

УДК 621.391:621.396

# ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ НА ПОДВИЖНОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

И. И. ГОРБАНЬ

Украинский научно-исследовательский и учебный центр проблем стандартизации, сертификации и качества, Киев

Получено 07.07.2004

Исследовано влияние движения плоской границы раздела жидких и газообразных сред на отражение и преломление акустических волн. Получены аналитические зависимости, обобщающие для динамических условий известные законы отражения и преломления. Показано, что в результате перемещения плоской границы раздела сред вдоль своей нормали изменяются параметры отраженной и преломленной волн – частота и углы отражения и преломления. В случае неравномерного движения границы эти параметры являются функциями времени.

Досліджено вплив руху плоскої межі розділу рідких і газоподібних середовищ на відбиття й заломлення акустичних хвиль. Отримані аналітичні залежності, які узагальнюють для динамічних умов відомі закони відбиття і заломлення. Показано, що переміщення плоскої межі розділу середовищ уздовж своєї нормалі змінює параметри відбитої й заломленої хвиль – частоту і кути відбиття й заломлення. У випадку нерівномірного руху межі ці параметри є функціями часу.

The influence of plane fluid-gas boundary motion on the acoustic wave reflection and refraction is studied. The analytical dependencies generalizing the known reflection and refraction laws for dynamic conditions are obtained. It is shown that the motion of the plane interface along its normal changes the parameters of reflected and refracted waves: the frequency and the reflection and refraction angles. In the case of the unsteady interface motion these parameters depend on time.

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование особенностей трансформации акустических полей на границах раздела сред является одной из наиболее интересных и содержательных проблем акустики. Отражение и преломление волн от плоской границы раздела неподвижных однородных и неменяющихся во времени сред описываются в лучевом приближении двумя классическими законами Снелля (Снеллиуса):

- 1) угол падения  $\alpha$  равен углу отражения  $\beta$ ;
- 2) отношение синуса угла падения  $\alpha$  к синусу угла преломления  $\gamma$  равно коэффициенту преломления  $n = c_1/c_2$  ( $c_1$  и  $c_2$  – скорости звука в граничащих средах).

Нарушение условий неподвижности, однородности и неизменности во времени сред приводит к нарушению законов Снелля. Исследования [1–9] и другие позволили понять многие физические механизмы, связанные с отражением и преломлением звуковых волн в средах, отличающихся от идеализированных. Тем не менее, многие вопросы все еще остаются открытыми. В частности, мало изучены эффекты отражения и преломления на подвижной границе раздела сред, например, на поверхности взволнованного океана или на поверхности каверны, образующейся при движении в воде тела с большой скоростью.

Целью данной статьи является установление закономерностей отражения и преломления акустических волн на подвижной границе раздела однородных жидкостей и газов.

## 1. ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Пусть плоская акустическая волна падает на плоскую бесконечную подвижную границу. Движение границы плоскопараллельное и не вызывает сжатия сред. Плотность и скорость звука в первой среде (в ней распространяются падающая и отраженная волны) – соответственно  $\rho_1$  и  $c_1$ , а во второй (в ней распространяется преломленная волна) – соответственно  $\rho_2$  и  $c_2$ .

Введем две прямоугольные декартовы системы координат с параллельными осями: неподвижную  $(x_0, y_0, z_0)$  и подвижную  $(x, y, z)$ , связанную с перемещающейся границей (рис. 1). Оси  $z$  и  $z_0$  ориентируем перпендикулярно падающему лучу и параллельно границе, оси  $y$  и  $y_0$  – перпендикулярно границе, а оси  $x$  и  $x_0$  – параллельно ей. В такой постановке задача сводится к двумерной.

Между системами координат существует следующая связь:

$$x_0 = x + X(t), \quad y_0 = y + Y(t). \quad (1)$$

Здесь  $X(t)$  и  $Y(t)$  – координаты начала подвижной системы координат в неподвижной системе координат в момент времени  $t$ , причем  $X(0) = Y(0) = 0$

(в начальный момент времени системы координат совпадают).

При движении границы раздела сред частоты падающей, отраженной и преломленной волн в общем случае отличаются друг от друга. Поэтому комплексные потенциалы скорости этих трех волн можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_i &= A_i \exp \left\{ j\omega_i \left[ t - \frac{x_0 \sin \alpha - y_0 \cos \alpha}{c_1} \right] \right\}, \\ \dot{\Phi}_r &= A_r \exp \left\{ j\omega_r \left[ t - \frac{x_0 \sin \beta + y_0 \cos \beta}{c_1} \right] \right\}, \\ \dot{\Phi}_t &= A_t \exp \left\{ j\omega_t \left[ t - \frac{x_0 \sin \gamma - y_0 \cos \gamma}{c_2} \right] \right\}.\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь  $A_i, A_r, A_t$  и  $\omega_i, \omega_r, \omega_t$  – амплитуды и круговые частоты падающей, отраженной и преломленной волн соответственно;  $\alpha, \beta, \gamma$  – углы падения, отражения и преломления соответственно. Точки вверху обозначают комплексные величины.

Продифференцировав выражения (2) по времени  $t$ , найдем давления, создаваемые падающей, отраженной и преломленной волнами:

$$\dot{P}_i = j\rho_1\omega_i\dot{\Phi}_i, \quad \dot{P}_r = j\rho_1\omega_r\dot{\Phi}_r, \quad \dot{P}_t = j\rho_2\omega_t\dot{\Phi}_t. \quad (3)$$

Вычислив градиенты потенциалов (2), получим колебательные скорости падающей, отраженной и преломленной волн:

$$\begin{aligned}\vec{V}_i &= \dot{V}_i(\sin \alpha, -\cos \alpha)^T, \\ \vec{V}_r &= \dot{V}_r(\sin \beta, \cos \beta)^T, \\ \vec{V}_t &= \dot{V}_t(\sin \gamma, -\cos \gamma)^T,\end{aligned}$$

где соответствующие колебательные скорости вдоль направлений распространения волн описываются выражениями:

$$\dot{V}_i = j \frac{\omega_i}{c_1} \dot{\Phi}_i, \quad \dot{V}_r = j \frac{\omega_r}{c_1} \dot{\Phi}_r, \quad \dot{V}_t = j \frac{\omega_t}{c_2} \dot{\Phi}_t. \quad (4)$$

Проекции векторов колебательных скоростей волн имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{V}_{ix} &= \dot{V}_i \sin \alpha, & \dot{V}_{rx} &= \dot{V}_r \sin \beta, & \dot{V}_{tx} &= \dot{V}_t \sin \gamma, \\ \dot{V}_{iy} &= -\dot{V}_i \cos \alpha, & \dot{V}_{ry} &= \dot{V}_r \cos \beta, & \dot{V}_{ty} &= -\dot{V}_t \cos \gamma.\end{aligned}$$

Поскольку источники на границе раздела сред отсутствуют, граничные условия запишем как

$$\begin{aligned}\left( \dot{P}_i + \dot{P}_r \right) \Big|_{y=0} &= \dot{P}_t \Big|_{y=0}; \\ \left( \dot{V}_{iy} + \dot{V}_{ry} \right) \Big|_{y=0} &= \dot{V}_{ty} \Big|_{y=0}.\end{aligned}$$

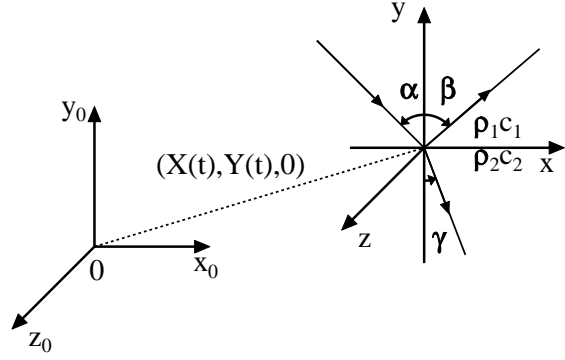


Рис. 1. Геометрия задачи

Выполнение этих условий для всех значений  $x$  и  $t$  имеет место только при равенстве экспонент, входящих в выражение (2). С учетом формул (1) из равенства экспонент получаем соотношения

$$\begin{aligned}\omega_i \left\{ t - \frac{(x + X(t)) \sin \alpha - Y(t) \cos \alpha}{c_1} \right\} &= \\ = \omega_r \left\{ t - \frac{(x + X(t)) \sin \beta + Y(t) \cos \beta}{c_1} \right\} &= \\ = \omega_t \left\{ t - \frac{(x + X(t)) \sin \gamma - Y(t) \cos \gamma}{c_2} \right\}.\end{aligned}\quad (5)$$

Равенства (5) превращаются в тождества, если

$$\frac{\omega_i}{c_1} \sin \alpha = \frac{\omega_r}{c_1} \sin \beta = \frac{\omega_t}{c_2} \sin \gamma, \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\omega_i \left[ t - \frac{X(t)}{c_1} \sin \alpha + \frac{Y(t)}{c_1} \cos \alpha \right] &= \\ = \omega_r \left[ t - \frac{X(t)}{c_1} \sin \beta - \frac{Y(t)}{c_1} \cos \beta \right] &= \\ = \omega_t \left[ t - \frac{X(t)}{c_2} \sin \gamma + \frac{Y(t)}{c_2} \cos \gamma \right].\end{aligned}\quad (7)$$

Преобразовав выражения (7) с учетом (6), получим соотношения:

$$\begin{aligned}\left[ t + \frac{Y(t)}{c_1} \cos \alpha \right] \sin \beta + \frac{Y(t)}{c_1} \sin \alpha \cos \beta &= \\ = t \sin \alpha,\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}\left[ t + \frac{Y(t)}{c_1} \cos \alpha \right] \sin \gamma - \frac{Y(t)}{c_1} \sin \alpha \cos \gamma &= \\ = \frac{c_2}{c_1} t \sin \alpha.\end{aligned}\quad (9)$$

Из соотношений (6), (8), (9) следует, что углы отражения и преломления, частоты отраженной

и преломленной волн не зависят от перемещений границы вдоль оси  $x_0$ , а определяются ее перемещениями вдоль оси  $y_0$  и скоростями звука в граничащих средах.

**2. ОБОБЩЕННЫЕ ЗАКОНЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ГРАНИЦЫ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ**

Вначале рассмотрим случай, когда граница движется вдоль оси  $y_0$  с постоянной скоростью  $v$  (т. е.  $Y(t) = vt$ ). Тогда из формул (8) и (9) следует, что

$$\left(1 + \frac{v}{c_1} \cos \alpha\right) \sin \beta + \frac{v}{c_1} \sin \alpha \cos \beta = \sin \alpha, \quad (10)$$

$$\left(1 + \frac{v}{c_1} \cos \alpha\right) \sin \gamma - \frac{v}{c_1} \sin \alpha \cos \gamma = \frac{c_2}{c_1} \sin \alpha. \quad (11)$$

Отсюда

$$\sin(\beta + \varphi) = K \sin \alpha, \quad (12)$$

$$\sin(\gamma - \varphi) = K \frac{c_2}{c_1} \sin \alpha, \quad (13)$$

где

$$\varphi = \arctg \frac{\frac{v}{c_1} \sin \alpha}{1 + \frac{v}{c_1} \cos \alpha}; \quad (14)$$

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c_1^2} + 2\frac{v}{c_1} \cos \alpha}}. \quad (15)$$

Круговые частоты отраженной и преломленной волн описываются соотношениями

$$\omega_r = \omega_i \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad (16)$$

$$\omega_t = \omega_i \frac{c_2 \sin \alpha}{c_1 \sin \gamma}, \quad (17)$$

которые непосредственно следуют из выражения (6). С учетом равенств (10), (11) для круговых частот отраженной и преломленной волн получаем выражения

$$\omega_r = \omega_i \frac{1 + \frac{v}{c_1} \cos \alpha}{1 - \frac{v}{c_1} \cos \beta}, \quad (18)$$

$$\omega_t = \omega_i \frac{1 + \frac{v}{c_1} \cos \alpha}{1 + \frac{v}{c_2} \cos \gamma}. \quad (19)$$

Из формул (12)–(19) следует, что при фиксированном угле падения  $\alpha$  углы отражения  $\beta$  и преломления  $\gamma$ , частоты колебаний отраженной  $\omega_r$  и преломленной  $\omega_t$  волн не зависят от времени. Их значения в этом случае определяются скоростью  $v$  движения границы вдоль оси  $y_0$  и скоростями звука в граничащих средах.

Соотношения (12) и (13) обобщают формулы, описывающие классические законы отражения и преломления Снелля, а выражения (18) и (19) – зависимости, описывающие классический эффект Доплера. Из формул (12) и (13) в отсутствие движения ( $v=0$ ) следуют законы Снелля. Из выражения (18) при движении границы с постоянной скоростью  $v$  и нулевом значении угла падения ( $\alpha = \beta = 0$ ) получается известное соотношение, описывающее доплеровский сдвиг частоты для отраженной волны:

$$\omega_r = \omega_i \frac{1 + v/c_1}{1 - v/c_2}.$$

Величины смещения углов отражения  $\Delta\beta$  и преломления  $\Delta\gamma$  показаны на рис. 2, а относительные частоты  $\omega_r/\omega_i$  и  $\omega_t/\omega_i$  отраженной и преломленной волн – на рис. 3. Здесь  $\Delta\beta = \beta - \beta_0$ ;  $\Delta\gamma = \gamma - \gamma_0$  ( $\beta_0$  и  $\gamma_0$  – углы отражения и преломления при отсутствии движения соответственно). Вычисления проводились для скоростей звука  $c_1 = 340$  м/с и  $c_2 = 1500$  м/с. Зависимости, представленные на рис. 2, б и рис. 3, б, получены для докритических значений угла падения  $\alpha$ , когда угол преломления  $\gamma$  является вещественной величиной.

Из приведенных графиков следует, что даже при небольшой (по сравнению со скоростью звука  $c_1$ ) скорости  $v$  наблюдаются заметные смещения угловых и частотных параметров отраженной и преломленной волн. Величина смещения зависит как от абсолютного значения скорости, так и от направления движения границы. С увеличением абсолютного значения скорости смещения угловых параметров возрастают.

При “убегании” границы от падающей волны (скорость  $\vec{v}$  составляет тупой угол с направлением ее распространения) угол отражения  $\beta$  отклоняется в сторону границы. С возрастанием угла падения  $\alpha$  смещение  $\Delta\beta$  вначале увеличивается, а затем падает до нуля. При “набегании” границы на падающую волну (скорость  $\vec{v}$  составляет острый угол с направлением ее распространения) угол  $\beta$  отклоняется в сторону от границы. С увеличением  $\alpha$  смещение  $\Delta\beta$  монотонно растет по абсолютной величине.

При определенном соотношении параметров угол  $\beta$  может принимать значения, большие  $90^\circ$ .

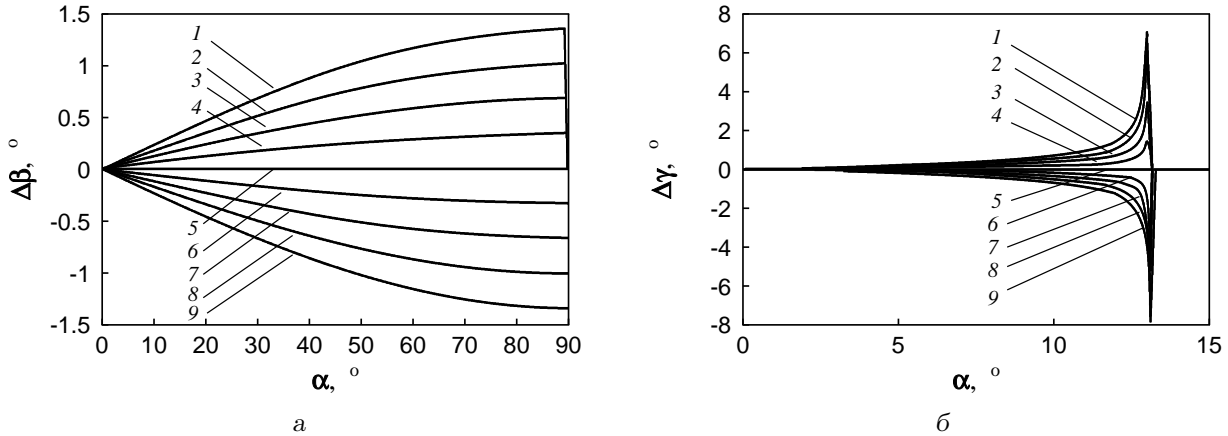


Рис. 2. Зависимости смещений углов отражения (а) и преломления (б) от угла падения  $\alpha$ :  
 1–9 –  $v = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  м/с соответственно

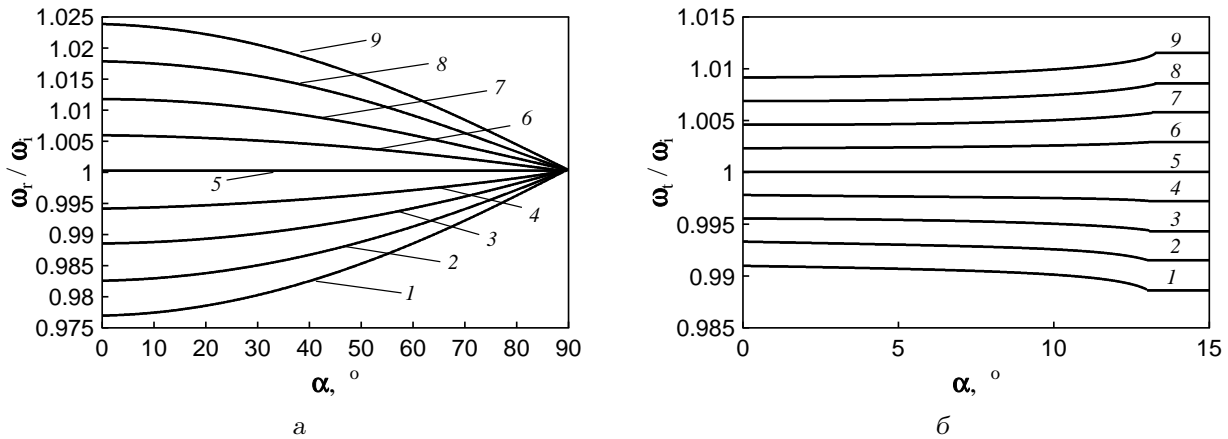


Рис. 3. Зависимости относительных частот отраженной (а) и (б) преломленной волны от угла падения  $\alpha$ :  
 1–9 –  $v = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  м/с соответственно

Этот странный на первый взгляд эффект проявляется только при “убегании” границы от падающей волны. По мере увеличения модуля скорости  $|v|$  значения угла  $\alpha$ , при которых наблюдается указанное явление, смещаются в сторону меньших углов. Для сравнительно небольших скоростей значение угла  $\alpha$ , при котором это происходит, близко к  $90^\circ$  (рис. 2, а). Как следует из выражений (12), (14) (15), если  $v \rightarrow c_1$ , то  $\alpha \rightarrow 0^\circ$ . При  $v = c_1$  отражение от границы отсутствует:  $\beta = 180^\circ$  (отраженная волна “совпадает” с падающей).

Иной является зависимость смещения угла преломления  $\gamma$  от угла падения  $\alpha$ . В случае “убегания” границы от падающей волны угол  $\gamma$  отклоняется в сторону границы. С увеличением угла  $\alpha$  внача-

ле происходит увеличение смещения угла преломления  $\Delta\gamma$ , а затем его уменьшение до нуля. При “набегании” границы на падающую волну угол  $\gamma$  отклоняется в сторону от границы. С увеличением  $\alpha$  смещение  $\Delta\gamma$  вначале растет по абсолютной величине, а затем падает до нуля.

Значения максимумов и минимумов смещений угла преломления и значения  $\alpha_m$  угла падения (рис. 2, б), при котором эти экстремумы наблюдаются, зависят от скорости движения границы: с возрастанием абсолютного значения  $v$  значение  $\alpha_m$  уменьшается.

Из соотношения (11) нетрудно получить зависимость критического угла падения  $\alpha_c$  от скорости движения  $v$  и скорости звука в граничащих сре-

дах:

$$\alpha_c = \arcsin \frac{c_1}{\sqrt{c_2^2 + v^2}} + \arctg \frac{v}{c_2}.$$

При малой скорости  $v$  критический угол оказывается практически постоянным. В частности, в рассматриваемом примере для  $|v| < 40$  м/с величина  $\alpha_c$  лежит в диапазоне  $14 \div 15^\circ$ .

По мере увеличения абсолютного значения скорости  $v$  смещения частотных параметров, как правило, возрастают. Исключение составляет частота отраженной волны  $\omega_r$  при отрицательных скоростях  $v$ : при больших углах  $\alpha$  возрастание величины  $v$  сопровождается уменьшением смещения  $\omega_r$  (см. рис. 3, а).

### 3. ОБОБЩЕННЫЕ ЗАКОНЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ГРАНИЦЫ

При неравномерном движении границы из соотношений (6), (8) и (9) следуют выражения, аналогичные (12), (13), (18) и (19):

$$\sin(\beta + \varphi(t)) = K(t) \sin \alpha, \tag{20}$$

$$\sin(\gamma - \varphi(t)) = K(t) \frac{c_2}{c_1} \sin \alpha, \tag{21}$$

$$\omega_r = \omega_i \frac{t + \frac{Y(t)}{c_1} \cos \alpha}{t - \frac{Y(t)}{c_1} \cos \beta}, \tag{22}$$

$$\omega_t = \omega_i \frac{t + \frac{Y(t)}{c_1} \cos \alpha}{t + \frac{Y(t)}{c_2} \cos \gamma}, \tag{23}$$

где

$$\varphi(t) = \arctg \frac{\frac{Y(t)}{c_1} \sin \alpha}{t + \frac{Y(t)}{c_1} \cos \alpha}; \tag{24}$$

$$K(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + \frac{Y^2(t)}{c_1^2} + 2 \frac{tY(t)}{c_1} \cos \alpha}}. \tag{25}$$

Из выражений (20)–(25) следует, что при неравномерном движении границы углы отражения и преломления и круговые частоты отраженной и преломленной волн являются функциями времени. Временные зависимости углов отражения, преломления и круговых частот отраженной и преломленной волн определяются законом движения границы  $Y(t)$  и параметрами граничащих сред.

### 4. КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЛУЧЕЙ ПРИ ДВИЖЕНИИ ГРАНИЦЫ

С учетом соотношений (2)–(4), (6) и (7) граничные условия можно представить в виде

$$\rho_1 \omega_i A_i + \rho_1 \omega_r A_r = \rho_2 \omega_t A_t, \tag{26}$$

$$\frac{\omega_i}{c_1} A_i \cos \alpha - \frac{\omega_r}{c_1} A_r \cos \beta = \frac{\omega_t}{c_2} A_t \cos \gamma. \tag{27}$$

Решая эти уравнения относительно отношения амплитуд потенциалов волн и учитывая соотношения (2), (5), получаем выражение для комплексных коэффициентов отражения  $\dot{K}_\Phi$  и прохождения  $\dot{T}_\Phi$  по потенциалу скорости:

$$\dot{K}_\Phi = \left. \frac{\dot{\Phi}_r}{\dot{\Phi}_i} \right|_{y=0} = \frac{A_r}{A_i} = \frac{\omega_i (q \cos \alpha - \cos \gamma)}{\omega_r (q \cos \beta + \cos \gamma)}, \tag{28}$$

$$\dot{T}_\Phi = \left. \frac{\dot{\Phi}_t}{\dot{\Phi}_i} \right|_{y=0} = \frac{A_t}{A_i} = \frac{\omega_i 2 \cos \alpha}{\omega_t n (q \cos \alpha + \cos \gamma)},$$

где  $q = \rho_2 c_2 / \rho_1 c_1$  и  $n = c_1 / c_2$  – отношения волновых сопротивлений и скоростей звука граничащих сред соответственно.

Из выражений (20)–(25) и (28) следует, что коэффициенты отражения и прохождения не зависят от перемещения границы вдоль оси  $x_0$ , а определяются перемещением границы вдоль оси  $y_0$  и параметрами граничащих сред.

Из соотношений (3), (4) и (28) получим формулы для коэффициентов отражения и преломления по давлению  $\dot{K}_P$ ,  $\dot{T}_P$ , колебательной скорости  $\dot{K}_V$ ,  $\dot{T}_V$  и модулю вектора Умова  $\dot{K}_U$ ,  $\dot{T}_U$ :

$$\dot{K}_P = \left. \frac{\dot{P}_r}{\dot{P}_i} \right|_{y=0} = \frac{\omega_r}{\omega_i} \dot{K}_\Phi,$$

$$\dot{T}_P = \left. \frac{\dot{P}_t}{\dot{P}_i} \right|_{y=0} = \frac{\rho_2 \omega_t}{\rho_1 \omega_i} \dot{T}_\Phi,$$

$$\dot{K}_V = \left. \frac{\dot{V}_r}{\dot{V}_i} \right|_{y=0} = \dot{K}_P = \frac{\omega_r}{\omega_i} \dot{K}_\Phi,$$

$$\dot{T}_V = \left. \frac{\dot{V}_t}{\dot{V}_i} \right|_{y=0} = \frac{\omega_t}{\omega_i} n \dot{T}_\Phi,$$

$$\dot{K}_U = \frac{\dot{U}_r}{\dot{U}_i} \Big|_{y=0} = \frac{\dot{P}_r V_r^*}{\dot{P}_i V_i^*} \Big|_{y=0} =$$

$$= \dot{K}_P \dot{K}_V = \left| \frac{\omega_r}{\omega_i} \dot{K}_\Phi \right|^2,$$

$$\dot{T}_U = \frac{\dot{U}_t}{\dot{U}_i} \Big|_{y=0} = \frac{\dot{P}_t V_t^*}{\dot{P}_i V_i^*} \Big|_{y=0} =$$

$$= \dot{T}_P \dot{T}_V = \frac{\rho_2}{\rho_1} n^* \left| \frac{\omega_t}{\omega_i} \dot{T}_\Phi \right|^2,$$

где \* – знак комплексного сопряжения;  $\dot{U}_i, \dot{U}_r, \dot{U}_t$  – комплексные модули векторов Умова, связанные с векторами Умова  $\vec{U}_i, \vec{U}_r, \vec{U}_t$  соотношениями

$$\vec{U}_i = \dot{U}_i (\sin \alpha, -\cos \alpha)^T,$$

$$\vec{U}_r = \dot{U}_r (\sin \beta, \cos \beta)^T,$$

$$\vec{U}_t = \dot{U}_t (\sin \gamma, -\cos \gamma)^T.$$

Знание векторов Умова позволяет рассчитать векторы интенсивности:

$$\vec{J}_i = \mathbf{Re} [\vec{U}_i], \quad \vec{J}_r = \mathbf{Re} [\vec{U}_r], \quad \vec{J}_t = \mathbf{Re} [\vec{U}_t].$$

Из полученных соотношений следует, что в случае, когда граничащие среды не различаются между собой по плотности и скорости звука, но перемещаются друг относительно друга вдоль оси  $y_0$ , также имеет место отражение и преломление волн. При этом углы падения, отражения и преломления отличаются друг от друга. Кроме того, отличаются частоты и амплитуды падающей, отраженной и преломленной волн.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Для плоской подвижной границы раздела жидких и газообразных сред получены аналитические зависимости, обобщающие законы отражения и преломления Снелля.

2. Показано, что перемещение границы вдоль нормали изменяет параметры отраженной и преломленной волн: частоту и углы отражения и преломления. Даже при малых скоростях движения границы происходят заметные смещения параметров. Величина изменения зависит от абсолютного значения скорости и направления движения границы вдоль нормали к ней.
3. При неравномерном движении границы частота отраженной и преломленной волн, а также углы отражения и преломления являются функциями времени.

1. Ribner H. S. Reflection, transmission, and amplification of sound by a moving medium // J. Acoust. Soc. Amer.– 1957.– **29**, N 4.– P. 435–441.
2. Samuels J. C. Reflection and refraction of elastic waves at the interface of two moving semi-infinite plane media // J. Acoust. Soc. Amer.– 1958.– **31**, N 8.– P. 1076–1079.
3. Григорьева Н. С. Влияние движения источника на фазовые характеристики волны, отразившейся от произвольной поверхности // Акуст. ж.– 1988.– **34**, N 1.– С. 64–67.
4. Осташев В. Е. Эффект Доплера в движущейся среде и изменение направления распространения звука, излученного движущимся источником // Акуст. ж.– 1988.– **34**, N 4.– С. 700–705.
5. Осташев В. Е. Закон преломления звукового луча в стратифицированной движущейся атмосфере // Акуст. ж.– 1985.– **31**, N 2.– С. 225–228.
6. Богусевич А. Я., Красенко Н. П. Эффект Доплера в акустике неоднородной движущейся среды // Акуст. ж.– 1988.– **34**, N 4.– С. 598–602.
7. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды.– М.: Наука, 1981.– 206 с.
8. Осташев В. Е. Распространение звука в движущихся средах.– М.: Наука, 1992.– 203 с.
9. Горбань И. И. Эффект Доплера при сложном движении корреспондирующих элементов // Математические машины и системы.– 2002.– N 2.– С. 75–82.