УДК 519.1

Г. П. Донець, В. А. Пепеляєв,
член-кореспондент НАН України **О. М. Трофимчук**

Комбінаторні алгоритми підтримки прийняття управлінських рішень

Наводиться постановка обмеженої та необмеженої задач комбінаторного розпізнавання. На прикладі задачі про вимикачі показано, яким способом необхідно розбити на групи множину вимикачів, щоб за мінімальну кількість спроб знайти потрібну кількість несправних вимикачів. Розглядається також задача вибору кількості однотипних елементів з двох заданих множин. Для кожної задачі наводяться формули оцінок мінімальної кількості спроб.

Останнім часом широкого поширення набули різного роду експертні системи, які стали комерційним продуктом на ринку нових інформаційних технологій завдяки своїй корисності при розв'язанні складних, важко структурованих і формалізованих задач із сфери бізнесу, управління, планування та діагностики. В процесі економічної діяльності суб'єкта доводиться робити різні експерименти і, залежно від отриманої інформації, приймати ті чи інші управлінські рішення [1–6]. При цьому інколи кількість альтернатив настільки велика, що виникає загроза комбінаторного вибуху. Це вимагає вироблення правил, які звужують повний перебір варіантів, або розробки спеціальних методів оптимізації перебору. Розглянемо типову задачу, яка може мати широку інтерпретацію.

Задача 1. Нехай в наявності є n альтернатив прийняття економічних рішень $A=\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$, про які тільки відомо, що серед них є m прийнятних. Існує механізм, який для фіксованого k ($k \leqslant m$) дозволяє визначити, чи існує серед альтернатив довільної k-вибірки хоча б одна неприйнятна. Необхідно за мінімальну кількість k-вибірок знайти k прийнятних альтернатив.

Поняття механізму, що дозволяє отримати відповідь на експеримент, можна трактувати в самому широкому розумінні слова. Наведемо кілька прикладів.

Приклад 1. Нехай n вимикачів приєднані до однієї лампочки. Відомо, що серед них m зіпсовані. Експеримент полягає в одночасному вмиканні k вимикачів. Якщо серед них є хоча б один справний, то лампочка засвічується. Необхідно за мінімальну кількість спроб знайти k несправних вимикачів.

Велику кількість задач про монети, серед яких є фальшиві, можна звести до задачі 1, при цьому відповіддю на різні експерименти є результат зважування на двох терезах певних комбінацій монет.

Приклад 2. Задача про лотерею. Задано множину натуральних чисел $N_n = \{1, 2, \ldots, n\}$. Випадково вибирається підмножина виграшних чисел $M = \{i_1, i_2, \ldots, i_m\}$. Експеримент полягає в виборі k чисел із N_n. Необхідно вибрати мінімальну кількість таких k-вибірок, щоб хоча одна з них належала M.

Приклад 1 допоможе нам сформулювати задачу 1 у новій математичній постановці.

Задача 1$'$. Задано множину n чисел $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ з m одиниць та $n - m$ нулів. Експеримент полягає у виборі фіксованої кількості k ($k \leqslant m$) чисел, після чого стає відомим їх добуток. Необхідно за мінімальну кількість спроб знайти k чисел, які дорівнюють 1.

© Г. П. Донець, В. А. Пепеляєв, О. М. Трофимчук, 2014

Позначимо цю мінімальну кількість $F_m^k(n)$. В подальшому будемо розглядати задачу 1 тільки в такій постановці, як задачу $1'$. Розглянемо приклад 1 для таких значень: $n = 9$, $m = 4$, $k = 2$.

Найпростішим розв'язком є такий: пробуємо всі комбінації з двох вимикачів, поки не натрапимо на два зіпсованих — і тоді лампочка не засвітиться. Всього таких комбінацій $C_9^2 = 36$, серед них $C_4^2 = 6$ комбінацій із зіпсованими вимикачами. Отже в найгіршому випадку через 31 спробу ми розв'яжемо задачу. Більш вдалий розв'язок отримаємо, коли 9 вимикачів розіб'ємо на дві групи $(5 + 4)$. Тоді в якійсь групі буде не менше двох зіпсованих вимикачів і, комбінуючи по два вимикачі у кожній групі, одержуємо розв'язок задачі. Щоб отримати оцінку кількості спроб, необхідно розглянути всі варіанти розбиття чотирьох зіпсованих вимикачів на дві групи. Якщо в групі з p вимикачів q зіпсованих $(q \geqslant 2)$, то кількість спроб дорівнює $C_p^2 - C_q^2 + 1$. Тоді серед розбиттів (0,4), (1,3), (2,2), (3,1) та (4,0) найгірший випадок (1,3), або (3,1) дає 14 спроб. Можна розбити 9 вимикачів на чотири групи $(3 + 2 + 2 + 2)$. Спочатку зробимо $C_3^2 + C_2^2 + C_2^2 + C_2^2 = 6$ спроб. Якщо лампочка засвітиться кожний раз, то це може бути тільки тоді, коли в кожній групі буде по одному зіпсованому вимикачу.

Беремо дві групи по 2 вимикача і комбінуємо з них 2, по одному з кожної групи. Це вимагає 4 спроби, а в сумі розв'язок отримаємо за 10 спроб. Але існує ще один розв'язок, коли 9 вимикачів розбиваємо на три групи $(3 + 3 + 3)$. Тоді обов'язково знайдеться група, в якій не менш двох зіпсованих вимикачів. Кількість спроб тепер становить $C_3^2+C_3^2+C_3^2 = 9$, що і буде оптимальним розв'язком, іншими словами, $F_4^2(9) = 9$.

Розглянемо ще одну задачу, яка тісно пов'язана з задачею 1, у математичній постановці.

Задача 2. Задано множину n чисел $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ з m одиниць та $n - m$ нулів. Експеримент полягає у виборі фіксованої кількості k $(k \leqslant m)$ чисел, після чого стає відомим їх добуток. Необхідно за мінімальну кількість спроб знайти значення заданого x_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$.

Позначимо таку кількість $C_m^k(n)$. Покажемо, що ця задача не має самостійного значення відносно задачі 1. Дійсно, якщо включати x_i в кожну комбінацію з k чисел, то розв'язок ми отримаємо тільки тоді, коли будемо певні, що інші $k - 1$ чисел складаються з одиниць. Тоді добуток всіх k чисел дорівнює x_i. Таким чином, ця задача зводиться до задачі 1, якщо з множини X видалити x_i і комбінувати в ній по $k - 1$ чисел. Найгірший випадок буде тоді, коли $x_i = 1$, тобто в множині X залишиться $m - 1$ одиниць. Це означає, що $C_m^k(n) = F_{m-1}^{k-1}(n - 1)$, звідси і видно, що достатньо вивчати розв'язки тільки задачі 1, тобто функцію $F_m^k(n)$. Очевидно, що $F_m^m(n) = C_n^m$, тому що набір з одиниць єдиний і для його знаходження в найгіршому випадку потрібно перебрати всі комбінації. Для $k = 2$ вже є досвід розв'язування задачі. При цьому був знайдений принцип, за яким, краще всього, потрібно розбивати всю множину чисел на групи.

Принцип оптимальності. Для $k = 2$ необхідно всю множину чисел розбити на стільки груп, щоб хоча в одній з них було не менше двох одиниць. Звідси випливає, що число груп повинно бути $m - 1$.

Позначимо $\lambda \equiv n \pmod{m - 1}$.

Лема 1.

$$F_3^2(n) = \frac{n(n-2) + \lambda}{4}. \tag{1}$$

Нехай $\lambda \equiv n \equiv 0 \pmod 2$. *Тоді* n *розбивається на дві однакові групи з* $n/2$ *чисел, і*

$$F_3^2(n) = C_{n/2}^2 + C_{n/2}^2 = 2 \cdot \frac{\frac{n}{2}\left(\frac{n}{2} - 1\right)}{2} = \frac{n(n-2)}{4}.$$

Якщо $\lambda \equiv 1 \pmod 2$, *то* n *розбивається на два різних числа* $(n+1)/2$ *та* $(n-1)/2$. *Тоді*

$$F_3^2(n) = C_{\frac{n+1}{2}}^2 + C_{\frac{n-1}{2}}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{n+1}{2}\frac{n-1}{2} + \frac{n-1}{2}\frac{n-3}{2}\right) = \left(\frac{n-1}{2}\right)^2.$$

Можна записати загальну формулу

$$F_3^2(n) = \frac{(n-\lambda)(n-2+\lambda)}{4} = \frac{n(n-2) + 2\lambda - \lambda^2}{4}.$$

Враховуючи те, що $\lambda^2 \equiv \lambda \pmod 2$, отримаємо формулу (1).

Лема 2. *При поділу* n *на* $m-1$ *груп отримаємо розбиття:*

$$n = (m-1-\lambda)\left(\frac{n-\lambda}{m-1}\right) + \lambda\left(\frac{n-\lambda}{m-1} + 1\right). \qquad (2)$$

При діленні числа n на q отримаємо залишок $n \pmod q$.

Отже, $n = q\left\lfloor \frac{n}{q} \right\rfloor + n \pmod q$. Запишемо $q = [q - n \pmod q] + n \pmod q$, звідки

$$n = [q - n \pmod q]\left\lfloor \frac{n}{q} \right\rfloor + n \pmod q \left(\left\lfloor \frac{n}{q} \right\rfloor + 1\right).$$

Підставляючи сюди $q = m-1$ та $\left\lfloor \frac{n}{m-1} \right\rfloor = \frac{n-\lambda}{m-1}$, одержуємо шукану формулу (2).

Звідси легко вивести загальну формулу

$$n = \sum_{i=0}^{q-1} \left\lfloor \frac{n+i}{q} \right\rfloor. \qquad (3)$$

Теорема 1.

$$F_m^2(n) = \frac{(n-\lambda)(n+\lambda-m+1)}{2(m-1)}. \qquad (4)$$

Скористаємося результатами леми 2 при розбитті множини чисел на $m-1$ груп

$$F_m^2(n) = (m-1-\lambda)C_{\frac{n-\lambda}{m-1}}^2 + \lambda C_{\frac{n-\lambda}{2}+1}^2 =$$

$$= \frac{m-1-\lambda}{2}\left(\frac{n-\lambda}{m-1}\right)\left(\frac{n-\lambda}{m-1} - 1\right) + \frac{\lambda}{2}\left(\frac{n-\lambda}{m-\lambda} + 1\right)\left(\frac{n-\lambda}{m-1}\right).$$

Після скорочень отримаємо формулу (4).

Теорема 2.

$$F_{2r+1}^3(n) = \frac{1}{6r^2}(n-\lambda)(n-\lambda-r)(n-2r+2\lambda) \qquad (r \geqslant 1). \qquad (5)$$

Для $k = 3$ будемо знаходити отриманий розв'язок, користуючись принципом оптимальності. Потрібно розбити n на r приблизно рівних груп, тоді хоча б в одній з них буде не менше трьох одиниць. При цьому необхідно, щоб кожна група мала об'єм, не менший трьох. Тому з (3) випливає

$$F^3_{2r+1}(n) = \sum_{i=0}^{r-1} C^3_{\lfloor \frac{n+i}{r} \rfloor}. \tag{6}$$

Якщо скористатися параметром $\lambda \equiv n \pmod r$, то групи будуть складатися з $r-\lambda$ чисел по $(n-\lambda)/r$ і λ чисел по $(n-\lambda)/r+1$. Тому

$$F^3_{2r+1}(n) = (r-\lambda)C^3_{\frac{n-\lambda}{r}} + \lambda C^3_{\frac{n-\lambda}{r}+1} = \left(\frac{r-\lambda}{6}\right)\left(\frac{n-\lambda}{r}\right)\left(\frac{n-\lambda}{r}-1\right)\left(\frac{n-\lambda}{r}-2\right)+$$
$$+\frac{\lambda}{6}\left(\frac{n-\lambda}{r}+1\right)\left(\frac{n-\lambda}{r}\right)\left(\frac{n-\lambda}{r}-1\right). \tag{7}$$

Спрощуючи цей вираз, одержимо формулу (6).

Приклад 3. Нехай $n = 73$, $m = 11$. Тоді $r = 5$, а $\lambda = 3$.

За формулою (7) при розбитті числа 73 на 5 груп (14, 14, 15, 15, 15) отримаємо

$$F^3_{11}(73) = 2C^3_{15} + 3C^3_{14} = 2 \cdot 364 + 3 \cdot 455 = 2093,$$

а за формулою (5) — відповідно

$$F^3_{11}(73) = \frac{1}{6 \cdot 25}(73-3)(73-3-5)(73-10+6) = \frac{70 \cdot 65 \cdot 69}{150} = 2093.$$

Задача 1 може породити більш складну задачу, яка яка буде використана в подальших дослідженнях.

Задача 3. Задано множини чисел $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}\}$ та $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}\}$, причому в першій множині міститься m_1 одиниць ($m_1 \leqslant n_1$), а в другій — m_2 одиниць ($m_2 \leqslant n_2$). Експеримент полягає у виборі k ($k \geqslant 1$) чисел з будь-яких множин ($k \leqslant m_1 + m_2$), після чого стає відомим їх добуток. Необхідно за мінімальну кількість спроб знайти k чисел, які дорівнюють 1.

Позначимо цю кількість $F^k_{m_1,m_2}(n_1, n_2)$. У загальному вигляді цю задачу ще не розв'язано. Розглянемо її частинний випадок для $k = 3$, $m_1 = m_2 = 2$. Нам необхідно знайти $F^3_{2,2}(n_1, n_2)$. Очевидно, що всі комбінації по три повинні складатися з чисел із різних множин: одне число з однієї множини, а два — з другої. Ми можемо перебрати в одній множині всі комбінації по два числа і по черзі приєднувати числа з другої множини. Зрештою ми натрапимо на одну комбінацію з двох одиниць, а в другій натрапимо на одиницю після $n_2 - 1$ спроб. Це дає оцінку $F^3_{2,2}(n_1, n_2) \leqslant C^2_{n_1}(n_2 - 1)$. Очевидно, що комбінувати по два числа треба в множині з меншою кількістю чисел, оскільки з $n_2 \geqslant n_1$ випливає

$$C^2_{n_2}(n_1 - 1) \geqslant C^2_{n_1}(n_2 - 1).$$

Але така стратегія в загальному вигляді не є оптимальною. Оптимальною є покрокова стратегія.

1. Якщо $n_2 \geqslant n_1$, то беремо всі комбінації по два елементи з множини X і один з множини Y, наприклад, y_1. Якщо добуток трьох чисел хоч один раз дорівнюватиме 1, то задача розв'язана, в противному разі — $y_1 = 0$. Вилучаємо y_1 з множини Y, тепер її об'єм дорівнює $n_2 - 1$.

2. Нехай $s = \min(n_1, n_2)$. За $|n_2 - n_1| C_s^2$ спроб ми досягнемо ситуації, коли об'єм більшої зменшиться до рівня меншої, і необхідно знайти $F_{2,2}^3(s, s)$. Тепер ситуація симетрична і можна комбінувати в будь-якій множині. За C_s^2 спроб ми перейдемо до ситуації з об'ємами множин $(s, s-1)$. Тепер, комбінуючи по два у меншій множині, за C_{s-1}^2 спроб перейдемо до ситуації з об'ємами множин $(s-1, s-1)$.

3. На i-му кроці $(3 \leqslant i \leqslant s)$ за допомогою $C_i^2 + C_{i-1}^2$ спроб ми переходимо до об'ємів множин $(i-1, i-1)$. Якщо добуток трьох чисел в будь-який момент дорівнюватиме 1, то задача розв'язана, інакше продовжуємо спроби.

4. У найгіршому випадку зрештою дійдемо до ситуації, коли залишаться дві множини $X_1 = Y_1 = (1, 1)$. Тепер можна брати довільні 3 елементи з них, які є розв'язком задачі. Підрахуємо кількість спроб для найгіршого випадку, починаючи з об'ємів множин (s, s),

$$(C_s^2 + C_{s-1}^2) + (C_{s-1}^2 + C_{s-2}^2) + \ldots + (C_3^2 + C_2^2) = C_s^2 + 2\sum_{i=3}^{s-1} C_i^2 + C_2^2 = C_s^2 + 2C_s^3 - 1.$$

Тим самим доведена

Теорема 3.

$$F_{2,2}^3(n_1, n_2) = (|n_2 - n_1| - 1)C_s^2 + 2C_s^3 - 1, \tag{8}$$

де $s = \min(n_1, n_2)$.

Зокрема,

$$F_{2,2}^3(s, s) = \frac{s(s-1)(2s-1)}{6} - 1. \tag{9}$$

Тепер розглянемо задачу для випадку, коли $m = 2r$, тобто необхідно знайти $F_{2r}^3(n)$. Можливі дві стратегії: розбивати n на r груп, або на $r - 1$ груп.

Розглянемо першу стратегію, яку оцінимо як F_1. Позначимо $\left\lfloor \dfrac{n}{r} \right\rfloor = \alpha$, $\lambda_1 \equiv n \pmod{r} = n - \alpha r$. Тоді число n розбивається на $r - \lambda_1$ груп по α чисел в кожній та λ_1 груп по $\alpha + 1$ чисел в кожній. По (7) необхідно зробити $(r - \lambda_1)C_\alpha^3 + \lambda_1 C_{\alpha+1}^3$ спроб. У найгіршому випадку цього не досить, оскільки може виникнути ситуація, коли кожна група має рівно по дві одиниці. Тоді слід скористатися формулою (8) і зробити ще $F_{2,2}^3(\alpha, \alpha)$ спроб, якщо $\lambda \neq r - 1$, або $F_{2,2}^3(\alpha, \alpha + 1)$ для $\lambda = r - 1$. Разом це дає

$$F_1 = (r - \lambda_1)\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6} + \lambda_1 \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6} + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}[2 - \operatorname{sgn}(r - 1 - \lambda_1)] + \\ + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6} - 1.$$

Після перетворень отримаємо

$$F_1 = \frac{\alpha(\alpha-1)}{6}[r\alpha - 2r + 3\lambda_1 + 2\alpha - 3\operatorname{sgn}(r - 1 - \lambda_1) + 2].$$

Тепер підставимо вираз для λ_1 і остаточно маємо

$$F_1 = \frac{\alpha(\alpha-1)}{6}[3(n - \operatorname{sgn}(r-1-\lambda_1)) - 2(\alpha+1)(r-1)] - 1. \tag{10}$$

Оцінимо другу стратегію як F_2. Позначимо

$$\left\lfloor \frac{n}{r-1} \right\rfloor = \beta, \qquad \lambda_2 \equiv n \pmod{r-1} = n - (r-1)\beta.$$

Тоді число n розбивається на $r-1-\lambda_2$ груп по β чисел у кожній та λ_2 груп по $\beta + 1$ чисел у кожній. Але, на відміну від першої стратегії, тут, якщо після перевірки $r-2$ груп не досягнемо розв'язку, то це означає, що в $(r-1)$-й групі знаходяться не менше чотирьох одиниць. Якщо в цій групі чотири числа, то всі вони дорівнюють одиниці, тобто для розв'язку достатньо з цієї групи взяти будь-які три одиниці. Якщо група містить більше чотирьох чисел, то потрібно розбити її на дві частини. Залежно від величини останньої групи отримаємо дві оцінки другої стратегії. Якщо $\lambda_2 = 0$, то всі групи мають по β чисел, в противному разі остання група має $\beta+1$ чисел. Це означає, що

$$F_2 = (r-1-\lambda_2)C_\beta^3 + (\lambda_2 - 1)C_{\beta+1}^3 + F_4^3(\beta+1) \qquad \text{для} \qquad \lambda_2 > 0; \tag{11}$$

$$F_2 = (r-2)C_\beta^3 + F_4^3(\beta) \qquad \text{для} \qquad \lambda_2 = 0. \tag{12}$$

Розбиваючи останню групу на дві, можемо скористатися формулами (3) та (8). В першому випадку одержуємо розбиття групи на дві компоненти $\left(\left\lfloor \frac{\beta+1}{2} \right\rfloor, \beta+1-\left\lfloor \frac{\beta+1}{2} \right\rfloor\right)$, в другому випадку, враховуючи формулу (3), на такі: $\left(\left\lfloor \frac{\beta}{2} \right\rfloor, \beta - \left\lfloor \frac{\beta}{2} \right\rfloor\right) = \left(\beta - \left\lfloor \frac{\beta+1}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\beta}{2} \right\rfloor\right)$. Позначимо $\left\lfloor \frac{\beta+1}{2} \right\rfloor = \gamma$. Для перевірки необхідно зробити в першому випадку $C_\gamma^3 + C_{\beta+1-\gamma}^3$ спроб, а в найгіршому — ще $F_{2,2}^3(\gamma, \beta+1-\gamma)$. Враховуючи вираз для λ_2, після перетворень першої формули отримаємо остаточний вигляд

$$F_2 = \frac{\beta(\beta-1)}{6}[3n - (\beta+1)(2r-1) + C^3_{\lfloor \frac{\beta}{2} \rfloor + 1} + \left\lfloor \frac{\beta}{2} \right\rfloor C^2_{\lfloor \frac{\beta+1}{2} \rfloor} - 1 \qquad \text{для} \qquad \lambda_2 > 0. \tag{13}$$

Для другого випадку потрібно спочатку зробити $C_{\beta-\gamma}^3 + C_\gamma^3$ перевірок, а потім ще $F_{2,2}^3(\beta - \gamma, \gamma)$ спроб. В результаті перетворень остаточно отримаємо

$$F_2 = \frac{\beta(\beta-1)(\beta-2)}{6}(r-2) + C^3_{\lfloor \frac{\beta+1}{2} \rfloor} + \left\lfloor \frac{\beta-1}{2} \right\rfloor C^2_{\lfloor \frac{\beta+1}{2} \rfloor} - 1 \text{ для } \lambda_2 = 0. \tag{14}$$

Оцінити, яка стратегія з двох краща, поки що не вдалося. На чисельних експериментах залежно від різних значень r та n висновок про перевагу будь-якої з них неоднозначний.

Для $k > 3$ виведення формул ускладнюється, а кількість стратегій збільшується.

Отже можна сказати, що для ситуацій, в яких необхідно розпізнавати різну структуру множин, започатковано підхід, який за допомогою набору формул дозволяє чітко визначити відповідну ситуацію. Цей підхід передбачає подальше удосконалення.

1. *Довгий С. О., Бідюк П. І., Трофимчук О. М., Савенков О. І.* Методи прогнозування в системах підтримки прийняття рішень. – Київ: Азимут, 2011. – 608 с.

2. *Бідюк П. І., Трофимчук О. М., Федоров Д. В.* Інформаційна система підтримки прийняття рішень для прогнозування фінансово-економічних процесів на основі структурно-параметричної адаптації моделей // Наук. вісті НТУУ "КПІ". – 2011. – № 6. – С. 42–53.
3. *Пепеляев В. А., Кнопов П. С., Атоев К. Л. та ін.* Інформаційно-аналітична система для аналізу комплексних ризиків природно-техногенних та соціально-економічних загроз в галузі житлово-комунального господарства України // Наука та інновації. – 2010. – № 3. – С. 39–46.
4. *Атоев К. Л., Пепеляев В. А.* Информационная система для поддержки принятия решений при проведении реформ в сфере жилищно-коммунального хозяйства // Компьют. математика. – 2010. – № 2. – С. 32–41.
5. *Голодникова Н. А., Левашко Т. П., Пепеляев В. А.* Метод поиска оптимальных планов проведения выборочного обследования // Там же. – 2010. – № 2. – С. 42–51.
6. *Пепеляев В. А., Атоев К. Л.* Ранжирование регионов Украины по уровням социально-экономических и природно-техногенных угроз // Материалы 18-й междунар. конф. "Проблемы принятия решений в условиях неопределенности (PDMU – 2011)". – Ялта, 19–23 сентября. – 2011. – С. 139–140.

Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Київ
Інститут телекомунікацій та глобального інформаційного простору НАН України, Київ

Надійшло до редакції 07.07.2014

Г. А. Донец, В. А. Пепеляев,
член-корреспондент НАН Украины **А. Н. Трофимчук**

Комбинаторные алгоритмы поддержки принятия управленческих решений

Приводится постановка ограниченной и неограниченной задач комбинаторного распознавания. На примере задачи о выключателях показано, каким способом необходимо разбить на группы множество выключателей, чтобы за минимальное число проб найти нужное количество неисправных выключателей. Рассматривается также задача выбора количества однотипных элементов из двух заданных множеств. Для каждой задачи приводятся формулы оценок минимального числа проб.

G. A. Donets, V. A. Pepelyaev,
Corresponding Member of the NAS Ukraine **O. M. Trofymchuk**

Combinatorial algorithms making support of managerial decisions

The bounded and unbounded combinatorial recognition problems are posed. Using a problem of switches as an example, we show how to divide the subset of switches into groups so that the given number of faulty switches could be found by minimal number of tests. We also consider the problem of choosing the number of elements of the same type from two given sets. For every problem, we give the evaluating formulas for the minimal number of tests.