

3. Samuelson P. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly / Samuelson P. // Industrial Management Review. – 1965. – № 6. – P. 41 – 49.
4. Cont R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues / R. Cont // Quantitative Finance. – 2001. – № 1(2). – P. 223-236.
5. Peters E. Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment & Economics. J. Wiley & Sons / E. Peters // New York. – 1994.
6. Soros G. The New Paradigm for Financial Markets : The Credit Crash of 2008 and What It Means. – 2008. – ISBN 978-5-91657-004-5124. – P. 124 – 170.
7. Kristoufek L. Capital markets efficiency: Fractal dimension, Hurst exponent and entropy (in Czech) / L. Kristoufek, M. Vosvrda // Politicka ekonomie. – 2012. – № 16(2). – P. 208-221.
8. Kristoufek L. Measuring capital market efficiency: Global and local correlations structure / L. Kristoufek, M. Vosvrda // Physica A. – 2013. – № 392. – P. 184-193.
9. Сердюк О. А., Соловійов В. М., Кононенко В. В. Передвісники критичних та кризових явищ в складних фінансово – економічних системах // Зб.наук.праць "Економіка: проблеми теорії і практики". – Дніпропетровськ : ДНУ, 2004. – В. 197 : В 5 т., Том V. – С. 1304-1310.
10. Gao J. B. Multiscale analysis of biological data by scale-dependent Lyapunov exponent / J. B. Gao, J. Hu, W. W. Tung, E. Blasch // Frontiers in Physiology. – 2012. – V.2. – P.1-12.
11. Соловійов В. М., Стратійчук І. О. Використання масштабно-залежних показників Ляпунова для дослідження складності фінансово-економічних систем // Науково-теоретичний журнал Хмельницького економічного університету: «Наука й економіка». – 2012. – №4 (28) – 2. – С. 88-94.
12. Costa M. Multiscale entropy analysis of biological signals / Madalena Costa, Ary L. Goldberger, C.-K. Peng // Phys Rev E. – 2005. – V.71 – P.1-18.
13. Джерело статистики світових фінансових інструментів [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://finance.yahoo.com>

Чепорова Г.Е., Ногас И.Л.

УДК 336.645

ПОСТРОЕНИЕ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ Г.МАРКОВИЦА ДЛЯ УКРАИНСКОГО ФОНДОВОГО РЫНКА

Аннотация. В статье рассмотрена экономико-математическая модель формирования оптимального портфеля Г. Марковица; осуществлена практическая реализация модели в пакете MS Excel с использованием статистических данных о котировках акций на украинских фондовых биржах. Построен оптимальный портфель ценных бумаг с использованием акций известных украинских предприятий; определены состав, доходность и риск оптимального портфеля на украинском фондовом рынке. Применение теории портфеля Г. Марковица позволяет сформировать оптимальный портфель.
Ключевые слова: диверсификация портфеля, дисперсия, ожидаемая доходность, риск, оптимальный портфель.

Анотация. В статті розглянута економіко-математична модель формування оптимального портфеля Р. Марковіца; здійснена практична реалізація моделі в пакеті MS Excel з використанням статистичних даних про котировки акцій на українських фондових біржах. Побудований оптимальний портфель цінних паперів з використанням акцій відомих українських підприємств; визначені склад, доходність та ризик оптимального портфеля на українському фондовому ринку. Застосування теорії портфеля Г. Марковіца дозволяє сформувати оптимальний портфель.
Ключові слова: диверсифікація портфеля, дисперсія, очікувана доходність, ризик, оптимальний портфель.

Summary. The article considers the economic and mathematical model of the G.Markowits optimal portfolio; performed practical implementation of the model in the MS Excel package using statistical data on the share price on the Ukrainian stock exchanges. There's built an optimal portfolio of securities with shares of famous Ukrainian enterprises; defined composition, return and risk on the optimal portfolio of the Ukrainian stock market. The most difficult procedure in the implementation of the Markowitz model is computing needed to assess how the various courses of the shares or debentures of change with respect to rates of other stocks or bonds. Markowitz model does not account for transaction costs. Application of G.Markowits portfolio theory allows you to create the optimal portfolio consisting of shares in enterprises of different industries and banking. This portfolio has a lower risk than any portfolio consisting entirely of shares of one company from consideration. This allows to get the desired level of profitability. Considered model works quite effectively in conditions of developed and stable countries. In conditions of instability is also advisable to use Sharp's model, which takes into account the fluctuation of individual stocks relative fluctuations of the stock market.
Keywords: portfolio diversification, dispersion, the expected return, risk, the optimal portfolio.

Развитие любой экономики невозможно без развивающегося финансового рынка, а финансовое инвестирование непосредственно связано с формированием инвестиционного портфеля. Поэтому оптимизация структуры портфеля ценных бумаг – одна из наиболее важных задач принятия решений в инвестиционной деятельности на фондовом рынке.

Портфель ценных бумаг – это совокупность финансовых активов, объединенных вместе для реализации целей инвестора, в частности для максимизации прибыли и минимизации убытков.

При вложении средств в ценные бумаги каждый инвестор стремится к максимальной доходности портфеля, однако более высокий доход всегда сопряжен с более высоким риском. Поэтому цель любого инвестора – найти наиболее приемлемое сочетание доходности и рисков. Эффективный, или оптимальный, портфель ценных бумаг позволяет инвестору решить задачу максимизации прибыли при минимальном риске.

Целью данного исследования является построение оптимального инвестиционного портфеля ценных бумаг на фондовом рынке Украины с помощью модели Г.Марковица.

Задача выбора оптимальной структуры портфеля ценных бумаг была впервые комплексно изучена Гарри Марковицем в 1952 г. Предложенная им модель портфельной оптимизации, в которой рассматривается среднееквадратическое отклонение доходности ценных бумаг, стала ядром исследований и основой развития современной теории портфеля.

В своих теоретических исследованиях Марковиц полагал, что значения доходности ценных бумаг являются случайными величинами, распределенными по нормальному (Гауссовскому) закону. В этой связи Марковиц считал, что инвестор, формируя свой портфель, оценивает два показателя $E(r)$ – ожидаемую доходность и σ – стандартное отклонение как меру риска (только эти два показателя определяют плотность вероятности случайных чисел при нормальном распределении). Следовательно, инвестор должен оценить доходность и стандартное отклонение каждого портфеля и выбрать наилучший портфель, который больше всего удовлетворяет его целям – обеспечивает максимальную доходность $E(r)$ при допустимом значении риска σ_r .

Метод, который применяется для выбора наиболее желательного портфеля, использует так называемые кривые безразличия.

Эти кривые отражают отношение инвестора к риску и доходности и, таким образом, могут быть представлены как двумерный график, где по горизонтальной оси откладывается риск, мерой которого является стандартное отклонение, а по вертикальной оси – вознаграждение, мерой которого является ожидаемая доходность. Первое важное свойство кривых безразличия: все портфели, лежащие на одной заданной кривой безразличия, являются равноценными для инвестора. Второе важное свойство кривых безразличия: инвестор будет считать любой портфель, лежащий на кривой безразличия, которая находится выше и левее, более привлекательным, чем любой портфель, лежащий на кривой безразличия, которая находится ниже и правее [1].

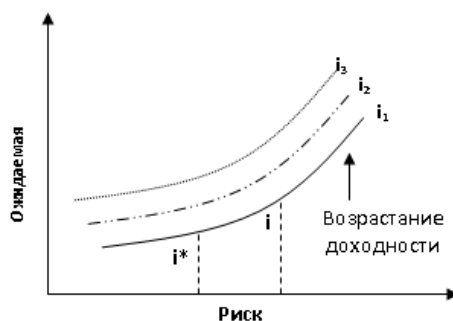


Рис. 1. Кривые безразличия, отражающие ожидаемую доходность и риск

На рис.1 кривые безразличия обозначены через i_1, i_2, i_3 . Точки одной такой кривой определяют значение риска и доходности для одного уровня полезности. Рассмотрим, например, два портфеля i и i^* на кривой i_1 . Портфель i имеет большую доходность, но и больший по сравнению с i^* риск. При этом инвестору безразлично, какой из них выбирать. Наклон кривой безразличия означает, что с ростом риска инвестор требует его компенсации большей доходностью. Таким образом, из трех кривых на рис. 1 кривая i_3 имеет наибольшую доходность, а i_1 – наименьшую.

Инвестор имеет бесконечное число кривых безразличия. Это означает, что, как бы ни были расположены две кривые безразличия на графике, всегда существует возможность построить третью кривую, лежащую между ними. Также можно сказать, что каждый инвестор имеет набор кривых безразличия, представляющих его собственный выбор ожидаемых доходностей и стандартных отклонений. Это означает, что инвестор должен определить ожидаемую доходность и стандартное отклонение для каждого потенциального портфеля и нанести их на график в виде кривых безразличия.

Инвестор выберет свой оптимальный портфель из множества портфелей, каждый из которых:

- 1) Обеспечивает максимальную ожидаемую доходность для некоторого уровня риска.
- 2) Обеспечивает минимальный риск для некоторого значения ожидаемой доходности.

3) Набор портфелей, удовлетворяющих этим двум условиям, называется эффективным множеством. Причем особую важность имеют портфели, находящиеся на границе этого множества [1].

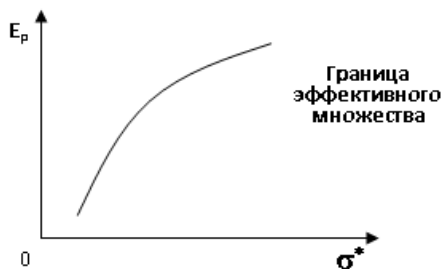


Рис. 2. Эффективное множество портфелей

Инвестор всегда выбирает портфель, лежащий в границах эффективного множества. Оптимальный портфель зависит от предпочтений инвестора при выборе между риском и доходностью. На рис.3 изображены три кривые безразличия и граница эффективного множества.

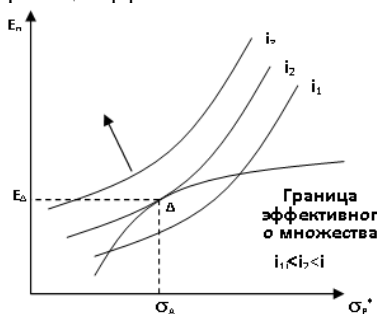


Рис. 3. Выбор оптимального портфеля

Совмещая графики кривых безразличия и эффективного множества, инвестор может приступить к выбору портфеля, расположенного на кривой, находящейся выше и левее остальных. Этот портфель будет соответствовать точке, в которой кривая безразличия касается эффективного множества. На рис. 3 это портфель А.

При помощи величин риска и ожидаемой доходности как отдельных активов, так и всего портфеля в целом, а также ковариации и корреляции между доходностями активов, можно осуществить диверсификацию портфеля, цель которой состоит в уменьшении его риска без ущерба для доходности.

Модель Марковица основана на том, что показатели доходности различных ценных бумаг взаимосвязаны: с ростом доходности одних бумаг наблюдается одновременный рост по другим бумагам, третьи остаются без изменения, а по четвертым наоборот доходность снижается. Такой вид зависимости называется корреляцией.

Таким образом, основные допущения теории портфеля Г.Марковица таковы:

- инвесторы учитывают только такие факторы, как ожидаемая доходность
- актива и его риск;
- ожидаемое значение доходности актива определяется взвешенной суммой доходностей его компонентов, а риск оценивается через дисперсию доходности, или же равен ее среднеквадратическому отклонению;
- ожидаемая доходность и риск активов в будущем могут быть предсказаны на основе данных относительно ожидаемой доходности и риска за прошлые временные периоды;
- связи между активами в портфеле ценных бумаг задаются при помощи их парных линейных коэффициентов корреляции.

Согласно модели Марковица, ожидаемая доходность R_p портфеля ценных бумаг равна сумме ожидаемых доходностей каждого его актива, умноженной на долю этого актива в портфеле:

$$R_p = \sum_{i=1}^N m_i x_i \quad (1)$$

Риск портфеля σ_p равен:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j r_{ij} \sigma_i \sigma_j} \quad (2)$$

где $\sigma_i \sigma_j$ - риск отклонения каждой акции [1].

Экономико-математическая модель задачи формирования оптимального портфеля акций максимальной эффективности с минимальным риском при учете всех ограничений примет следующий вид [3]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N m_i x_i > R_p; \\ \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N x_i x_j r_{ij} \sigma_i \sigma_j \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^N x_i = 1 \end{cases}$$

Построим оптимальный портфель по модели Марковица для украинского фондового рынка.

Возьмем данные о котировках на Украинской бирже семи украинских предприятий за период с 2009 по 2012 год включительно (табл.1).

Таблица 1. Котировки акций украинских предприятий за 2009-2012 г.г.

	ALMK Алчев-ский метал- лурги- ческий комби-нат	AVDK Авдеевский коксохимиче- ский завод	AZST Азов-сталь	BAVL Райф-файзен Банк Аваль	CEEN Центр- энерго	MSICH Мотор Сич	UNAF Укрнафта
29.04. 2009	0,0803	5,8	0,96288	0,16156	5,80288	408,7277	106,5369
31.12. 2009	0,137	10,55	2,7	0,2479	9,5	1649	168,54
05.01. 2010	0,1469	10,77	2,772	0,2525	9,765	1675,02	174,38
31.12. 2010	0,2219	14,9	2,864	0,396	14,686	2977,76	595,5
05.01. 2011	0,2363	15	3,04	0,398	15,098	3019,97	595,9
30.12. 2011	0,1017	6,189	1,379	0,1319	8,53	2230	362,1
04.01. 2012	0,1073	6,234	1,378	0,1339	8,622	2227	365
28.12. 2012	0,0534	3,273	0,739	0,0857	6,349	2 210	118,6

На основе имеющихся данных рассчитаем доходность и риск каждой акции.

Таблица 2. Доходность и риск рассматриваемых акций

Акция	Доходность R_p , %	Риск σ_i , %
ALMK	3,61	57,67
AVDK	3,5	58,81
AZST	20,68	94,85
BAVL	1,85	54,4
CEEN	11,06	46,63
MSICH	88,58	129,84
UNAF	48,24	120,93

Рассчитаем коэффициенты корреляции между активами.

Таблица 3. Коэффициенты корреляции между акциями

	AVDK	AZST	BAVL	CEEN	MSICH	UNAF
ALMK	0,98913	0,824796	0,97717853	0,99587343	0,8559792	0,765885
AVDK		0,897472	0,950736	0,984843	0,9221534	0,663048
AZST			0,7267201	0,81095061	0,9976001	0,274308
BAVL				0,98991686	0,7700352	0,818177
CEEN					0,84619273	0,763919
MSICH						0,325284

Применив программу MS Excel, определим состав оптимального портфеля при заданном уровне доходности 30%. Уровень риска составит 47,4%.

Найденный инвестиционный портфель ценных бумаг будет иметь следующий состав:

Таблица 4. Состав оптимального инвестиционного портфеля, %

Акция	Доля, %	Доходность портфеля R_p , %	Риск портфеля σ_p , %
ALMK	0	30	47,4
AVDK	0		
AZST	0		
BAVL	0		
CEEN	75,57		
MSICH	24,43		
UNAF	0		

По данным табл. 4 можно сделать вывод, что рациональный инвестор должен распределить свои средства между двумя активами акциями Центрэнерго CEEN (75,57%) и Мотор Сич MSICH (24,43%). Вкладывать средства в акции остальных предприятий нецелесообразно.

Наиболее сложной процедурой в ходе реализации модели Марковица является проведение вычислений, необходимых для оценки того, как курсы разных акций или облигаций меняются по отношению к курсам

других акций или облигаций. Модель Марковица не учитывает транзакционные издержки. Из-за изменений в ожиданиях будущей доходности ценных бумаг инвестиционный портфель периодически необходимо пересматривать, что влечёт за собой покупку и продажу некоторых ценных бумаг и, соответственно, порождает транзакционные издержки, которые также должны быть включены в модель.

Существенным недостатком также является ориентация только на характеристики рассматриваемого набора ценных бумаг и использование исторических данных, которые не обеспечивают стабильности изменений котировок рассматриваемых активов на рынке. То есть, результаты данной модели могут быть применимы только в условиях стабильного фондового рынка, когда доходность активов действительно зависит от прошлых значений.

Таким образом, применение теории портфеля Г. Марковица позволяет сформировать оптимальный портфель, состоящий из акций предприятий разных отраслей промышленности и банковской сферы. Такой портфель имеет риск гораздо ниже, чем любой портфель, состоящий полностью из акций какого-либо одного акционерного общества из рассматриваемых, и позволяет получить желаемый уровень доходности. В условиях развитых и относительно стабильных стран рассмотренная модель работает достаточно эффективно. В условиях же нестабильности целесообразным также является применение модели Шарпа, которая учитывает колебание отдельных акций относительно колебания всего фондового рынка.

Источники и литература:

1. Лахметкина Н. И. Инвестиционная стратегия предприятия: учебное пособие / Н. И. Лахметкина – М. : КНОРУС, 2006. – 184 с.
2. Пайк Р. Корпоративные финансы и инвестирование. – 4-е. изд. / Р. Пайк, Б. Нил. ; пер. с англ. – СПб. : Питер, 2006. – 784 с.
3. Оптимізація фондового портфелю [Електронний ресурс] / В. Савчук, В. Дудка // Management.Com.Ua: інтернет-портал для управлінців – 28.11.2001. – Режим доступу : <http://www.management.com.ua/finance/fin013.html>
4. Итоги торгов на Украинской бирже [Электронный ресурс] / Українська біржа-01.04.2013. – Режим доступу : <http://www.ux.ua/ru/marketdata/marketresults>.
5. Шарп У. Ф. Инвестиции / У. Ф. Шарп, Г. Дж. Александер, Дж. В. Бэйли; пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 2001. – XII, 1028 с.