

## УЧЕТ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ КОМПЬЮТЕРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ В ПАЯНЫХ УЗЛАХ ИЗ РАЗНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Г. В. ЕРМОЛАЕВ, канд. техн. наук, А. В. ЛАБАРТКАВА, Ю. Н. ХИЗНИЧЕНКО, инженеры  
(Нац. ун-т кораблестроения имени адмирала Макарова, г. Николаев)

С использованием метода конечных элементов разработана методика моделирования полей собственных напряжений и деформаций с учетом пластических деформаций. Путем сравнения теоретических и экспериментальных значений показана хорошая точность метода. Установлено, что первые пластические деформации появляются в соединении у его краев, где сочетаются высокие касательные  $\tau_{xy}$  и нормальные  $\sigma_x$  напряжения.

*Ключевые слова:* пайка, разнородные материалы, пластические деформации, напряжения, моделирование, метод конечных элементов

Применение разнородных материалов в узлах машиностроительных и энергетических установок позволяет достичь оптимального сочетания и распределения эксплуатационных свойств между отдельными частями конструкции. При этом наибольшее распространение получили сочетания металлов с керамикой, тугоплавкими, композиционными и другими материалами.

Наиболее эффективным способом соединения разнородных материалов считают пайку, однако главной проблемой все-таки является обеспечение работоспособности соединений при различных физико-химических и физико-механических свойствах соединяемых материалов и сплавов. Поэтому исследование напряженно-деформированного состояния узлов из разнородных материалов — актуальная задача.

Несмотря на многочисленные исследования, посвященные соединению разнородных материалов, ряд научных и прикладных вопросов до настоящего времени остаются малоизученными и требуют разрешения. В частности, в технической литературе очень мало систематизированных данных о влиянии физико-механических свойств материалов, геометрических характеристик конструкции на образование и распределение собственных напряжений и деформаций в паяных узлах. Ранее разработан подход, позволяющий моделировать поля собственных напряжений и деформаций в конструкциях из разнородных материалов без учета пластических деформаций [1]. В работе [2] экспериментально исследованы собственные деформации образца типа трехслойного бруса. Сравнение экспериментальных и расчетных данных показало хорошую точность разработанного метода. Если один из материалов является пластичным, то в нем начинают развиваться пластические деформации, которые влияют на картину напряженно-деформированного состояния.

Целью данной работы являются разработка метода компьютерного моделирования полей напряжений и деформаций в узлах из разнородных материалов с учетом пластических деформаций, а также исследование влияния пластических деформаций на поля напряжений в двухслойном брус.

В общем случае упругопластического деформирования деформации в любой точке могут быть представлены в виде [3]

$$\varepsilon = \varepsilon_y + \varepsilon_{п} + \varepsilon_{д},$$

где  $\varepsilon_y$  — упругая деформация;  $\varepsilon_{п}$  — деформации мгновенной пластичности;  $\varepsilon_{д}$  — деформации диффузионной пластичности (ползучести).

Деформации мгновенной пластичности рассчитывали по теории упругопластических деформаций, материал принимали идеально пластичным [3]. Условная диаграмма растяжения показана на рис. 1. Деформации диффузионной пластичности не учитывались.

Появление пластических деформаций в каждом конечном элементе (КЭ) определяли по условию Мизеса–Генки [3]:

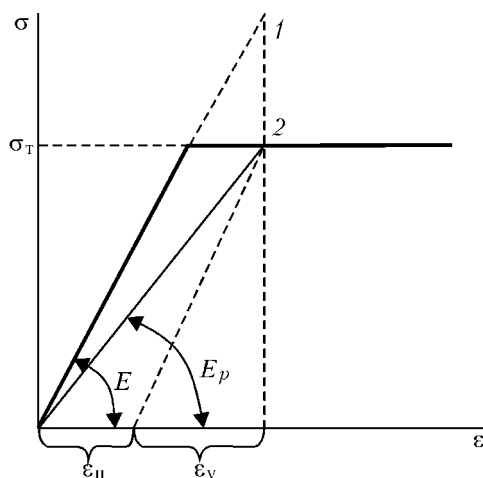


Рис. 1. Схема определения пластических деформаций: 1 — расчет в первом приближении при исходном модуле упругости  $E$ ; 2 — расчет с учетом пластических деформаций с секущим модулем  $E_p$

$$\sigma_i > \sigma_T,$$

где  $\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x + \sigma_y)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}$  — интенсивность напряжений, в случае плоского напряженного состояния  $\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$ .

При выполнении условия  $\sigma > \sigma_T$  в некоторых КЭ расчет повторяли с секущим модулем  $E_p = E(1 - p)$ , где  $p$  — параметр, характеризующий степень развития пластических деформаций в соответствующих КЭ. Расчет выполняли методом последовательных приближений с постоянным увеличением  $p$ . Начальное значение  $p = 0$  последовательно увеличивали с шагом 0,01 до тех пор, пока не выполнялось условие  $\sigma \leq \sigma_T$ , т. е. отсутствие течения во всех КЭ. В пластически деформированных КЭ подсчитывали интенсивность пластических деформаций по приближенной методике, как для линейного напряженного состояния.

Как следует из рис. 1, суммарные деформации  $\varepsilon = \varepsilon_{II} + \varepsilon_y = \sigma_T / E_p$ . Поскольку  $\varepsilon_y = \sigma_T / E_p$ ,  $E_p = E(1 - p)$ , то после подстановки и преобразований получим  $\varepsilon_{II} = \frac{\sigma_T}{E} \frac{p}{1 - p}$ .

Упругие деформации и напряжения подсчитывали с учетом окончательных значений секущего модуля в КЭ после пластического деформирования.

Для проверки точности расчета с учетом пластических деформаций нами рассчитана стрелка прогиба образца, описанного и экспериментально исследованного в работе [4].

Анализ результатов моделирования показал хорошее совпадение значений (по результатам моделирования  $f = 2,1$  мм, согласно работе [4]  $f = 2,5$  мм).

По разработанной методике исследовано влияние пластических деформаций на поля собственных напряжений для нескольких вариантов соединения симметричного двухслойного бруса ( $B_1 = B_2$ ). Изучали узел с одинаковыми модулями упругости и пределом текучести слоев ( $E_1 = E_2$ ,  $\sigma_{T1} = \sigma_{T2}$ ), одинаковыми модулями ( $E_1 = E_2$ ), но разными значениями предела текучести слоев ( $\sigma_{T1} > \sigma_{T2}$ ), модулями упругости ( $E_1 > E_2$ ) и пределами текучести слоев ( $\sigma_{T1} > \sigma_{T2}$ ). Коэффициенты температурного расширения соединяемых материалов принимали различающимися в два раза ( $\alpha_1 = 2\alpha_2$ ).

Степень развития пластических деформаций колебалась за счет изменения  $\sigma_T$  от 375 до 100 МПа так, что пластические деформации развивались одновременно в обоих слоях. Результаты решения сравнивали с «упругим» ( $\sigma_T = 400$  МПа).

Для количественной оценки влияния пластических деформаций на уровень собственных напряжений использовали понятие «относительная упругость материала» ( $e = \sigma_T / \sigma_{\max}$  — отношение предела текучести материала к максимальным напряжениям в нем, определяемым «упругим» решением) и коэффициент влияния пластических деформаций ( $k_p = \sigma_{\max}^p / \sigma_{\max}$  — отношение максимальных напряжений с учетом пластических деформаций к напряжениям при упругом решении).

На рис. 2 показаны поля эквивалентных напряжений  $\sigma_i$  в верхнем слое справа от вертикальной оси симметрии  $y$  симметричного двухслойного бруса ( $E_1 = E_2$ ,  $\sigma_{T1} = \sigma_{T2}$ ) при различных значениях относительной упругости материала  $e = \sigma_T / \sigma_{\max}$ . Как видно из рис. 2, первые пластические деформации (области А) появляются при относительной упругости  $e = 1,25$ , т. е.  $\sigma_{\max} < \sigma_T$ , в зоне соединения на небольшом расстоянии от края ( $x = 0,8 \dots 0,9L$ ,  $L$  — длина), где сочетаются большие продольные  $\sigma_x$  и касательные  $\tau_{xy}$  напряжения. По мере снижения относительной упругости материала зона пластических деформаций увеличивается, постепенно распространяясь вдоль соединения и переходя на свободную поверхность ( $e < 1$ ).

Эпюры напряжений для случая  $E_1 = E_2$ ,  $\sigma_{T1} = \sigma_{T2}$  представлены на рис. 3. Пластические деформации снижают уровень напряжений  $\sigma_x$  только в наиболее напряженных точках вблизи соединения (рис. 3, а), в удаленных точках напряжения изменяются мало. По длине соединения степень сни-

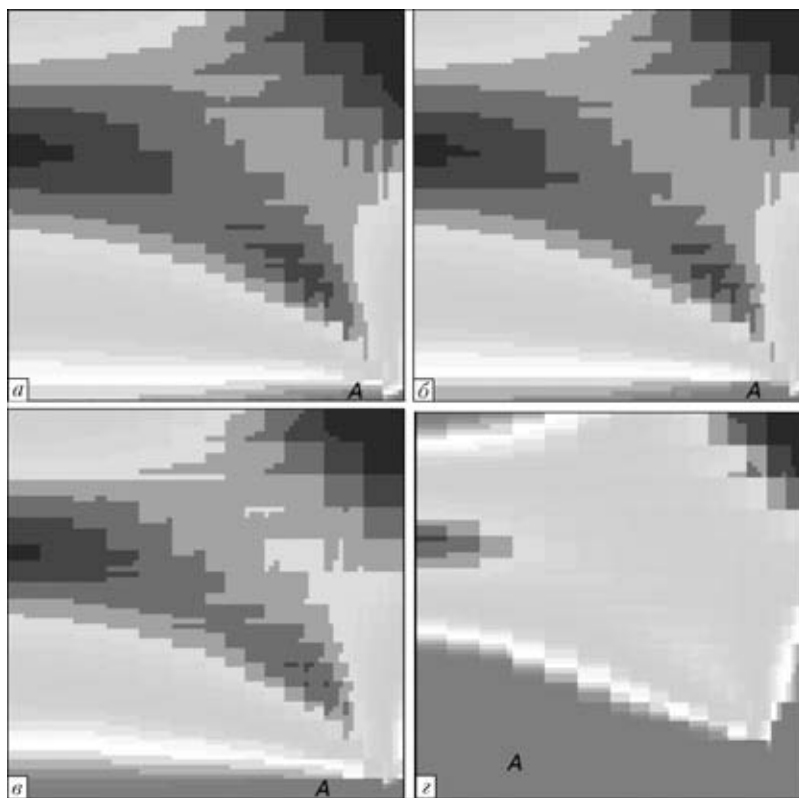


Рис. 2. Поля интенсивности напряжений  $\sigma_i$  при  $\sigma_T = 375$  МПа,  $e = 1,25$  (а);  $\sigma_T = 350$  МПа,  $e = 1,17$  (б);  $\sigma_T = 300$  МПа,  $e = 1$  (в);  $\sigma_T = 100$  МПа,  $e = 0,3$  (г). Области А соответствуют  $\sigma_i \geq \sigma_T$

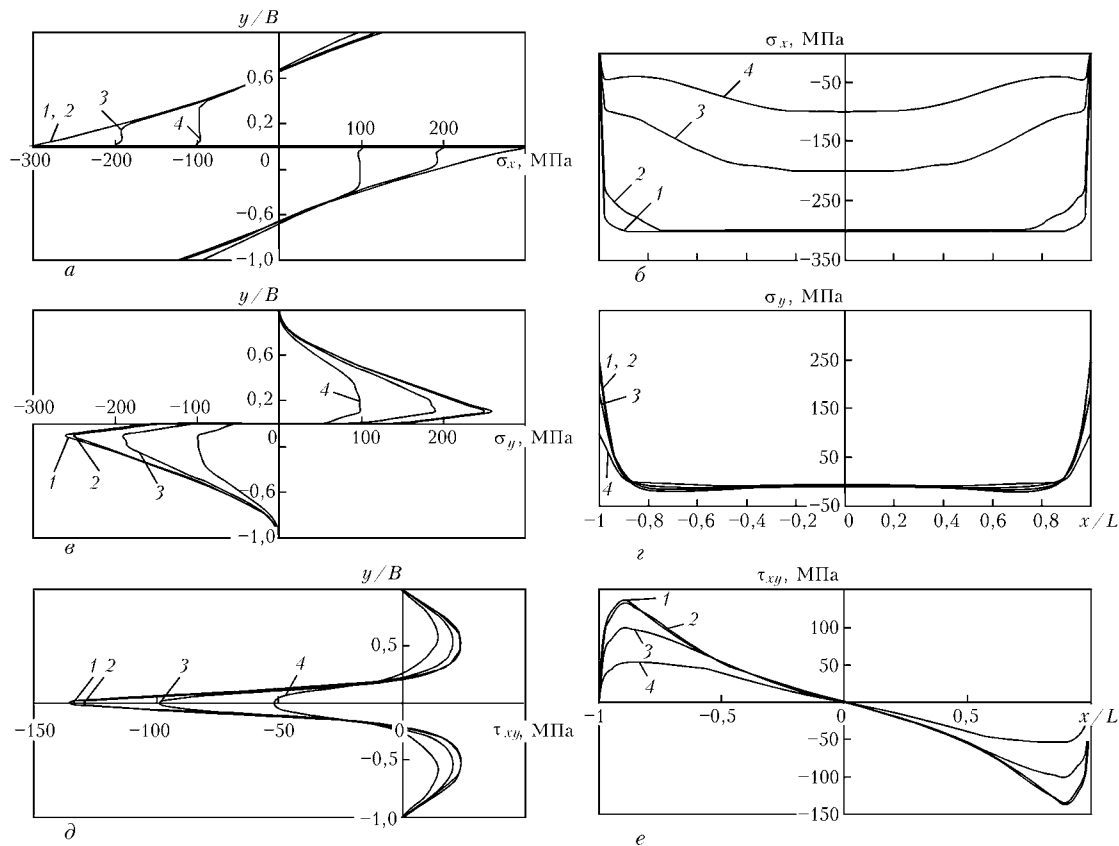


Рис. 3. Эпюры напряжений  $\sigma_x$  (а, б),  $\sigma_y$  (в, з),  $\tau_{xy}$  (д, е): а, в, д — поперек соединения; б, з, е — вдоль соединения на границе раздела ( $y = 0$ ): 1 —  $\sigma_T = 400$ ; 2 — 350; 3 — 200; 4 — 100 МПа

жения максимальных напряжений в зоне пластических деформаций распределена неравномерно (рис. 3, б).

В первый момент появления пластических деформаций снижаются напряжения  $\sigma_x$  только вблизи свободной боковой поверхности (по краям соединения), т. е. в зоне с большими касательными напряжениями. В средней части соединения максимальные напряжения  $\sigma_x$  при этом не изменяются. При снижении  $\sigma_T$  зона и степень пластических деформаций увеличиваются, максимальные  $\sigma_x$  уменьшаются по всей длине соединения, но более интенсивно — по концам соединения (рис. 3, б).

Зависимость максимальных напряжений  $\sigma_x$  от относительной упругости материала в случае  $E_1 = E_2$ ,  $\sigma_{T1} = \sigma_{T2}$  показана на рис. 4, а. Заметное снижение (на 25...30 %)  $\sigma_x$  у края соединения зафиксировано уже при  $e = 1$ ; при  $e = 0,5$  снижение достигает 2 и более раз ( $k_p = 0,5$  в середине и 0,25 у края соединения).

С учетом того, что зона повышенных пластических деформаций занимает сравнительно небольшую часть соединения и с ошибкой в безопасную сторону при практических расчетах можно в области  $e > 1$  приближенно считать  $k_p = 1$ , т. е. влияние пластических деформаций можно не учитывать, а при  $e < 1$  зависимость принять линейной  $k_p = e$ .

Эпюры поперечных напряжений  $\sigma_y$  показаны на рис. 3, в, з. Как видно из эпюр, напряжения начинают снижаться сразу же при появлении пер-

вых пластических деформаций и уменьшаются во всех точках как на наружной поверхности (рис. 3, в), так и вдоль границы раздела (рис. 3, з).

Зависимость степени снижения максимальных напряжений от относительной упругости материалов показана на рис. 4, б. Существенное снижение максимальных напряжений  $\sigma_y$  начинается при относительной упругости материалов  $e = 0,8$ . При  $e = 0,5$  коэффициент влияния пластических деформаций на максимальные напряжения  $\sigma_y$  составляет  $k_p = 0,5$ .

Очевидно, для приближенной оценки влияния пластических деформаций на напряжения  $\sigma_y$  в практических расчетах можно считать  $k_p = 1$  при  $e \geq 0,9$  и  $k_p = 1,1e$  при  $e \leq 0,9$  (штриховая линия на рис. 4, б).

Эпюры касательных напряжений  $\tau_{xy}$  показаны на рис. 3, д, е. Здесь касательные напряжения заметно уменьшаются во всех точках, но только если максимальные нормальные напряжения  $\sigma_x$  достигают  $\sigma_T$ , т. е. когда зона пластических деформаций распространяется на большую часть соединения.

Зависимость степени снижения максимальных касательных напряжений  $\tau_{xy}$  в соединении от относительной упругости материала (рис. 4, в) очень близка к таковой для напряжений  $\sigma_y$ . Поэтому для  $\tau_{xy}$  также приближенно можно считать  $k_p = 1$  при  $e \geq 0,9$  и  $k_p = 1,1e$  при  $e \leq 0,9$  (штриховая линия).

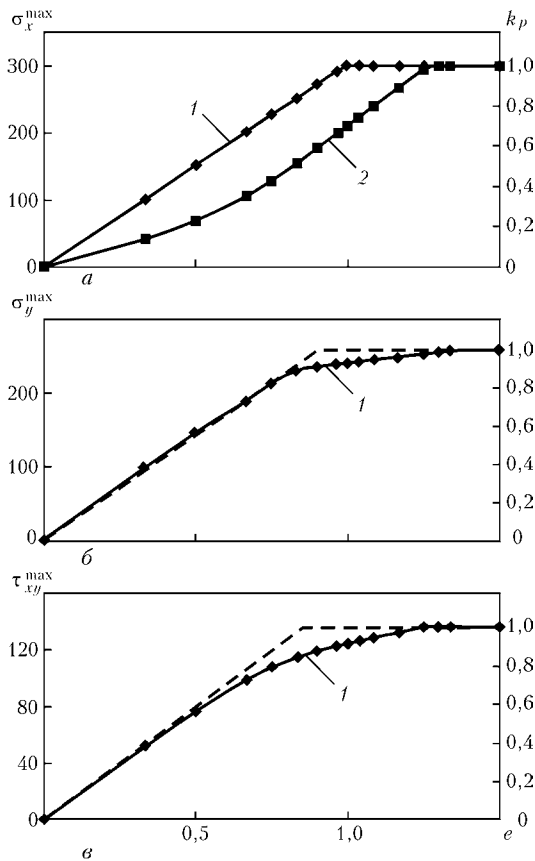


Рис. 4. Зависимость максимальных напряжений  $\sigma_x$  (а),  $\sigma_y$  (б),  $\tau_{xy}$  (в) в среднем сечении ( $x/L = 0$ ) (1) и у края соединения ( $x/L = 0,9$ ) (2) от относительной упругости материала

Анализ результатов моделирования для случаев с одинаковыми модулями ( $E_1 = E_2$ ), но разными значениями предела текучести ( $\sigma_{T_1} > \sigma_{T_2}$ ), а также разными значениями модуля упругости ( $E_1 > E_2$ ) и предела текучести ( $\sigma_{T_1} > \sigma_{T_2}$ ) слоев показал, что в целом распределение напряжений подчиняется закономерностям, полученным для указанного случая. По зависимостям максимальных напряжений от относительной упругости материала получены следующие закономерности для оценки влияния пластических деформаций:

для случая с одинаковыми модулями ( $E_1 = E_2$ ), но разными пределами текучести слоев ( $\sigma_{T_1} > \sigma_{T_2}$ )

влияние на напряжения  $\sigma_x$  в слое с большим значением  $\sigma_T$  (без пластических деформаций)  $k_p = 1$  при  $e_2 \geq 0,5$  и  $k_p = 2e_2$  при  $e_2 \leq 0,5$ , в слое с меньшим  $\sigma_T$  (с пластическими деформациями)  $k_p = 1$  при  $e_2 \geq 1$  и  $k_p = e$  при  $e_2 \leq 1$ ;

влияние на напряжения  $\sigma_y$  с учетом пластических деформаций второго слоя можно принимать в упругом слое  $k_p = 1$  при  $e_2 \geq 0,55$  и  $k_p = 1,8e_2$  при  $e_2 \leq 0,5$ , а в пластическом слое  $k_p = 1$  при  $e_2 \geq 0,9$  и  $k_p = 1,1$  при  $e_2 \leq 0,9$ ;

The FE method of modelling of natural stress and strain fields, allowing for plastic strains, has been developed. Comparison of theoretical and experimental values shows good accuracy of the method. It has been found that the initial plastic strains are formed in a joint near its edges, where tangential  $\tau_{xy}$  and normal  $\sigma_x$  stresses are combined.

влияние на напряжения  $\tau_{xy}$ ,  $k_p = 1$  при  $e_2 \geq 0,9$  и  $k_p = 1,1e_2$  при  $e_2 \leq 0,9$ ;

для случая с разными модулями ( $E_1 > E_2$ ) и разными пределами текучести слоев ( $\sigma_{T_1} > \sigma_{T_2}$ )

влияние на напряжения  $\sigma_x$  для материала с большим значением  $E$  и предела текучести в области  $e \geq 0,4$   $k_p = 1$ , т. е. влиянием пластических деформаций можно пренебречь, а при  $e < 0,4$  следует принимать  $k_p = 2,5e$ ;

для материала с меньшим значением  $E$  и предела текучести при  $e \geq 0,7$   $k_p = 1$ , а при  $e < 0,7$  следует принимать  $k_p = 1,43e$ ;

влияние на напряжения  $\sigma_y$  в упругом материале  $k_p = 1$  при  $e \geq 0,65$  и  $k_p = 1,54e_2$  при  $e < 0,65$ , в пластическом материале  $k_p = 1$  при  $e \geq 0,4$  и  $k_p = 2,5e_2$  при  $e < 0,4$ ;

влияние на напряжения  $\tau_{xy}$ ,  $k_p = 1$  при  $e \geq 0,65$  и  $k_p = 1,54e$  при  $e < 0,65$ .

## Выводы

1. Разработан метод компьютерного моделирования полей собственных напряжений и деформаций в узлах из разнородных материалов с учетом пластических деформаций. Точность метода подтверждена сравнением полученных результатов с экспериментальными данными.

2. Проанализировано влияние пластических деформаций на распределение и уровень максимальных напряжений в двухслойном симметричном бруске при различном сочетании свойств материалов. Установлено, что первые пластические деформации появляются на торце соединения, где сочетаются высокие значения касательных  $\tau_{xy}$  и нормальных  $\sigma_x$  напряжений, при этом  $\sigma_x^{\max}$  не достигает предела текучести. Показано, что незначительные пластические деформации мало влияют на поля напряжений в целом. Заметное снижение максимальных напряжений зафиксировано при относительной упругости  $e$  ниже  $0,9 \dots 1,0$ .

3. Для приближенной оценки влияния пластических деформаций предложены простые зависимости.

1. Ермолаев Г. В., Лабарткава А. В. Применение ЭВМ для решения задач механики паяных узлов // 36. науч. праць УДМТУ. — 1999. — № 6. — С. 55–64.
2. Исследование собственных деформаций в паяных узлах из разнородных материалов методом спекл-интерферометрии / В. М. Прохоренко, Г. В. Ермолаев, А. В. Лабарткава, Ю. Г. Золотой // Там же. — 2002. — № 5. — С. 52–57.
3. Махненко В. И. Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций. — Киев: Наук. думка, 1976. — 320 с.
4. Ермолаев Г. В., Кручинов О. Н. Напряжения и деформации в паяных соединениях // Технология судостроения и свароч. пр-ва: Сб. науч. тр. — Николаев: НКИ, 1983. — С. 48–57.

Поступила в редакцию 17.05.2004