



## ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА, ФОРМИРУЕМОГО КОЛЬЦЕВЫМ КАТОДОМ ПРИ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ ЗОННОЙ ПЛАВКЕ

В. Ф. Демченко, Е. А. Аснис, А. Б. Лесной,  
С. П. Заболотин, Н. Е. Шегельский

Методом разрезного анода исследовано распределение плотности электронного тока на поверхности цилиндрического металлического образца, оценены ширина зоны нагрева и эффективный коэффициент полезного действия источника тепла при электронно-лучевой бестигельной зонной плавке

Using the split anode method the distribution of density of electron current on the surface of cylindrical metal sample was investigated, the width of heating zone and effective efficiency of heating source in electron-beam crucible-free zonal melting are estimated.

**Ключевые слова:** электронный луч; зонная плавка; электронный ток; разрезной анод

**Теоретическое обоснование эксперимента.** Для анализа теплового состояния и размеров расплавленной зоны при выращивании монокристалла кремния способом электронно-лучевой бестигельной зонной плавки (ЭЛЗП) необходимо иметь количественные данные о характеристиках источника электронно-лучевого нагрева — ширины зоны нагрева, коэффициента полезного действия (КПД) и плотности распределения источника тепла на поверхности образца. При ЭЛЗП с кольцевым катодом цилиндрический образец (анод) нагревается электронным лучом, который в процессе плавки перемещается вдоль образца с постоянной скоростью  $v$ . Нагреваемый образец и стенки камеры являются анодом, поэтому часть потока электронов, генерируемого катодом, взаимодействует с образцом, другая часть электронов падает на стенки вакуумной камеры. В соответствии с этим анодный ток  $I_A$  можно представить в виде двух слагаемых:  $I_A = I_{обр} + I_{кам}$ , где  $I_{обр}$ ,  $I_{кам}$  — составляющие анодного тока, приходящиеся соответственно на образец и стенки вакуумной камеры.

Пусть  $z$  — аксиальная координата,  $i(z, t)$  — распределение ленточной плотности электронного тока в образце в момент времени  $t$  (под ленточной плотностью тока подразумевают ток, приходящийся на участок кольцевой поверхности образца единичной длины). Для нахождения  $i(z, t)$  используем идею метода разрезного анода. С этой целью рассмотрим составной анод из двух соосных цилинд-

рических образцов 1 и 2 (суммарная длина  $L$  разрезного анода равна длине цельного анода).

Между двумя частями разрезного анода при сборке устанавливали узкую щель для исключения перетекания тока между частями разрезного анода (рис. 1).

Образец 1 имеет непосредственный электрический контакт со стенками вакуумной камеры, образец 2 через сопротивление  $R$  параллельно с вольтметром  $V$  замыкается на стенку камеры. При обработке результатов экспериментов измеряли напряжение  $U$ , которое по закону Ома пересчитывали на ток, проходящий через образец 2. При произвольном расположении электронного луча относительно щели между образцами 1 и 2 его можно записать как

$$I_{обр}(t) = I_{обр}^{(1)}(t) + I_{обр}^{(2)}(t), \quad (1)$$

где  $I_{обр}^{(1)}(t)$ ,  $I_{обр}^{(2)}(t)$  — составляющие анодного тока, приходящиеся соответственно на образцы 1 и 2. В этом соотношении учтено падение электронного пучка на образец под углом  $80^\circ$ , поэтому при малой ширине щели можно не принимать во внимание перетекание электронов через щель. КПД электронно-лучевого нагрева, рассчитанный относительно доли анодного тока, протекающего через образец, можно представить в виде

$$\eta = \frac{I_{обр}}{I_A}. \quad (2)$$



Для определения КПД необходимо измерить  $I_{\text{обр}}$  и  $I_A$ , однако этого недостаточно для оценки ширины зоны нагрева и распределения плотности теплового потока на поверхности образца.

Основная идея метода разрезного анода заключается в том, чтобы измерить одну из составляющих тока  $I_{\text{обр}}^{(1)}(t)$  или  $I_{\text{обр}}^{(2)}(t)$  при различных положениях электронного пучка относительно щели и затем восстановить по измеренным характеристикам распределение ленточной плотности электронного тока по поверхности образца. При проведении эксперимента фиксировали ток  $I_{\text{обр}}^{(2)}(t)$  и дополнительно измеряли анодный ток  $I_A$ , который поддерживали в ходе плавки постоянным. Обозначим через  $\zeta$  координату щели составного образца. Тогда при произвольном расположении пучка относительно щели можно записать

$$I_{\text{обр}}^{(2)}(t) = \int_{\zeta}^L i(z, t) dz. \quad (3)$$

Длина образца 2 и начальное расположение каретки катода выбирали таким образом, чтобы ток  $I_{\text{обр}}^{(2)}(t)$  в образце 2 в начальный момент времени  $t = 0$  отсутствовал. Затем каретка перемещалась с постоянной скоростью  $v$  в направлении образца 2, и при каждом положении каретки измеряли ток  $I_{\text{обр}}^{(2)}$  как функцию времени  $t$ . Ленточная плотность тока в образце 2 при непрерывном перемещении каретки является функцией двух переменных — пространственной координаты  $z$  и времени  $t$ , т. е.  $i = i(z, t)$ . С учетом отсутствия каких-либо динамических процессов, могущих влиять на распределение ленточной плотности тока, функция  $i(z, t)$  удовлетворяет условию квазистационарности, которое можно определить следующим образом. Для любых  $z, t$  и приращения времени  $dt$  функция  $i(z, t)$  удовлетворяет условию

$$i(z + v dt, t) = i(z, t). \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что полный дифференциал функции  $i(z, t)$  равен нулю. Поскольку  $i(z + v dt, t + dt) = i(z, t) + v \frac{\partial i}{\partial z} dt + \frac{\partial i}{\partial t} dt$ , то из формулы (4) следует условие квазистационарности распределения плотности тока  $i(z, t)$

$$v \frac{\partial i}{\partial z} = - \frac{\partial i}{\partial t}. \quad (5)$$

Проинтегрируем уравнение (5) по длине образца 2 в пределах  $[\xi, L]$ :

$$v [i(L, t) - i(\xi, t)] = - \frac{d}{dt} \int_{\xi}^L i(z, t) dz. \quad (6)$$

Примем во внимание выражение (3), тогда уравнение (6) можно переписать в виде

$$\frac{dI_{\text{обр}}^{(2)}}{dt} = v [i(\xi, t) - i(L, t)]. \quad (7)$$

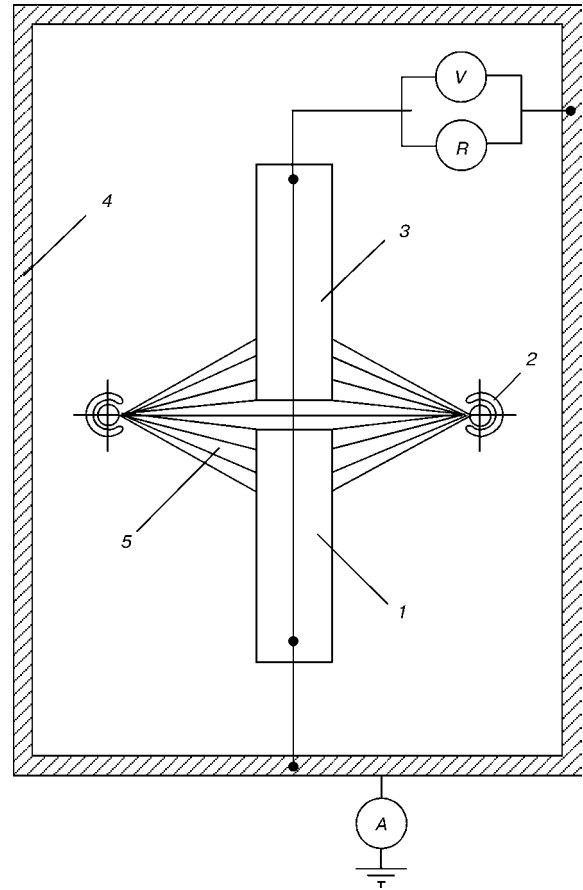


Рис. 1. Схема разрезного анода и расположение измерительных приборов: 1, 3 — образцы 1 и 2; 2 — кольцевой катод; 4 — стенка вакуумной камеры; 5 — электронный луч

Из уравнения (7) вытекает, что длину образца 2 целесообразно выбирать настолько большой, чтобы при полном смещении пучка на образец 2 (т. е. при условии, что  $I_{\text{обр}}^{(1)} = 0$ ) ленточная плотность тока на торце  $z = L$  образца 2 равнялась нулю. Как оказалось при проведении эксперимента, стандартный образец длиной 100 мм, разрезанный на две равные части, полностью удовлетворяет этому условию.

Пусть  $l(t) = vt$  — перемещение пучка за время  $t$ . Тогда с учетом того, что  $dl = v dt$ , уравнение (7) можно переписать в виде

$$i(\xi, l) = \frac{dI_{\text{обр}}^{(2)}}{dl}. \quad (8)$$

Из этого соотношения, предварительно измерив  $I_{\text{обр}}^{(2)}(l)$ , путем дифференцирования  $I_{\text{обр}}^{(2)}(l)$  можно определить распределение ленточной плотности тока в пятне нагрева образца электронным лучом. Зависимость  $I_{\text{обр}}^{(2)} = I_{\text{обр}}^{(2)}(l)$  позволяет также оценить эффективную ширину пятна нагрева образца электронным лучом. Для определения эффективного КПД электронно-лучевого нагревателя, согласно формуле (2), отождествляем анодный ток образца  $I_A$  с током, измеряемым амперметром, подключенным к цепи стенка вакуумной камеры—земля (рис. 1).

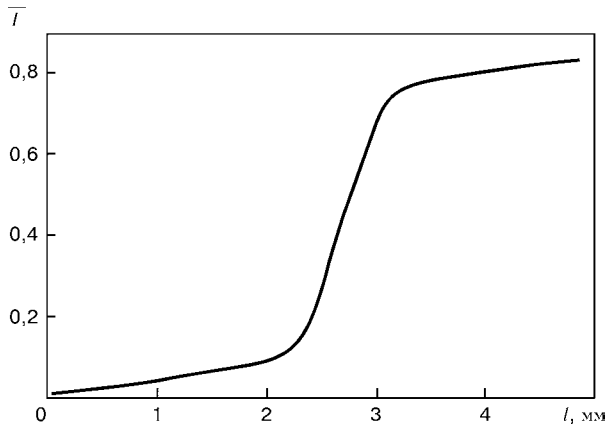


Рис. 2. Изменение безразмерного электронного тока в образце 2 в зависимости от положения каретки электронно-лучевого нагревателя относительно щели разрезного анода

**Обработка и анализ результатов экспериментальных исследований.** При экспериментальном исследовании распределенных характеристик кольцевого катода следует принимать во внимание, что они, а также количество отраженных электронов могут зависеть от анодного тока  $I_A$  и материала анода. В качестве анода использовать кремний нецелесообразно, поскольку в рабочем диапазоне токов при нагреве кремния образуется жидкая фаза, которая заполняет щель, являющуюся электрическим изолятором между составными частями разрезного анода. Таким образом, в качестве материала разрезного анода следует выбирать более тугоплавкие материалы с температурой плавления на  $200^\circ\text{C}$  большей, чем кремния. В связи с этим в качестве материала разрезного анода использовали ниобий и титан, причем последний можно рассматривать как имитатор анода из кремния. Исследования проводили для трех вариантов тока: 20, 25 и 30 мА. Для разрезного анода из ниобия использовали первые два режима, а из титана анодный ток поддерживали равным 30 мА. Значения  $I_{\text{опр}}^{(2)}(t)$  фиксировали через каждые 30 с, скорость перемещения каретки  $v$  для всех вариантов составляла  $2 \cdot 10^{-3}$  см/с.

Для анализа влияния материала анода и анодного тока на изменение электронного тока в образце результаты экспериментальных измерений обрабатывали относительно безразмерного тока  $\bar{I}(l) = \frac{I_{\text{опр}}^{(2)}(l)}{I_A}$ . С погрешностью, неразличимой при графическом построении, результаты трех экспериментов, выраженные в безразмерной форме, являются идентичными (рис. 2).

Это свидетельствует о том, что материал анода и значение анодного тока  $I_A$  практически не влияют на КПД, размер анодного пятна и распределение плотности анодного тока на поверхности образца (в последнем случае с точностью до постоянного множителя, пропорционального анодному току).

Приведенные на рис. 2 данные свидетельствуют о том, что КПД источника электронно-лучевого на-

грева равняется 0,83. При этом 17 % мощности составляют потери на отраженные электроны и электроны, пролетающие мимо образца и осаждающиеся на стенках вакуумной камеры.

Для оценки распределения плотности электронного тока  $i(l)$  на поверхности образца при фиксированном  $\zeta$  следует в соответствии с выражением (8) вычислить производную функции  $I_{\text{опр}}^{(2)}(l)$ . Как следует из работы [1], задача численного восстановления производной по измеренным значениям функции является некорректно поставленной. Действительно, измеренные значения функции  $I_{\text{опр}}^{(2)}(l)$  могут отличаться от истинных значений на погрешность измерений  $\delta(l)$ , являющуюся заведомо негладкой или даже разрывной функцией параметра  $l$ , поэтому несмотря на незначительность погрешности измерений, не превышающей несколько процентов, производная функции  $\delta(l)$  может быть сколь угодно большой.

В связи с этим для расчета распределения плотности тока (или других распределенных параметров, например плотности теплового потока) по измеренным интегральным характеристикам обычно поступают следующим образом: постулируют закон распределения плотности тока в виде некоторой функциональной зависимости с числовыми параметрами, а затем измеренный ток  $I_{\text{опр}}^{(2)}(l)$  используют для идентификации этих параметров [2]. Недостаток такого подхода состоит в том, что выбранный закон распределения функции  $i(z)$  может не соответствовать истинному закону распределения искомой функции, а, следовательно, рассчитанные данные не всегда можно считать достоверными. Во избежание погрешностей такого рода следует устойчиво восстановить производную  $\frac{dI_{\text{опр}}^{(2)}}{dl}$  по измеренным значениям функции  $I_{\text{опр}}^{(2)}(l)$ , для чего воспользуемся методом регуляризации некорректно поставленных задач, предложенным в работе [3]. В соответствии с публикацией [1] введем на интервале  $[l - \alpha, l + \alpha]$  осредненную функцию

$$I_\alpha(l) = \int_{l-\alpha}^{l+\alpha} \omega_\alpha(l, \tau) \bar{I}_\alpha(\tau) d\tau,$$

где  $\omega_\alpha(l, \tau)$  — ядро осреднения:

$$\omega_\alpha(l, \tau) = \frac{C_0}{\alpha} \exp \frac{(l-\tau)^2}{(l-\tau)^2 - \alpha^2},$$

где  $2\alpha$  — длина интервала осреднения (параметр регуляризации). Функция  $\omega_\alpha(l, \tau)$  обращается в нуль на концах интервала осреднения, а константа  $C_0 = 0,82856884$  выбирается из условия  $\bar{I}_\alpha(l) = 1$  при  $\bar{I}_\alpha(l) \equiv 1$ . Приближенная производная от функции  $I_\alpha(l)$  вычисляется по формуле, приведенной в работе [1]:



$$\frac{dI_\alpha}{dl} = \int_{l-\alpha}^{l+\alpha} \rho(l, \tau) \bar{I}_\alpha(\tau) d\tau, \quad (9)$$

где  $\rho(l, \tau) = \frac{d\omega(l, \tau)}{dl} = \frac{2C_0\alpha(l-\tau)}{[(l-\tau)^2 - \alpha^2]} \exp\left[\frac{(l-\tau)^2}{(l-\tau)^2 - \alpha^2}\right]$ .

Таким образом, для устойчивого восстановления производной по измеренным значениям  $I_{\text{обр}}^{(2)}(l)$  достаточно вычислить интеграл из выражения (9). Пусть  $(0, H)$  — интервал изменения параметра  $l$  (в данном эксперименте  $H = 50$  мм). Функцию  $\bar{I}_\alpha(l)$  экспериментально измерили на интервале  $(0, H)$  в виде таблицы значений  $\bar{I}_\alpha(l_k)$  для  $l = l_k = k\Delta l, (k = 0, N, kN = H)$ . Для повышения точности вычисления интеграла на каждом интервале  $[l_k, l_{k+1}]$  функция  $\bar{I}_\alpha(l)$  восполнялась при помощи кубического сплайна, сглаживающего зашумленные данные [4]. Интеграл в правой части выражения (9) вычисляли по квадратурной формуле Симпсона, количество точек восполнения  $m$  и интервал осреднения  $\alpha$  варьировали.

На рис. 3 представлены графики распределения безразмерной ленточной плотности тока  $\bar{i}_\alpha(l) = \frac{dI_\alpha}{dl}$ , вычисленные для двух значений параметра осреднения  $\alpha$ . Более адекватной физическим представлениям о законе распределения плотности электронного тока на поверхности образца следует считать производную, восстановленную при интервале осреднения, равному удвоенному шагу  $\Delta l$  измерения функции  $I_{\text{обр}}^{(2)}(l)$ .

Из рис. 3 следует, что в пятне нагрева можно выделить центральный участок, в котором функция распределения плотности тока хорошо описывается нормальным законом распределения. Периферийные участки имеют невысокую и практически постоянную ленточную плотность тока. Протяженность центрального участка составляет 14 мм. В этой зоне нагрева выделяется примерно 90 % мощности электронного пучка. Рис. 3 позволяет получить информацию о распределении поверхностной плотности выделения энергии электронного луча, количественные данные о которой необходимы для выбора параметров режима плавки, проектирования тепловых экранов, оценки параметров сканирования электронного луча и расчета тепловых процессов при формировании монокристалла.

**Выводы**

1. Применительно к нагреву цилиндрического образца электронным лучом, формируемым кольце-

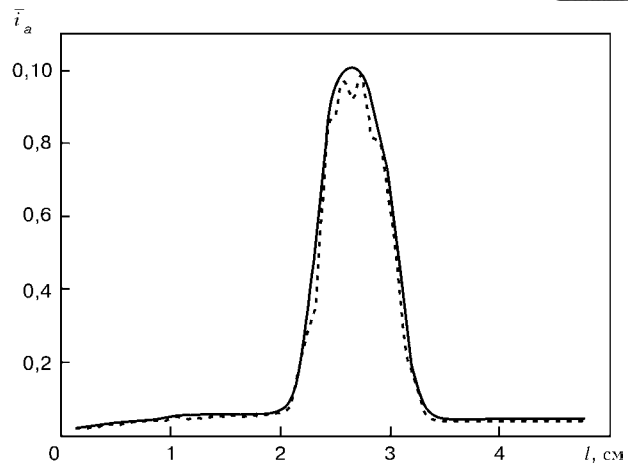


Рис. 3. Распределение безразмерной плотности электронного тока на поверхности образца при различных значениях параметра осреднения (штриховая линия  $\alpha = \Delta l$ ; сплошная линия  $\alpha = 2\Delta l$ )

вым катодом, предложена и теоретически обоснована методика измерения плотности электронного тока на поверхности образца, базирующаяся на использовании разрезного анода.

2. Показано, что ленточная плотность тока на поверхности образца равна производной от тока, протекающего в одной из частей составного образца и изменяющегося в зависимости от смещения оси пучка относительно щели.

3. Для вычисления производной по измеренной интегральной характеристике ленточной плотности электронного тока использован вариант метода регуляризации некорректных задач, позволяющий устойчиво восстанавливать производную на зашумленных экспериментальных данных.

4. В результате экспериментальных измерений и их математической обработки получены количественные данные о распределении плотности электронного тока на поверхности нагреваемого образца и эффективном КПД источника электронно-лучевого нагрева кольцевым катодом прямого действия.

1. Математическое обеспечение сложного эксперимента. Т.1. Обработка измерений при исследовании сложных систем / Ю. А. Белов, В. П. Диденко, Н. Н. Козлов и др. — Киев: Наук. думка, 1982. — 304 с.
2. Гвоздецкий В. С., Кривциун И. В., Шевелов М. В. Методика определения параметров функции распределения плотности тока в анодном пятне сварочной дуги // Автомат. сварка. — 1984. — № 4. — С. 6–10.
3. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. 2-е изд. — М.: Мир, 1980. — 407 с.
4. Craven P., Wahba G. Smoothing noisy data with spline function, Numerische Mathematik. — 1979. — № 31. — P. 377–403.

Ин-т электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины, Киев

Поступила 07.05.2007