R_{\text{TM} \rightarrow \text{TM}}$  квадратов амплитуд отраженных ТЕ и ТМ мод. Отметим, что все эти зависимости имеют гистерезисное поведение в функции амплитуды падающей волны.

Таким образом, в настоящей работе теоретически изучено отражение, прохождение и взаимная трансформация электромагнитных волн с различными поляризациями в ограниченных образцах слоистого сверхпроводника, помещенных в волновод. Показано, что даже в нелинейном режиме действует принцип суперпозиции для двух специфических взаимноортогональных мод, связанных с осью, перпендикулярной как оси волновода, так и кристаллографической оси  $c$ . Они не преобразуются одна в другую, распространяются независимо и проявляют принципиально разное поведение. Волна  $H_{\perp}$  поляризации практически полностью отражается от образца слоистого сверхпроводника, в то время как волна  $E_{\perp}$  поляризации частично отражается и частично проходит сквозь него. Используя обнаруженный принцип суперпозиции, нами исследована нелинейная взаимная трансформация волн ТЕ и ТМ поляризаций.

1. Kleiner R., Steinmeyer F., Kunkel G., Müller P. Intrinsic Josephson effects in  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  single crystals // Phys. Rev. Lett. – 1992. – **68**, No 15. – P. 2394–2397.
2. Kleiner R., Müller P. Intrinsic Josephson effects in high- $T_c$  superconductors // Phys. Rev. Lett. – 1994. – **49**, No 2. – P. 1327–1341.
3. Savel'ev S., Yampol'skii V. A., Rakhmanov A. L., Nori F. Terahertz Josephson plasma waves in layered superconductors: spectrum generation nonlinear and quantum phenomena // Rep. Prog. Phys. – 2010. – **73**, No 2. – 026501, 49 p.
4. Sakai S., Bodin P., Pedersen N. F. Fluxons in thin-film superconductor-insulator superlattices // J. Appl. Phys. – 1993. – **73**, No 5. – P. 2411–2418.
5. Artemenko S. N., Remizov S. V. Stability, collective modes and radiation from sliding Josephson vortex lattice in layered superconductors // Phys. C. – 2001. – **362**, No 1. – P. 200–204.
6. Ozyuzer L., Koshelev A. E., Kurter C., Gopalsami N., Li Q., Tachiki M., Kadowaki K., Yamamoto T., Minami H., Yamaguchi H., Tachiki T., Gray K. E., Kwok W.-K., Welp U. Emission of coherent THz radiation from superconductors // Science. – 2007. – **318**, No 5854. – P. 1291–1293.
7. Savel'ev S., Rakhmanov A. L., Yampol'skii V. A., Nori F. Analogues of nonlinear optics using terahertz Josephson plasma waves in layered superconductors // Nature Phys. – 2006. – **2**, No 8. – P. 521–525.
8. Savel'ev S., Yampol'skii V. A., Rakhmanov A. L., Nori F. Layered superconductors as nonlinear waveguides for terahertz waves // Phys. Rev. B. – 2007. – **75**, No 18. – 184503, 8 p.
9. Apostolov S. S., Maizelis Z. A., Sorokina M. A., Yampol'skii V. A., Nori F. Self-induced tunable transparency in layered superconductors // Ibid. – 2010. – **82**, No 14. – 144521, 8 p.
10. Rokhmanova T. N., Apostolov S. S., Maizelis Z. A., Yampol'skii V. A., Nori F. Self-induced terahertz-wave transmissivity of waveguides with finite-length layered superconductors // Ibid. – 2013. – **88**, No 1. – 014506, 10 p.
11. Dienst A., Casandru E., Fausti D., Zhang L., Eckstein M., Hoffmann M., Khanna V., Dean N., Gensch M., Winnerl S., Seidel W., Pyon S., Takayama T., Takagi H., Cavalleri A. Optical excitation of Josephson plasma solitons in a cuprate superconductor // Nature Mat. – 2013. – **12**, No 6. – P. 535–541.

Институт радиофизики и электроники  
им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков  
Харьковский национальный университет  
им. В. Н. Каразина

Поступило в редакцию 24.09.2014

**Т. М. Рохманова, С. С. Апостолов, З. О. Майзеліс,**  
член-кореспондент НАН України **В. О. Ямпольський**

### **Нелінійна трансформація хвиль з різними поляризаціями у скінченних шаруватих надпровідниках**

*Теоретично досліджено відбиття, проходження та взаємна трансформація нелінійних TE- та ТМ-хвиль терагерцевого діапазону у зразку шаруватого надпровідника скінченних розмірів, який поміщено у хвилевід. Передбачається, що надпровідникові шари паралельні вісі хвилевода. Показано, що існують дві хвилі зі взаємно ортогональними поляризаціями, які, незважаючи на нелінійність, відбиваються та проходять крізь зразок незалежно одна від одної. Таким чином, сформульовано принцип суперпозиції для цих хвиль, який може бути використаний для розв'язку нелінійних задач взаємодії мод у шаруватих надпровідниках.*

**T. N. Rokhmanova, S. S. Apostolov, Z. A. Maizelis,**  
Corresponding Member of the NAS of Ukraine **V. A. Yampolskiy**

### **Nonlinear transformation of waves with different polarizations in finite-length layered superconductors**

*We study theoretically the reflection, transmission, and mutual transformation of nonlinear TE and TM waves in the terahertz frequency range in a finite-length sample of the layered superconductor placed inside a waveguide. The superconducting layers are considered to be parallel to the waveguide axis. It is shown that there exist waves of two mutually orthogonal polarizations that reflect and transmit independently of each other despite a nonlinearity. Thus, the superposition principle is formulated for these waves, which can be used for solving the nonlinear problems of interactions of waves in layered superconductors.*