

АНАЛІТИЧНО-ЧИСЛОВІ ПІДХОДИ ДО ОБЧИСЛЕННЯ  
ЧАСОВОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА СЕЙСМІЧНОГО МОМЕНТУ

© Д.В. Малицький, 2010

Карпатське відділення Інституту геофізики НАН України, Львів, Україна

A method is proposed for determining the seismic moment tensor components as a function of time on the stations' data. To solve the stated problem there is used matrix method in the paper. The method developed here has been tested using the synthetic data and a real event which had occurred in the Crimea region of Ukraine on October 16, 1998,  $M_w=3.6$ .

**Keywords:** seismic moment tensor, source time function, matrix method, displacement field, inverse problem.

Сейсмічні задачі та їх розв'язання переважно скеровані на визначення параметрів досліджуваного середовища або характеристик вогнища землетрусу. На цей час існує достатньо багато методів для розв'язання таких проблем. Важливе місце займає матричний метод, використання якого є ефективним для моделювання хвильових полів у шаруватих середовищах. Деякі з модифікацій матричного методу розглянуто у роботах вітчизняних і закордонних авторів [1–3]. Застосування указаних підходів та інших методів, зокрема чисельних, для розв'язання обернених задач визначення характеристик вогнища землетрусу здебільшого зводиться до методу найменших квадратів [5]. Сучасні ПК дають змогу отримувати розв'язки з необхідною точністю. Чималою проблемою сучасної сейсмології стосовно характеристик вогнища є визначення її часової функції – важливого параметра для розуміння фізичних процесів у джерелі, який використовують, наприклад, в інженерній сейсмології. Існують методи, за якими визначають часову функцію вогнища (STF) за допомогою сейсмічної мережі [6]. Однак вони можуть давати різні результати, і їх не використовують для малих подій. Таким чином, розробка нових підходів до визначення параметрів вогнища і STF є актуальним і важливим завданням.

У статті розглянуто задачу визначення компонент тензора сейсмічного моменту і часової функції джерела (STF( $t$ )) для неоднорідного півпростору, змодельованого пачкою однорідних ізотропних шарів. Точкове джерело сейсмічних хвиль задають тензором сейсмічного моменту і розміщують на уявній межі всередині будь-якого однорідного шару. Для моделювання хвильових процесів у такому середовищі використовують матричний метод Томсона–Хаскела. Поле пере-

міщень на вільній поверхні зображують через інтегральні перетворення Фур'є–Бесселя–Мелліна (пряма задача).

Метою статті є визначення компонент тензора сейсмічного моменту і часової функції джерела за сейсмічними даними однієї і більше станцій. Використання великої кількості станцій дає надійніший результат. Для розв'язання такої задачі застосовують аналітичний розв'язок прямої задачі для поля переміщень на вільній поверхні, зумовлених тільки прямими хвилями. У результаті такого підходу задача визначення тензора сейсмічного моменту в спектральній області зведена до розв'язування матричного рівняння, що містить шість рівнянь і шість невідомих:

$$\mathbf{M} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{U}_s^{(0)}, \quad (1)$$

де

$\mathbf{M} = (M_{xz}, M_{yz}, M_{zz}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy})$  – тензор сейсмічного моменту;

$\mathbf{U}_s^{(0)} = (U_s^{(0)p}, U_s^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s})$  – компоненти прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль на вільній поверхні середовища.

Матриця  $\mathbf{K}$  визначається швидкісною моделлю середовища:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -7,3076 \cdot 10^{17} & -9,72975 \cdot 10^{17} & 19,80 \cdot 10^{17} \\ -9,72975 \cdot 10^{17} & 14,40 \cdot 10^{17} & -9,32003 \cdot 10^{17} \\ 19,80 \cdot 10^{17} & -9,32003 \cdot 10^{17} & -7,10458 \cdot 10^{17} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Матричне рівняння (1) однозначно визначає тензор  $\mathbf{M}$ , якщо існує обернена матриця  $\mathbf{K}^{-1}$ , тобто  $\det(\mathbf{K}) \neq 0$ . Слід зауважити, що потрібно знати фізичні параметри середовища. Як приклад, розглянемо модель неоднорідного середовища, яку будують системою чотирьох однорідних шарів на півпросторі ( $n = 4$ ). Джерело розміщене в третьому шарі ( $s = 3$ ) на уявній межі  $s$  на глибині  $h_s = 18\,880$  м. Тому фізичні параметри для шарів

**Модель середовища: чотири шари на півпросторі**

Номер шару	$V_p$ , м/с	$V_s$ , м/с	$H$ , м	$\rho$ , $10^3$ кг/м <sup>3</sup>
1	3500	2050	2000	2,3
2	5500	3250	7000	2,5
3	6200	3650	9880	2,65
4	6200	3650	20	2,65
5	6800	4000	$\infty$	2,96

над джерелом і під джерелом є однакові (див. таблицю). Рис. 1 ілюструє розв’язок прямої задачі для поля переміщень на вільній поверхні шаруватого півпростору, який заданий параметрами, наведеними у таблиці. Епіцентрально відстань  $r = 66\ 000$  м.

Точкове джерело задано тензором  $M$ . Часову функцію у вогнищі задано згасаючою синусоїдою, відповідно, кожен компоненту тензора сейсмічного моменту як функцію часу показано на рис. 2. Для розв’язку оберненої задачі за допомогою методикою (рис. 3) використано значення вектора  $U_s^{(0)}$ , що одержані виділенням прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль на кожній компоненті поля переміщень  $U_x^{(0)}(r, z, \varphi, t)$ ,  $U_y^{(0)}(r, z, \varphi, t)$ ,  $U_z^{(0)}(r, z, \varphi, t)$ , причому тензор має два часові діапазони. Виділення  $U_s^{(0)}$  починається на часах перших вступів  $P$ - і  $S$ -хвиль. У цьому прикладі часовий діапазон для  $U_s^{(0)}$  вибрано: меншим, ніж час у вогнищі, таким самим, як у вогнищі, і більшим, ніж у вогнищі. У наведеному модельному прикладі відомий час у вогнищі ( $t_0 \approx 1,3$  с). Під поняттям “час у вогнищі” розумітимемо час, протягом якого відбувалася подія. Тому найкращий результат для визначення компонент тензора сейсмічного моменту як функції часу одержуємо, коли часовий діапазон для вектора  $U_s^{(0)}$  близький до  $t_0$ . На рис. 4 показана

розв’язки для поля переміщень, коли використано розв’язки для тензора  $M$ , згідно з розробленою методикою, для різних часових діапазонів (2–5), та їх порівняння з полем переміщень ( $I$ ), обчислене за точним значенням тензора  $M$  (точний розв’язок). Графіки на рис. 4 ілюструють кореляцію хвильових полів.

Відзначимо, що найкращий результат для поля переміщень з урахуванням одержаного тензора за запропонованою методикою (рис. 4) отримано для часового діапазону  $U_s^{(0)}$ , що близький до часу у вогнищі (графіки 4, 5) і гірший для часу, меншого  $t_0 \approx 1,3$  с (графіки 2, 3).

На рис. 5 представлено запис реального землетрусу, що відбувся в Кримському регіоні 16 жовтня 1998 р.,  $M_w = 3,6$  [7]. На рис. 6 показано розв’язок для тензора  $M$ , а на рис. 7 – порівняльний аналіз точного запису і запису, одержаного з використанням розв’язаної оберненої задачі для всіх компонент поля переміщень (графіки на рисунках розтягнуті з метою порівняння вступів  $P$ - і  $S$ -хвиль). Аналіз полів показує, що  $P$ -хвиля на графіках 1 (рис. 7) виділяється погано, тоді як  $S$ -хвиля – достатньо добре і корелює із реальними записами (графіки 2), що, очевидно, пов’язане з механізмом вогнища. Для цієї події за методом NDC (не подвійних диполів) легко показати, що поле переміщень зумовлено джерелом з тензором моменту, який має нульовий слід. А це означає, що трапилась точкова дислокація зсуву. Можливо, тому перші вступу  $P$ -хвиль на реальних сейсмограмах виділяються погано і їх амплітудні значення дуже маленькі порівняно з іншими хвилями. Відповідно, не вдається відновити прямих хвилі  $P$  за результатами запропонованої методики. Отже, використовуючи метод NDC для тензора

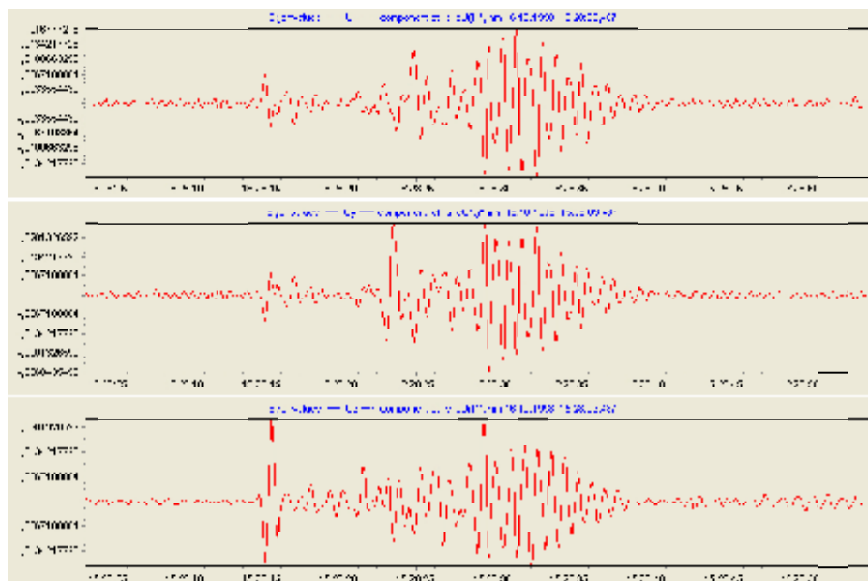


Рис. 1. Поле переміщень на вільній поверхні шаруватого півпростору, фізичні параметри якого задані в таблиці. Джерело задано тензором сейсмічного моменту  $M$  (формула (2)), кожна компонента якого в часовому діапазоні представлена на рис. 2

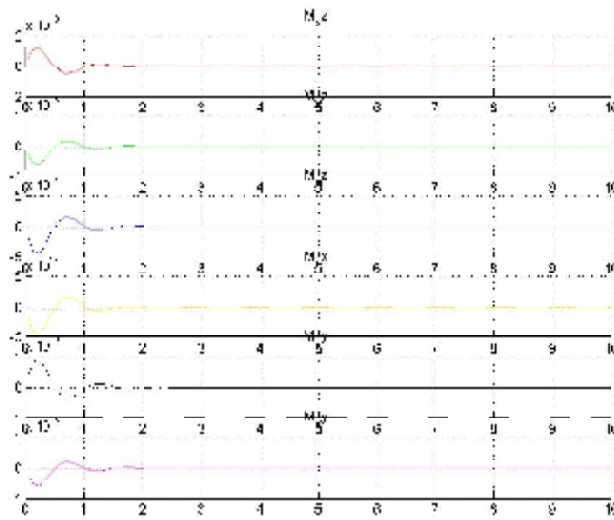


Рис. 2. Залежність компонент тензора сейсмічного моменту від часу. Графіки використані для побудови хвильового поля, показаного на рис. 1 (точний розв'язок прямої задачі). Час у вогнищі  $t_0 \approx 1,3$  с

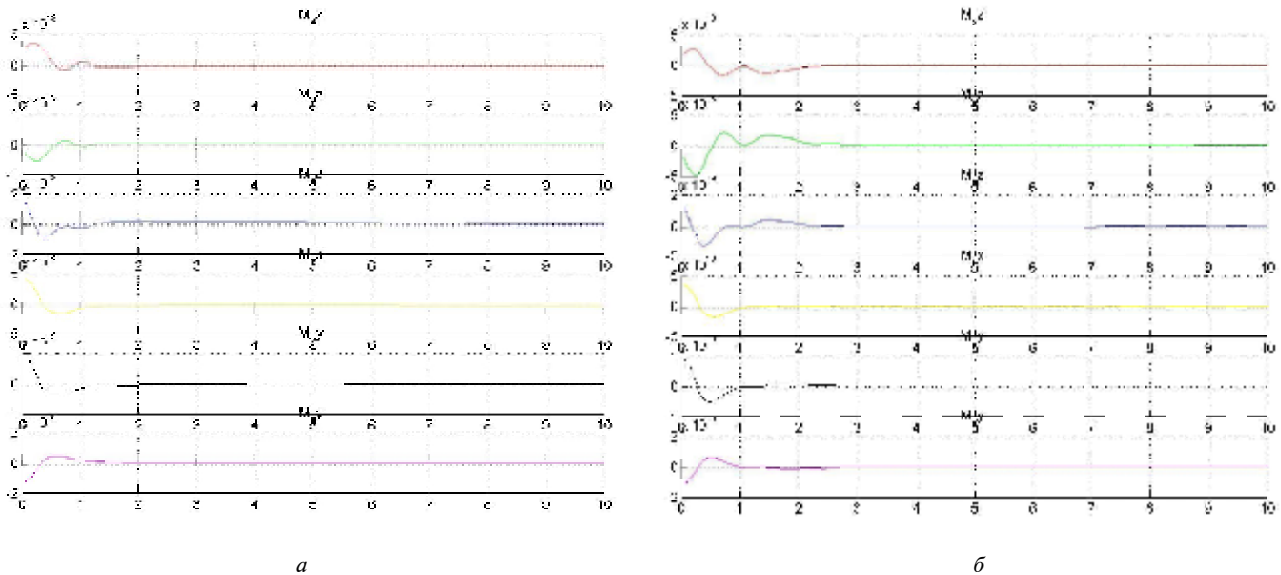


Рис. 3. Компоненти тензора  $M$ , одержані в результаті розв'язку оберненої задачі для різних часових діапазонів вектора  $U_s^{(0)}$ :  $a$  – часовий діапазон вектора  $U_s^{(0)}$  вибрано близьким до часу  $t_0 \approx 1,3$  с;  $b$  – часовий діапазон вектора  $U_s^{(0)}$  вибрано більшим від  $t_0$

$$M = \begin{pmatrix} -7,3076 \cdot 10^{17} & -9,72975 \cdot 10^{17} & 19,80 \cdot 10^{17} \\ -9,72975 \cdot 10^{17} & 14,40 \cdot 10^{17} & -9,32003 \cdot 10^{17} \\ 19,80 \cdot 10^{17} & -9,32003 \cdot 10^{17} & -7,10458 \cdot 10^{17} \end{pmatrix},$$

знаходимо власні значення матриці і, відповідно, діагональну матрицю у вигляді

$$M_d = \begin{pmatrix} -7,69643 \cdot 10^{13} & 0 & 0 \\ 0 & 2,69978 \cdot 10^{17} & 0 \\ 0 & 0 & -2,70092 \cdot 10^{17} \end{pmatrix}.$$

Досліджувана подія є форшоком для сильнішого землетрусу, що відбувся двома добами пізніше в тому самому місці і для якого відомий механізм вогнища. Тому значення для компонент тензора  $M$  взяті із каталогу землетрусів для основної події, але з меншим значенням для сейсмічного моменту  $M_0$ . Припускаємо, що орієнтація

площин розриву основної події і форшоку однакова [7].

Використовавши задачу на власні значення і власні вектори, приводимо матрицю  $M$  до діагонального вигляду  $M_d$ , діагональними елементами якої є власні значення матриці  $M$ . Тоді за методом NDC [4] маємо

$$M_d = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} tr(M) & 0 & 0 \\ 0 & tr(M) & 0 \\ 0 & 0 & tr(M) \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M_3 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix}}_{DC} + \varepsilon \underbrace{\begin{pmatrix} -M_3 & 0 & 0 \\ 0 & -M_3 & 0 \\ 0 & 0 & 2M_3 \end{pmatrix}}_{CLVD},$$

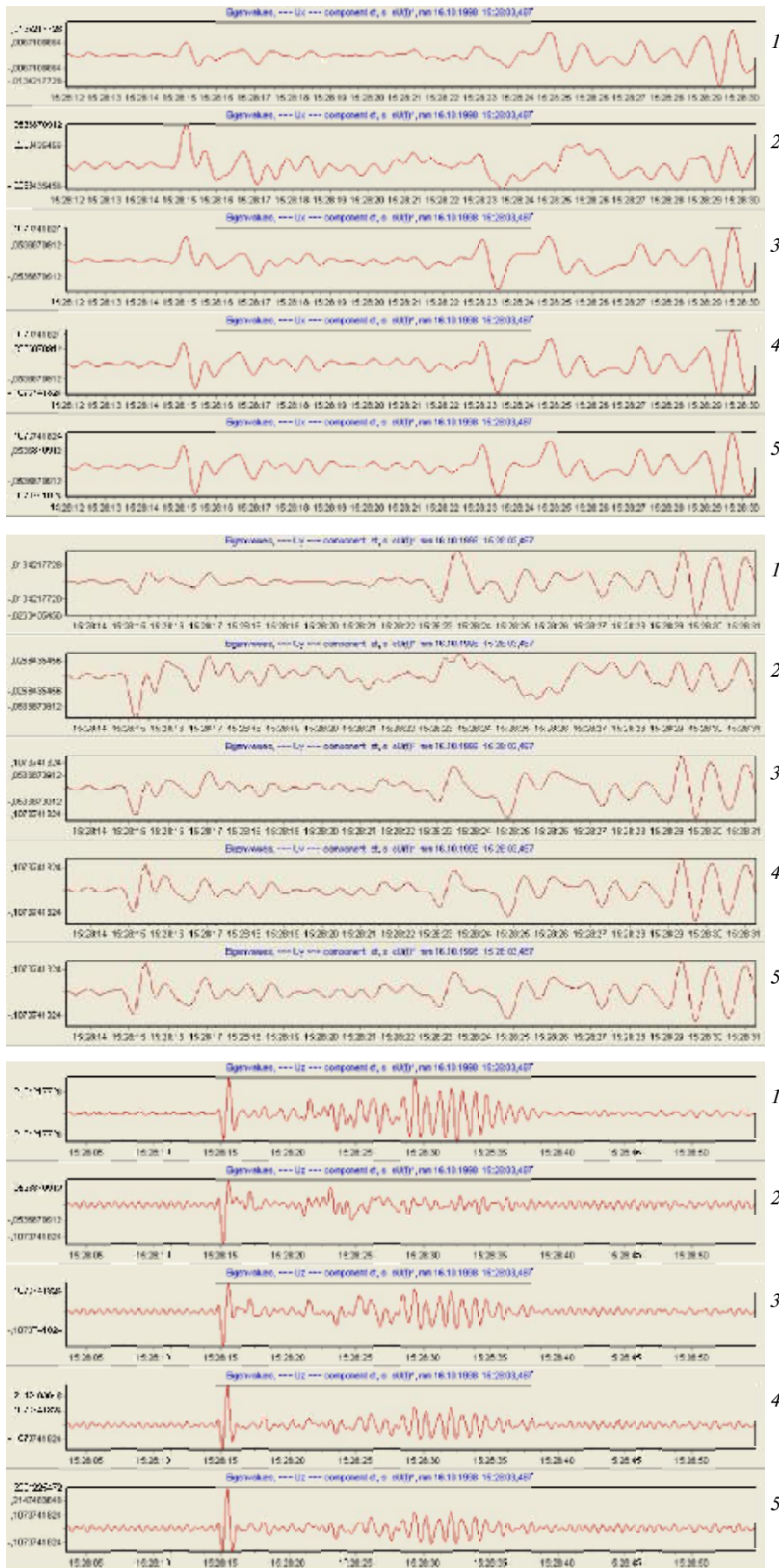


Рис. 4. Порівняльний аналіз хвильових полів (2–5), одержаних з використанням результатів оберненої задачі для тензора  $M$  і точного розв'язку прямої задачі (1) для трьох компонент  $U_x^{(0)}(r, z, \varphi, t)$ ,  $U_y^{(0)}(r, z, \varphi, t)$ ,  $U_z^{(0)}(r, z, \varphi, t)$ . Графіки 2–5 отримані для чотирьох часових діапазонів вектора  $U_s^{(0)}$ . Графіки 1 – поле переміщень, що показано на рис. 1 (компоненти  $U_x^{(0)}(r, z, \varphi, t)$ ,  $U_y^{(0)}(r, z, \varphi, t)$  – розтягнуті)

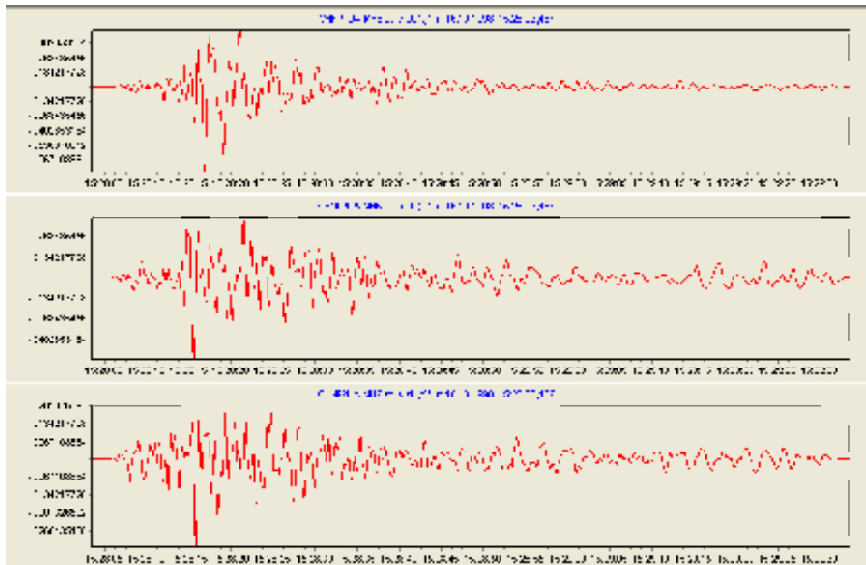


Рис. 5. Запис події, що відбулась у Кримському регіоні України 16 жовтня 1998 р. Координати вогнища: 44°00' пн.ш.; 33°67'сх.д.; глибина вогнища 19 км. Час у вогнищі  $t = 15:27:53,9$  (0,0 с). Час вступу  $P$ - і  $S$ -хвиль:  $t_p = 15:28:05,8$  (11,9 с);  $t_s = 15:28:14,1$  (20,2 с),  $M_w = 3,6$  [7]

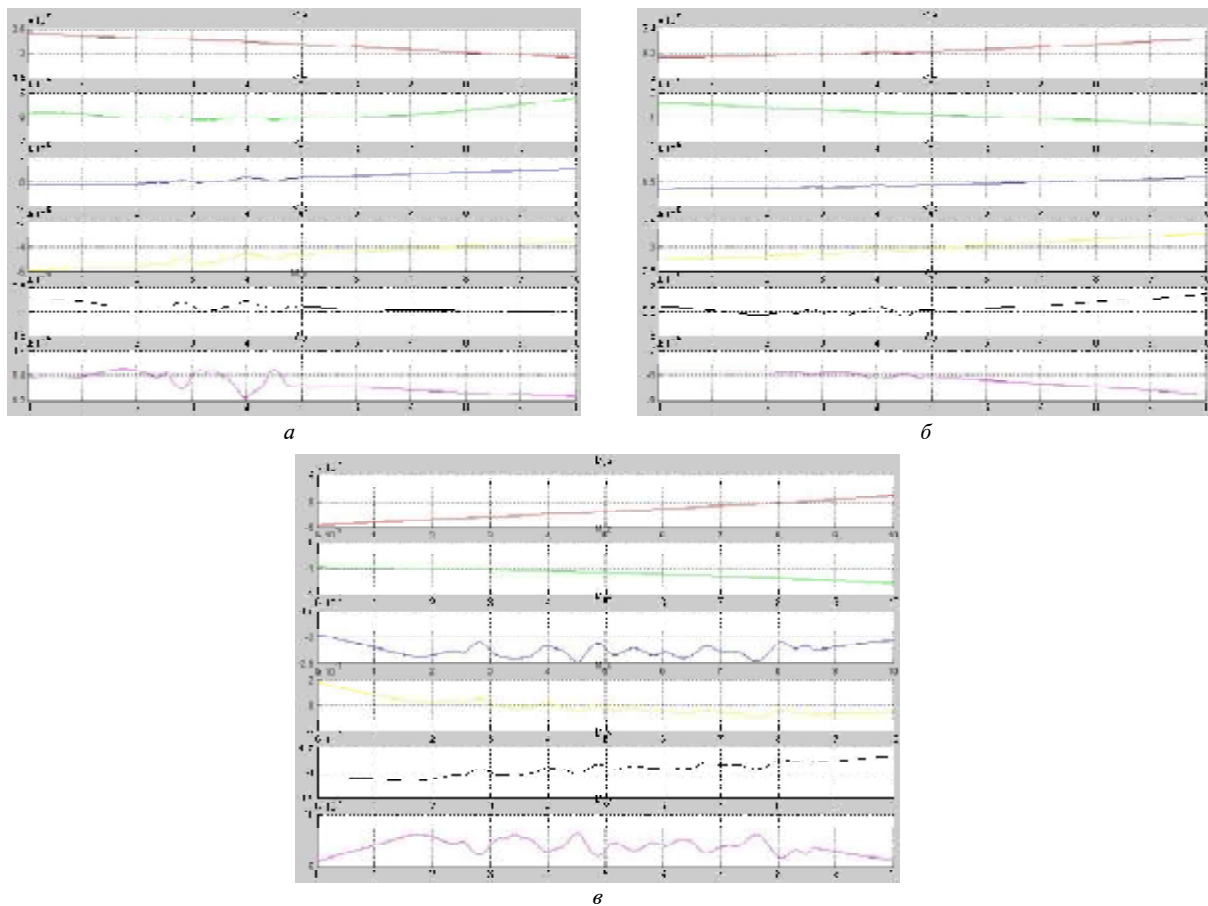


Рис. 6. Компоненти тензора  $M$ , одержані в результаті запропонованої методики для події, що відбулась у Кримському регіоні України 16 жовтня 1998 р. ( $M_w = 3,6$ ). Тензор на графіках визначений для трьох різних часових діапазонів вектора  $U_s^{(0)}$  із записів на рис. 5



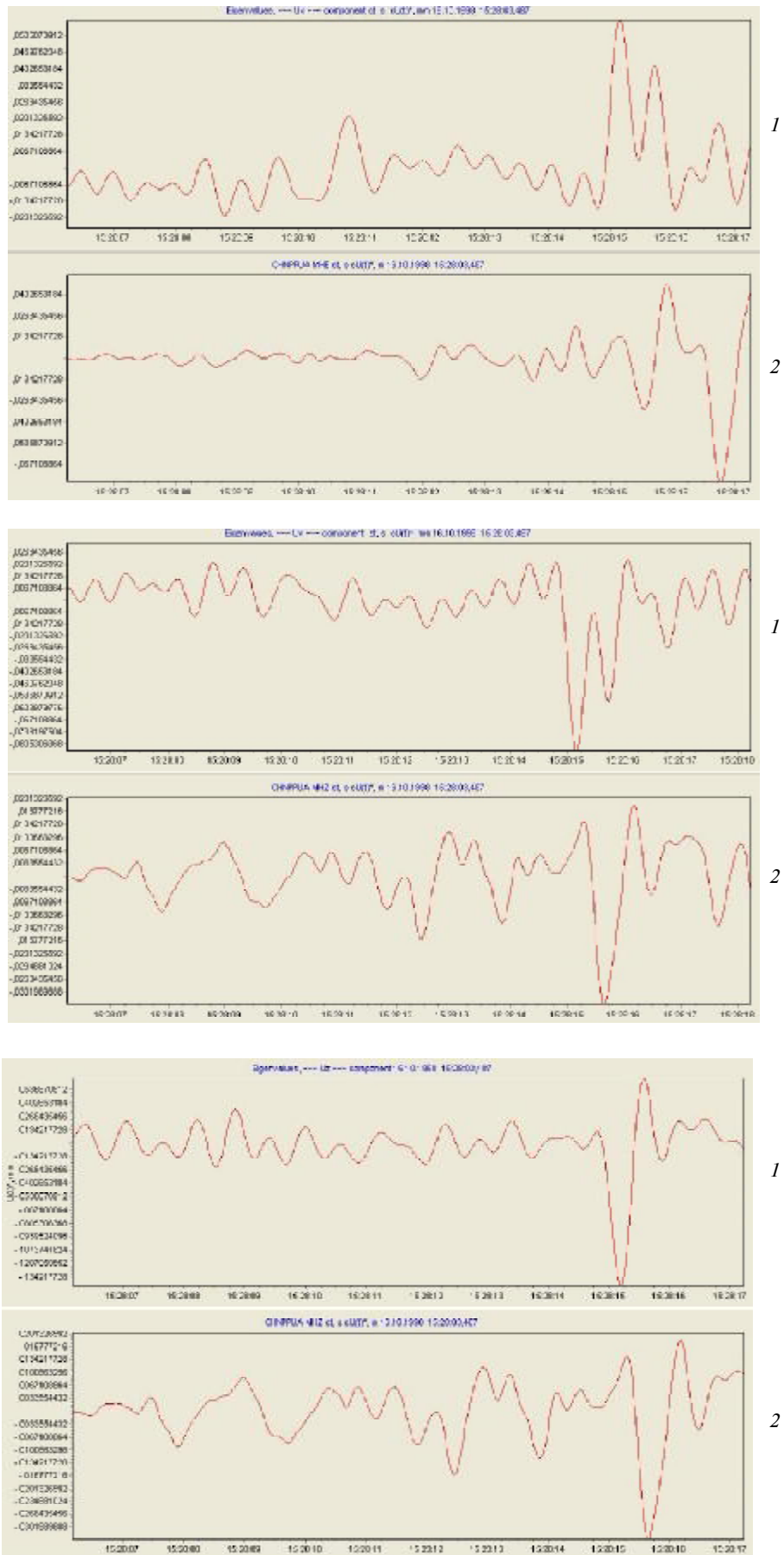


Рис. 7. Порівняльний аналіз хвильових полів для трьох компонент поля переміщень  $U_x^{(0)}(t)$ ,  $U_y^{(0)}(t)$ ,  $U_z^{(0)}(t)$  (графіки 1), одержаних з використанням результатів оберненої задачі для тензора  $M$  (див. рис. 6, б) і реального запису події, що відбулась у Кримському регіоні України 16 жовтня 1998 р. (графіки 2 – розтягнуті реальні записи)

де  $|\lambda_3| > |\lambda_2| > |\lambda_1|$ ,  $tr(M) = 0$ ,  $\varepsilon = \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \right| \approx 0$ ,  
 $(\lambda_1 = M_1, \lambda_2 = M_2, \lambda_3 = M_3)$ .

Таким чином, дійсно є тензор із нульовим слідом і є точкова дислокація зсуву. В результаті отримуємо не шість незалежних компонент тензора сейсмічного моменту  $M$ , а п'ять, оскільки  $M_{xx} = M_{yy} = M_{zz} = 0$ . Механізм вогнища для цієї події визначається тільки подвійними диполями DC.

**Висновки.** Запропонована методика для визначення тензора сейсмічного моменту як часової функції може бути використана в сейсмології для певного класу задач, коли відома швидкісна модель середовища. На наш погляд, її обмеження стосується, зокрема, тонкошаруватих моделей із великою кількістю шарів і досить великих епіцентральної відстаней, коли прямі  $P$ - і  $S$ -хвилі не достатньо "чисті". Проте ці випадки ще потребують додаткових досліджень. Загалом, якщо є розв'язок оберненої задачі щодо визначення тензора як функції часу, можна оцінити час, протягом якого відбувалася подія. Порівняльний аналіз реальних записів і полів, одержаних за запропонованою методикою, дає підстави для практичного використання його результатів. Крім того, використання сейсмічних даних тільки однієї станції для інтерпретації і аналізу параметрів вогнища є актуальною задачею, зокрема, для сейсмічних ре-

гіонів України. Підкреслимо, що ця методика потребує подальшого вдосконалення і перевірки на реальних подіях.

1. *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология: Теория и методы. – М.: Мир, 1983. – Т. 1, 2.
2. *Молотков Л.А.* Матричный метод в теории распространения волн в слоистых, упругих и жидких средах. – М.: Наука, 1984. – 880 с.
3. *Малицький Д.В., Муйла О.О.* Про застосування матричного методу і його модифікацій для дослідження поширення сейсмічних хвиль у шаруватому середовищі // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – К., 2007. – С. 124–136. – Т. 8.
4. *Dreger D., Tkalic H., Johnston M.* Dilational Processes Accompanying Earthquakes in the Long Valley Caldera // Science. – 2000. – **288**. – P. 122–125.
5. *Fan G., Wallace T.* The Determination of Source Parameters for Small Earthquakes from a Single, Very Broadband Seismic Station // Geoph. Res. Letters. – 1991. – **18**, № 8. – P. 1385–1388.
6. *Walker K., Ishii M., Shearer P.* Rupture Details of the 28 March 2005 Sumatra Mw 8.6 Earthquake Imaged with Teleseismic P waves // Geophys. Res. Lett. – 2005. – **32**. – L24303. – doi: 10.1029/2005GL024395.
7. *Пустовитенко Б.Г.* Форосское землетрясение 18 октября 1998 года,  $M_s=4,3$ ,  $I_0=5$ (Крым) // Землетрясения Северной Евразии в 1998 году. – Обнинск: ГС РАН, 2004. – С. 240–248.

Надійшла до редакції 22.09.2009 р.

*Д.В. Малицький*

#### АНАЛИТИЧНО-ЧИСЛОВІ ПІДХОДИ ДО ОБЧИСЛЕННЯ ЧАСОВОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА СЕЙСМІЧНОГО МОМЕНТУ

Запропоновано метод визначення компонент тензора сейсмічного моменту як функцій часу за даними станцій. Для розв'язання поставлених задач використано матричний метод. Розроблену методику перевірено на тестовому прикладі та на події, що відбулась у Кримському регіоні України 16 жовтня 1998 р.,  $M_w=3,6$ .

**Ключові слова:** тензор сейсмічного моменту, часова функція джерела, матричний метод, поле переміщень, обернена задача.

*Д.В. Малицький*

#### АНАЛИТИКО-ЧИСЛОВЫЕ ПОДХОДЫ К ВЫЧИСЛЕНИЮ ЧАСОВОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА СЕЙСМИЧЕСКОГО МОМЕНТА

Предлагается метод определения компонент тензора сейсмического момента как функций времени по данным станций. Для решения поставленных задач использован матричный метод. Разработанная методика проверена на тестовом примере и на событии, состоявшемся в Крымском регионе Украины 16 октября 1998 г.,  $M_w=3,6$ .

**Ключевые слова:** тензор сейсмического момента, временная функция источника, матричный метод, поле смещений, обратная задача.