

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО РОБАСТНОГО АЛГОРИТМА ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ МАССЫ И ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Предложен робастный алгоритм оценивания положения центра масс и массы космического аппарата. Множество возможных значений положения центра масс аппроксимируется трехмерным эллипсоидом. Критерием точности есть минимизация определителя матрицы эллипсоида. Оценка массы дается в виде интервала. С помощью компьютерного моделирования показана работа алгоритма при определении положения центра масс и массы космического аппарата в условиях статистической неопределенности ошибок измерений. Продемонстрирована работа алгоритма при скачкообразном нарушении априорных предположений относительно возможного положения центра масс космического аппарата. Проведен сравнительный анализ с уже известными алгоритмами и показана его более устойчивая работа при нарушении априорных предположений. Это позволяет использовать алгоритм для оценивания параметров объекта в условиях априорной неопределенности.

Запропоновано робастний алгоритм еліпсоїдального оцінювання центру мас і маси космічного апарату. Множина можливих значень положення центру мас апроксимується тривимірним еліпсоїдом. Критерієм точності є мінімізація визначника матриці еліпсоїда. Оцінка маси надається у вигляді інтервалу. За допомогою комп'ютерного моделювання показана робота алгоритму при визначенні положення центру мас і маси космічного апарату в умовах статистичної невизначеності похибок вимірювання. Продемонстрована робастність алгоритму при стрибкоподібному порушенні априорних припущень щодо можливого положення центру мас космічного апарату. Проведено порівняльний аналіз із уже відомими алгоритмами й показана його більш усталена робота при порушенні априорних припущень. Це дозволяє використовувати алгоритм для оцінювання параметрів об'єкта в умовах априорної невизначеності.

A robust algorithm for estimating a position of the mass center and the spacecraft mass is proposed. The possible values of the mass center position are approximated by a three-dimensional ellipsoid. The criterion of accuracy is the minimization of the ellipsoid matrix determinant. The mass is estimated as an interval. The capability of the algorithm for determining the position of the spacecraft mass center and the spacecraft mass in a statistical uncertainty of measurement errors is shown using the computer simulation. The robustness of the algorithm in the case of an uneven violation of a priori assumptions relative to a possible position of the spacecraft mass center is demonstrated. The comparative analysis with known algorithms is carried out. A more stable use of this algorithm is shown when a priori assumptions are violated.

**Введение.** Задачи определения инерционных параметров космических аппаратов (КА) в полете и, в частности, определения положения центра масс (ЦМ) и самой массы, относятся к актуальным задачам, решение которых необходимо для совершенствования систем ориентации и управления КА [1]. Знание указанных параметров необходимо для оптимального управления ориентацией космического аппарата. Если КА функционируют в условиях неопределенности внешних воздействий и помех измерения, определить указанные параметры можно, например, методами стохастического или гарантированного оценивания. Выбор метода определяется знанием характеристик внешней среды и помех в средствах измерения, которые влияют на точность оценки названных параметров. В настоящей работе сравниваются два подхода: стохастический и гарантированный, в котором предполагается знание лишь пределов, которые могут принимать внешние возмущения и помехи измерения. Для устойчивости алгоритма к нарушению априорных предположений о помехе, в том числе и из-за сбоя измерительных приборов, алгоритм должен быть робастным. Робастность понимается как свойство алгоритма восстанавливать работоспособность при нарушении предположений, положенных в основу его работы. С целью облегчения анализа и настройки работы алгоритма, а также снижения требований к бортовым вычислительным средствам, проводится его возможное упрощение.

В настоящей работе решаются две задачи: задача определения ЦМ КА в том виде, в котором она сформулирована в статье [2], и задача определения массы КА. Для решения используется робастный алгоритм эллипсоидального оценивания, разработанный в [3, 4].

**Постановка задачи определения положения центра масс КА.** Считаем, что КА имеет абсолютно жёсткую конструкцию. Введем правые ортогональные системы координат (СК): строительную СК  $Px_b y_b z_b$  с началом в некоторой точке  $P$  корпуса КА; связанную СК  $Ox y z$  и орбитальную СК  $Ox_o y_o z_o$  – обе с началом в точке  $O$  – центре масс КА. Координатные оси  $Px_b y_b z_b$  имеют неизменное направление в корпусе КА, направления осей  $Ox y z$  совпадают с направлениями соответствующих осей  $Px_b y_b z_b$ . Ось  $Oy_o$  направлена по радиус-вектору с началом в центре Земли. Ось  $Ox_o$  расположена в плоскости орбиты с положительным направлением в сторону движения КА. Компоненты векторов  $d = (x_d, y_d, z_d)^T$  и  $r = (x_r, y_r, z_r)^T$  – координаты установки трехкомпонентного ньютометра (далее блока акселерометров – блока АК) в СК  $Px_b y_b z_b$  и  $Ox y z$  соответственно. Координаты центра масс  $O$  в СК  $Px_b y_b z_b$  представлены неизвестным вектором  $p = (x_p, y_p, z_p)^T$ . Вектор  $d = (x_d, y_d, z_d)^T$  считается известным. Так как по условию оси СК  $Px_b y_b z_b$  и  $Ox y z$  параллельны, то  $p = d - r$ . Для наглядности указанные соотношения показаны на рис. 1, где  $A$  – точка установки блока АК.

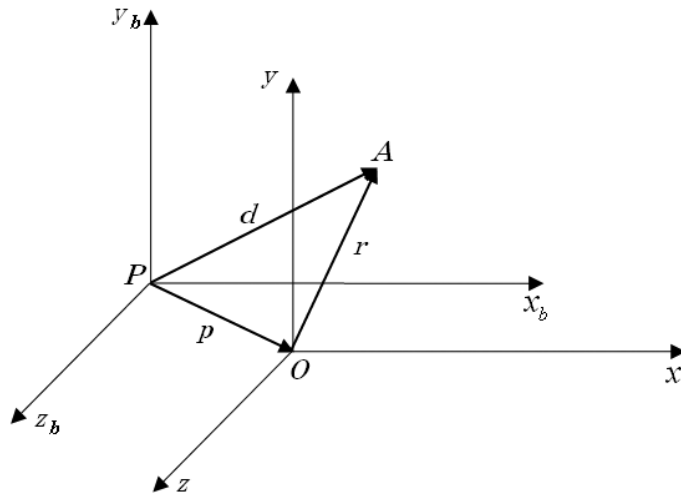


Рис. 1

Согласно [5] ускорение в точке установки блока АК (точка  $A$ ) представляет собой переносное ускорение  $w_A$ , вызванное движением ЦМ КА и вращением КА относительно ЦМ. Это ускорение [5] определяется формулой

$$\bar{w}_A = \bar{w}_O + \bar{\omega} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}), \quad (1)$$

где  $\bar{W}_O$  – вектор ускорения ЦМ КА,  $\bar{r}$  – радиус-вектор точки  $A$ . Под символом  $\bar{\omega}$  понимается вектор-столбец, составленный из проекций  $\omega_i$ ,  $i = \overline{1,3}$  абсолютной угловой скорости КА на оси связанной системы координат (ССК). По теореме о движении центра масс системы материальных точек КА [5] имеет место равенство

$$\bar{W}_O = \bar{g} + \bar{f}, \quad (2)$$

где  $\bar{g}$  – вектор ускорения, вызванного гравитационным полем Земли,  $\bar{f}$  – вектор ускорения, вызванного силами негравитационной природы, относительно которых предполагается, что  $|\bar{f}^{(i)}| \leq c_f^{(i)}$ ,  $i = \overline{1,3}$ . Здесь  $c_f^{(i)}$  – известные константы. Далее к этим ограничениям также отнесём погрешности измерения соответствующих величин блоком АК и датчиками угловой скорости (ДУС).

Учитывая, что блок АК измеряет кажущееся ускорение  $\bar{a} = \bar{W}_A - \bar{g}$  [6], из (1), (2) получим соотношение (опустив обозначение векторов надчёркиванием)

$$\mathbf{a}(t) - \left[ \frac{d}{dt} \check{\omega}(t) + \check{\omega}(t)\check{\omega}(t) \right] r = f(t), \quad |f^{(i)}(t)| \leq c_f^{(i)}, \quad i = \overline{1,3}, \quad (3)$$

в котором все векторы предполагаются представленными своими проекциями на оси связанной СК. Под символом  $\check{\omega}$ , где  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$  – произвольный вектор, здесь и далее понимается  $3 \times 3$ -кососимметрическая вырожденная [7] ( $\det \check{\omega} = 0$ ,  $\text{rank } \check{\omega} = 2 \quad \forall \|\omega\| \neq 0$ ) матрица

$$\check{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \check{\omega}^T = -\check{\omega}.$$

Таким образом, в (3)  $\check{\omega}(t)$  – кососимметрическая матрица из компонентов вектора абсолютной угловой скорости КА, заданного в связанной СК. Формула  $\mathbf{z} = \check{\omega} \cdot r$  соответствует представлению векторного произведения  $\mathbf{z} = \omega \times r$  в выбранной СК, в которой  $\mathbf{z} = [z^{(1)}, z^{(2)}, z^{(3)}]^T$ ,  $\omega = [\omega^{(1)}, \omega^{(2)}, \omega^{(3)}]^T$ ,  $r = [r^{(1)}, r^{(2)}, r^{(3)}]^T$ . В результате интегрирования обеих частей (3) на интервале времени  $t_{k-1} \leq T \leq t_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , получаем систему неравенств

$$\mathbf{y}_k = h_k^T r + \xi_k, \quad |\xi_k^{(i)}| \leq c_k^{(i)}, \quad i = \overline{1,3}, \quad (4)$$

в которой  $\mathbf{y}_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{a}(t) dt$ ;  $\xi_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} f(t) dt$ ;  $c_k^{(i)} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} c_f^{(i)} dt$ ;  $i = \overline{1,3}$ ;  $h_k^T$  –  $3 \times 3$ -матрица  $h_k^T = \check{\omega}_k - \check{\omega}_{k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \check{\omega}(t)\check{\omega}(t) dt$ ,  $\check{\omega}_k = \check{\omega}(t_k)$ .

Из системы (4) следует, что искомое значение  $r$  принадлежит множеству ее решений. Оценку вектора  $\rho_k$  – координат центра масс КА в строительной СК – получаем из выражения  $\hat{\rho}_k = d - \hat{r}_k$ .

Матрица  $h_k^T$  такова, что её полный ранг возможен в только случае, если вектор абсолютной угловой скорости  $\bar{\omega}$  вращения КА на интервале времени  $t_{k-1} \leq T \leq t_k$  изменяется по направлению. Тогда у матрицы  $h_k^T$  будет трёхмерный базис [8], что позволит получить оценку вектора  $r$ , умножив (4) на матрицу  $h_k^T$ . Если же вектор  $\bar{\omega}$  неизменен по направлению, то блок АК покажет смещение ЦМ КА в плоскости, перпендикулярной оси вращения КА, то есть только две координаты. Для уменьшения ошибок округления при обращении матрицы  $h_k^T$  необходимо, чтобы нормы векторов  $\Delta\bar{\omega}$  – приращения по направлению, и  $\bar{\omega}$  были сравнимы по величине и превышали шумы измерителей. Это обеспечивается выбором закона управления углового управления КА и интервала интегрирования измерений. Однако на практике это не всегда возможно либо невыгодно энергетически. Увеличение интервала интегрирования требует больших объёмов запоминающего устройства бортовой ЭВМ и влечёт возрастание в измерительной информации доли погрешностей измерителей. Наконец, уточнение положения ЦМ КА может потребоваться в процессе управления с малым временным интервалом коррекции движения КА. Поэтому для решения задачи необходимо использовать алгоритм оценивания, не требующий полного ранга для матрицы  $h_k$  – достаточно, чтобы он был равен двум и в процессе измерения последовательность  $n$  её столбцов, где  $n$  – максимальное значение  $k$ , составляла бы матрицу, имеющую ранг 3:  $\text{rank} [h_1^{(i)} : h_2^{(i)} : \dots : h_n^{(i)}] = 3$ .

Погрешность  $\xi_k^{(i)}$ ,  $i = \overline{1,3}$ , существенно зависит от характера изменения и величины угловой скорости КА и длительности интервала измерения  $t_k$ . Поэтому на основе расчётной динамики КА в полёте и калибровочных данных ДУС и блока АК на Земле, необходимо определить оптимальный интервал измерений  $t_k$  и величину  $c_k^{(i)}$ ,  $i = \overline{1,3}$ , что позволит получить меньшие границы для оценки искомой величины. В дальнейшем величина  $c_k$  может настраиваться по результатам работы алгоритма, оценивающего вектор  $r$ . К обработке берутся измерения до тех пор, пока выполняется условие:

$$|y_k^{(i)}| \geq \varepsilon c_k^{(i)}, \quad i = \overline{1,3}, \quad \varepsilon \leq 1. \quad (5)$$

**Решение поставленной задачи методом наименьших квадратов.** Решаемая задача – статическая, поэтому допускает своё решение методом наименьших квадратов (МНК) [9].

Введём обозначения:  $Y_k^T = [y_1^T : y_2^T : \dots : y_k^T]$ ,  $X_k^T = [h_1 : h_2 : \dots : h_k]$ .

Здесь  $Y_k \in R^k$ ,  $X_k \in R^{k \times p}$ , где  $p = 3$  – число столбцов матрицы  $h_k$ .

Получим оценку МНК  $\hat{r}_k$  для искомого вектора  $r$  и ковариационную матрицу  $V_k$  случайной величины  $\hat{r}_k$  по  $k$  измерениям:

$$\hat{r}_k = (X_k^T X_k)^{-1} X_k^T Y_k, V_k = D_Y (X_k^T X_k)^{-1}, V_k \in R^{p \times p}. \quad (6)$$

Здесь  $D_Y$  – дисперсия случайной величины  $Y$  с реализациями  $y_k^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, 3}$ .

Если  $D_Y$  неизвестна, то используем выборочную дисперсию [9]

$$S_k^2 = [Y_k - X_k \hat{r}_k]^T [Y_k - X_k \hat{r}_k] / (k - 3). \quad (7)$$

В процессе измерения может потребоваться знание текущих значений  $\hat{r}_k$  и  $V_k$ . Тогда воспользуемся рекуррентным МНК (РМНК) [10]:

$$\hat{r}_k = \hat{r}_{k-1} + V_k h_k R_k^{-1} (y_k - h_k^T \hat{r}_{k-1}), V_k = V_{k-1} - V_{k-1} h_k (R_k + h_k^T V_{k-1} h_k)^{-1} h_k^T V_{k-1}, \quad (8)$$

где  $R_k = \text{cov}(\xi_k, \xi_k)$  – ковариационная матрица погрешности измерения  $h_k^T r$ .

Кроме того, значения  $r_0$  и  $V_0$  на момент начала измерений часто неизвестны и их оценки задаются исходя из качественных предположений. При большом ожидаемом количестве измерений  $k$  рекомендуется  $V_0$  представлять скалярной матрицей [7] с большой положительной величиной скаляра.

Возможна и покомпонентная обработка измерений  $y_k^{(i)}$ ,  $h_k^{(i)}$   $i = \overline{1, 3}$ :

$$\begin{aligned} \hat{r}_{k+i} &= \hat{r}_{k+i-1} + \tau_{k+i} \frac{V_{k+i-1} h_k^{(i)}}{\Theta_{k+i}} \Delta_{k+i}, \\ V_{k+i} &= V_{k+i-1} - \tau_{k+i} \frac{V_{k+i-1} h_k^{(i)} h_k^{(i)T} V_{k+i-1}}{\Theta_{k+i}}, \\ \tau_{k+i} &= \frac{1}{\chi_{k+i}^2 + 1}, \quad 0 \leq \tau_{k+i} < 1 \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь:  $\Theta_{k+i}^2 = h_k^{(i)T} V_{k+i-1} h_k^{(i)}$ ,  $\Delta_{k+i}^2 = \frac{(y_k^{(i)} - h_k^{(i)T} \hat{r}_{k+i-1})^2}{\Theta_{k+i}^2}$ ,  $\chi_{k+i}^2 = \frac{D_{Y_k}}{\Theta_{k+i}^2}$ .

**Решение поставленной задачи методом гарантированного эллипсоидального оценивания.** Для получения оценок вектора  $r$  будем строить эллипсоиды вида

$$E(\hat{r}_k, H_k) = \{r \in R^3 : (r - \hat{r}_k)^T H_k^{-1} (r - \hat{r}_k) \leq 1\}, \quad (10)$$

где  $\hat{r}_k$  – центр эллипсоида, отождествляемый далее с точечной оценкой неизвестного вектора  $r$ ,  $H_k = H_k^T > 0$  –  $3 \times 3$ -матрица, характеризующая точно-множественную точность этой оценки. Эллипсоиды вида (10) будем называть оценивающими. При этом для всех  $k = 1, 2, \dots$  гарантируется:  $r \in E(\hat{r}_k, H_k)$ . Параметры  $\hat{r}_0$ ,  $H_0$  априорного (начального) эллипсоида, для которого  $r \in E(\hat{r}_0, H_0)$ , полагаются заданными.

Уравнение (4) определяет в пространстве  $R^3$  линейное многообразие  $S_k$  как пересечение трех гиперслоев [8] вида

$$S_k = \bigcap_i S_k^{(i)}(y_k^{(i)}, r^{(i)}): S^{(i)}(y_k^{(i)}, r^{(i)}) = S_k^{(i)} \\ S_k^{(i)} = r^{(i)}: (y_k^{(i)} - h_k^{(i)\top} r^{(i)})^2 \leq c_k^{(i)2}, i = \overline{1,3} \quad (11)$$

Для получения эллипсоидальной аппроксимации  $E(\hat{r}_{k+1}, H_{k+1}) \supset E(\hat{r}_k, H_k) \cap S_k$  эллипсоида  $E(\hat{r}_k, H_k)$  вида (10) и многообразия  $S_k$ , определяемого по (11), воспользуемся результатами работ [3, 4]:

$$\hat{r}_{k+i} = \hat{r}_{k+i-1} + \tau_{k+i} \frac{H_{k+i-1} h_k^{(i)}}{\Theta_{k+i}} \Delta_{k+i}, \quad \tau_{k+i} = 1 - \frac{\chi_{k+i}^2}{1 + \rho \Delta_{k+i}^2} \\ H_{k+i} = \left( H_{k+i-1} - \tau_{k+i} \frac{H_{k+i-1} h_k^{(i)} h_k^{(i)\top} H_{k+i-1}}{\Theta_{k+i}} \right) \gamma_{k+i}^2 \quad (12) \\ \gamma_{k+i}^2 = 1 + \tau_{k+i} (\chi_{k+i}^2 / (1 - \tau_{k+i}) - \Delta_{k+i}^2), \quad 0 \leq \tau_{k+i} < 1$$

$$\text{где: } \Theta_{k+i}^2 = h_k^{(i)\top} H_{k+i-1} h_k^{(i)}, \quad \Delta_{k+i}^2 = \frac{(y_k^{(i)} - h_k^{(i)\top} \hat{r}_{k+i-1})^2}{\Theta_{k+i}^2}, \quad \chi_{k+i}^2 = \frac{c_k^{(i)2}}{\Theta_{k+i}^2}, \quad \rho = 3$$

– размерность эллипсоида.

Если  $\tau_{k+i} \leq 0$ , то принимаем  $\hat{r}_{k+i} = \hat{r}_{k+i-1}$ ,  $H_{k+i} = H_{k+i-1}$ .  $E_{k+i} \cap S_k^{(i)} = \emptyset$  означает либо скачкообразное смещение ЦМ КА, превышающее границы априорного эллипсоидального множества, либо сбой в канале измерения. Согласно [3] масштабируем эллипсоид  $E(\hat{r}_{k+i}, H_{k+i}) = E(\hat{r}_{k+i-1}, \Delta_{k+i}^2 H_{k+i-1})$ , что приведёт к выполнению условия  $E(\hat{r}_{k+i}, H_{k+i}) \cap S_k^{(i)} \neq \emptyset$ . При разовом сбое это решение позволит продолжить оценивание. Для уменьшения количества операций масштабирования обработка измерений велась в порядке возрастания  $|y_k^{(i)}|$ ,  $i = \overline{1,3}$ . Если  $E_{k+j} \cap S_{k+j}^{(i)} = \emptyset$ ,  $j = \overline{1, l}$ , при  $l$  измерениях подряд, то, с учётом дополнительной информации о неисправности бортовых средств измерения, принимается решение прекратить оценивание. Заметим, что данная ситуация возможна и при управляемом изменении конфигурации КА: раскрытии панелей солнечных батарей, ориентации антенн, телескопов и т.п. Тогда задача оценивания становится динамической и для её решения можно воспользоваться результатами работ [11, 12].

**Компьютерное моделирование.** Уравнения углового движения и параметры возьмём из работы [2]. Оценивание проводилось алгоритмами (9), (12) и алгоритмом из работы [2] с интервалами  $\Delta t = t_k - t_{k-1} = 0,2с; 0,5с; 1\text{н}; 2с; 5с$ , соответственно. Для каждого алгоритма

проверялось значение функции принадлежности  $s_k = (r - \hat{r}_k)^T H_k^{-1} (r - \hat{r}_k)$ , след матрицы  $H_k$  эллипсоида  $E_k$  (для алгоритма (9) брался след матрицы  $V_k$ ) и текущее значение относительной ошибки точечного оценивания вектора  $r$ :  $\delta r_k = \|\hat{r}_k - r\| \cdot \|r\|^{-1} \cdot 100\%$ . Координаты ЦМ КА в строительной СК:  $r = [0, 1; 0, 15; 0, 23]^T$ . Начальная оценка координат ЦМ КА:  $\hat{r}_0 = [0, 2; 0, 2; 0, 2]^T$ . Матрица априорного эллипсоидального множества:  $H_0 = V_0 = 0,5 \cdot I_3$ . В качестве модели помехи наблюдения были взяты данные работ [13], [14]. Измерительные шумы АК и ДУС полагались – с учётом динамики углового движения КА [15] – отфильтрованными [16]. То есть, при моделировании помехи наблюдения учитывается только нестабильность «нулей».

Выясним влияние погрешностей АК и ДУС на точность оценки смещения ЦМ КА. Положим  $r^{(1)} = r^{(2)} = r^{(3)} = 1$  м. Сдвиг «нулей» на уровне  $3\sigma$  АК и ДУС соответственно [13, табл. 2]:  $\delta a^{(1)} = \delta a^{(2)} = \delta a^{(3)} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ г} \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ г}/\text{н}^2$ ,  $\delta \omega^{(1)} = \delta \omega^{(2)} = \delta \omega^{(3)} = 0,01^\circ / \text{с} \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$ . На рис. 2 видно, что на интервале времени  $\Delta t = [0; 5 \text{ с}]$ :  $\omega^{(1)} \approx \omega^{(2)} \approx \omega^{(3)}$ ,  $\Delta \omega^{(1)} \approx \Delta \omega^{(2)} \approx \Delta \omega^{(3)} \approx 4^\circ / \text{с} \approx 0,07 \text{ с}^{-1}$ . С учётом вышеизложенного для  $\xi_k^{(i)}$ ,  $\forall i = \overline{1, 3}$  уравнения (4), запишем

$$\xi_k^{(i)} = \delta a^{(i)} \int_{t_{k-1}}^{t_k} dt + 2r^{(i)} \delta \omega^{(i)} + 4r^{(i)} \delta \omega^{(i)} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \omega^{(i)} dt. \quad (13)$$

считая, что на интервале оценивания погрешность  $\delta \omega^{(i)}$  максимальна по модулю и одного знака с измеряемой величиной. Выполним в (13) подстановку, приняв  $\int_{t=0}^{t=5\text{с}} \omega^{(i)} dt = \frac{\Delta \omega^{(i)} \Delta t}{2} = \frac{4^\circ / \text{с} \cdot 5 \text{ с}}{2} \approx 0,18 \text{ рад}$ , и получим, соответственно:

$$\max |\xi_k^{(i)}| = 3 \cdot 10^{-3} \text{ г}/\text{н} + 10^{-7} \text{ г}/\text{н} + 3,6 \cdot 10^{-8} \text{ г}/\text{н} \quad (14)$$

Из (14) следует, что погрешность АК – определяющая, поэтому моделировать будем только её, следуя [13, рис. 4]. Компоненты  $f^{(i)}(t)$ ,  $i = \overline{1, 3}$  помехи наблюдения  $f(t)$  в уравнении (3) зададим независимо по каждому каналу в виде синусоид с периодами 60 с, 65 с, 70 с и нулевой начальной фазой, амплитудами  $2 \cdot 10^{-5} \text{ г}/\text{н}^2 \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ г}$ , смещениями  $2 \cdot 10^{-5} \text{ г}/\text{н}^2$ , 0,  $-2 \cdot 10^{-5} \text{ г}/\text{н}^2$ . Это приблизительно совпадает с [13, рис. 4]. Константы из выражения (3) в алгоритме (9) задавались значениями на уровне  $\sigma$ :  $c_f^{(i)} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ г}/\text{н}^2$ ,  $\forall i = \overline{1, 3}$ ; в алгоритме (12) – на уровне  $3\sigma$ :  $c_f^{(i)} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ г}/\text{н}^2$  [13]. Соответственно  $c_k^{(i)}$  из выражения (4) задавалось  $c_k^{(i)} = c_f^{(i)} \cdot \Delta t_k$ . Согласно (5) обработка сигналов велась при выполнении условия  $y_k^{(i)} \geq \varepsilon c_k^{(i)}$  и значениях  $\varepsilon c_k^{(i)}$ : а)  $10^{-5} \text{ г}/\text{н}^2 \cdot \Delta t$ ; б)  $6 \cdot 10^{-5} \text{ г}/\text{н}^2 \cdot \Delta t$ ; с)  $6 \cdot 10^{-4} \text{ г}/\text{н}^2 \cdot \Delta t$ , где: а)  $10^{-5} \text{ г}/\text{н}^2 \approx 10^{-6} \text{ г}$  – чувствительность акселерометра АК-Д4 [14]; б)  $6 \cdot 10^{-5} \text{ г}/\text{н}^2$  – нестабильность нуля АК на уровне  $1\sigma$ ;

с)  $6 \cdot 10^{-4} \dot{\gamma} / \ddot{\gamma}^2$  – нестабильность нуля АК на уровне  $3\sigma$ . В алгоритме [2], выверенном по работе [17], были оставлены значения его параметров  $\rho = \rho_1 = 0,5$ ,  $\beta^2 = 0,1$ ,  $c = 0$  [2]. Матрица эллипсоидального множества помехи наблюдения для этого алгоритма задавалась в виде:  $Q = 3 \cdot (6 \cdot 10^{-4})^2 I_3$ .

На рис. 2 приведены модельные графики изменения угловой скорости вращения КА вокруг осей связанной СК.

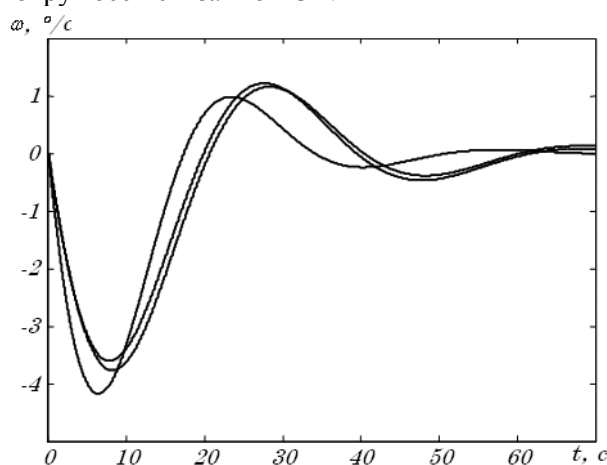


Рис. 2

В таблице 1 приведены результаты работы трёх алгоритмов на момент окончания оценивания: 1 – алгоритм (9); 2 – алгоритм (12); 3 – алгоритм [2].

Таблица 1

№ алг.		$\Delta t = 0,2 \text{ с}$		$\Delta t = 0,5 \text{ с}$		$\Delta t = 1 \text{ с}$		$\Delta t = 2 \text{ с}$		$\Delta t = 5 \text{ с}$	
		$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$
1	a	439	<1	184	<1	167	<1	134	<1	30,2	<1
	b	59,8	<1	67	<1	65,1	<1	34,5	<1	30,2	<1
	c	49,5	<<1	28,8	<<1	10,9	<<1	3,33	<<1	1,07	<<1
2	a	0,78	<<1	1,74	<<1	2,49	<<1	2,85	<<1	5,05	<<1
	b	0,78	<<1	1,74	<<1	2,49	<<1	2,85	<<1	5,05	<<1
	c	0,78	<<1	1,75	<<1	2,55	<<1	3,01	<<1	8,3	<<1
3	a	0,3	<<1	0,3	<<1	0,35	<<1	0,45	<<1	0,61	<<1
	b	0,24	<<1	0,28	<<1	0,35	<<1	0,48	<<1	0,61	<<1
	c	0,71	<<1	0,87	<<1	0,87	<<1	0,97	<<1	2,05	<<1

а)  $\varepsilon C_k^{(i)} = 10^{-5} \dot{\gamma} / \ddot{\gamma}^2 \cdot \Delta t$ ; б)  $\varepsilon C_k^{(i)} = 6 \cdot 10^{-5} \dot{\gamma} / \ddot{\gamma}^2 \cdot \Delta t$ ; в)  $\varepsilon C_k^{(i)} = 6 \cdot 10^{-4} \dot{\gamma} / \ddot{\gamma}^2 \cdot \Delta t$

На рис. 3 для этих алгоритмов при интервале  $\Delta t_k = 2 \text{ с}$  приведены графики текущих значений  $\|r - \hat{r}_k\|$ , обозначенные согласно таблице 1.



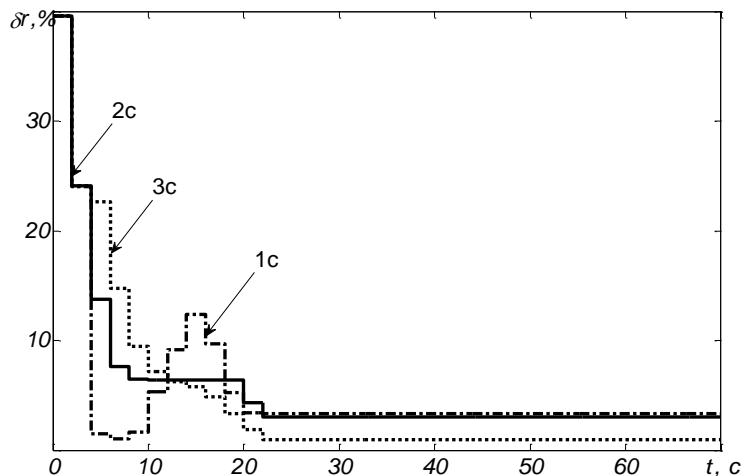


Рис. 3

Из таблицы 1 следует, что алгоритм [2] наиболее точный. Алгоритм (9) на основе РМНК особенно чувствителен к «шуму» и уменьшению интервала интегрирования измерений, алгоритм (12) наименее чувствителен к этим факторам. Алгоритм (9) даёт более точные результаты при увеличении интервала интегрирования, а алгоритмы гарантированного оценивания – при уменьшении.

Затем на 7,5-й и 15-й и 30-й секундах процесса управления угловой ориентацией КА была проведена имитация скачкообразного смещения центра масс:  $r = 3 \cdot [0,1; 0,15; 0,23]^T$ . В таблице 2 приводятся результаты работы алгоритмов (9) – с ограничением  $\varepsilon C_k^{(i)} = 10^{-5} \dot{\alpha} / \ddot{\alpha}^2 \cdot \Delta t$ , (12) и [2] – с ограничением  $\varepsilon C_k^{(i)} = 6 \cdot 10^{-4} \dot{\alpha} / \ddot{\alpha}^2 \cdot \Delta t$ , пронумерованных согласно таблице 1. В колонке с номером алгоритма указан момент времени, в котором было имитировано скачкообразное смещение ЦМ КА.

Таблица 2

№ алг.		$\Delta t = 0,2 \text{ с}$		$\Delta t = 0,5 \text{ с}$		$\Delta t = 1 \text{ с}$		$\Delta t = 2 \text{ с}$		$\Delta t = 5 \text{ с}$	
		$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$
1	7,5	49,5	<1	17,5	<1	11	<<1	3,33	<<1	1,1	<<1
	15	25	<1	17,5	<1	11	<1	3,33	<<1	2,5	<1
	30	25	<1	17,5	<1	11	<1	7	<1	3	<1
2	7,5	0,78	<<1	1	<<1	2,49	<<1	2,85	<<1	5,05	<<1
	15	0,83	<<1	1,56	<<1	2,82	<<1	2,85	<<1	12,8	<<1
	30	62	>1	64	>1	62	>1	60	>1	64	>1
3	7,5	0,3	<<1	1,27	<<1	0,35	<<1	0,45	<<1	0,6	<<1
	15	66	>>1	66	>>1	32,3	>>1	0,45	<<1	35,6	>>1
	30	66	>>1	66	>>1	66	>>1	67	>>1	67	>>1

Из таблицы 2 видно, что алгоритмы гарантированного оценивания при скачкообразном изменении ЦМ КА на 30-й секунде «не могут» оценить новое положение ЦМ, о чём свидетельствует функция принадлежности:  $s > 1$ .

Это объясняется тем, что в алгоритме РМНК «шум» устанавливается на уровне  $1\sigma = 6 \cdot 10^{-5} \dot{\varphi} / \ddot{\varphi}^2$ , а не  $3\sigma = 6 \cdot 10^{-4} \dot{\varphi} / \ddot{\varphi}^2$ . Поскольку на 30-й и последующей секундах процесса управления угловой ориентацией КА его угловая скорость мала, то выделить полезный сигнал из «шума»  $3\sigma$  не удаётся. Однако переход на уровень «шума»  $1\sigma$  в алгоритмах гарантированного оценивания – что допустимо, поскольку «шум», задаваемый в модели, не превышает этой величины – приводит к восстановлению их работоспособности в рассматриваемом случае.

Таблица 3

№ алг.	$\Delta t = 0,2 \text{ с}$		$\Delta t = 0,5 \text{ с}$		$\Delta t = 1 \text{ с}$		$\Delta t = 2 \text{ с}$		$\Delta t = 5 \text{ с}$		
	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	
2	7,5	2,77	<1	0,6	<1	2,5	<<1	2,51	<<1	2,28	<<1
	15	0,5	<1	0,54	<1	0,61	<1	2,51	<1	1,42	<1
	30	1,24	<1	1,03	<1	1,02	<1	1,14	<1	1,85	<1
3	7,5	0,8	<<1	16,5	<1	137	<1	137	<<1	677	<<1
	15	0,64	<<1	17,8	<1	38	<1	137	<<1	225	<<1
	30	3,24	<1	20,5	<1	38	<1	46	<<1	225	<<1

Смещение ЦМ КА в том же направлении, но в 10 раз большее, чем исходное –  $r = 10 \cdot [0,1; 0,15; 0,23]^T$  – «оценивается» алгоритмами (9) и (12) при всех моделируемых здесь интервалах интегрирования и моментах времени, в которых вводится смещение. Алгоритм [2] «не справляется» с оценкой нового положения ЦМ КА, введённого на 30-й секунде, поскольку для «захвата» нового положения требуется время. Но после 30-й секунды угловая скорость КА мала и быстро уменьшается (см. рис. 2) и интеграл сигналов АК становится меньше  $\varepsilon c_k^{(i)}$ ,  $\forall i = \overline{1, 3}$ , что не позволяет продолжить оценивание. Результаты оценивания приведены в таблице 4.

Таблица 4

№ алг.	$\Delta t = 0,2 \text{ с}$		$\Delta t = 0,5 \text{ с}$		$\Delta t = 1 \text{ с}$		$\Delta t = 2 \text{ с}$		$\Delta t = 5 \text{ с}$		
	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	$\delta r, \%$	$s$	
1	7,5	59,8	<1	17,2	<1	65	<1	34,5	<1	30,2	<1
	15	22,8	<1	17,2	<1	16,7	<1	34,5	<1	3	<1
	30	22,8	<1	17,2	<1	16,7	<1	13,4	<1	3	<1
2	7,5	0,78	<<1	0,31	<<1	2,55	<<1	3	<<1	8	<<1
	15	0,2	<<1	0,24	<<1	0,32	<<1	3	<<1	1,14	<<1
	30	0,42	<<1	0,92	<<1	2	<<1	5,7	<<1	11,2	<1
3	7,5	0,71	<<1	0,12	<<1	0,9	<<1	1	<<1	2	<<1
	15	0,27	<<1	0,17	<<1	0,7	<<1	1	<<1	5,34	<1
	30	90	<<-1	90	<<-1	50	>>1	19,2	<<1	48,3	>>1

Величина  $\delta r$  зависит также и от конкретной реализации помехи наблюдения на принятом интервале интегрирования. При изменении начальной фазы и периода синусоиды мы получим другое значение  $\delta r$ . Но, поскольку детерминированная помеха задавалась одинаково для всех алгоритмов, мы можем судить по величине  $\delta r$  о точности оценивания положения ЦМ КА каждым алгоритмом в одинаковых условиях.

Важными факторами являются направление смещения ЦМ КА, обусловленность матрицы  $h^T$  [7] и динамика изменения её базиса. Допустим, что матрица  $h^T$  плохо обусловлена и вектор  $r$  соответствует максимальному по модулю собственному числу матрицы  $h_k^T$  [7]. Тогда оценка  $\hat{r}_k$  будет иметь минимальную погрешность  $\delta r_k$ . Если  $r$  соответствует минимальному по модулю собственному числу матрицы  $h_k^T$ , оценка  $\hat{r}_k$  будет иметь максимальную погрешность  $\delta r_k$ . В последнем случае, если во время угловой ориентации КА базис матрицы  $h_{k+j}^T$ ,  $j = 1, 2, \dots$  меняется относительно строительной СК медленно, а собственные числа быстро стремятся к нулю, оценить новое положение ЦМ будет невозможно.

**Определение массы КА.** Воспользовавшись полученными результатами, решим еще одну задачу: определим массу КА, измеряя в строительной СК смещение его ЦМ, наступившее после заданного перемещения на борту КА известной массы.

Введём обозначения:  $M_{\text{КА}} = M_{\text{нб}} + M_{\text{и\ddot{а}д}}$  – масса КА;  $M_{\text{нб}}$  – часть массы КА, неподвижная в строительной СК;  $M_{\text{и\ddot{а}д}}$  – перемещаемая масса на борту КА. Полагаем, что массы – точки в строительной СК, координаты которых заданы векторами  $r^{\text{нб}}$  и  $r^{\text{и\ddot{а}д}}$  соответственно. По теореме о центре масс системы тел [5]

$$\begin{aligned} M \cdot (d - r(1)) &= M_{\text{нб}} \cdot r^{\text{нб}} + M_{\text{и\ddot{а}д}} \cdot r^{\text{и\ddot{а}д}}(1) \\ M \cdot (d - r(2)) &= M_{\text{нб}} \cdot r^{\text{нб}} + M_{\text{и\ddot{а}д}} \cdot r^{\text{и\ddot{а}д}}(2) \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь индексы 1 и 2, стоящие в круглых скобках, обозначают два положения ЦМ КА: первое – до перемещения  $M_{\text{и\ddot{а}д}}$ ; второе – после перемещения  $M_{\text{и\ddot{а}д}}$ .

Отнимая в выражении (15) второе уравнение из первого, получим

$$M \cdot (r(2) - r(1)) = M_{\text{и\ddot{а}д}} \cdot (r^{\text{и\ddot{а}д}}(1) - r^{\text{и\ddot{а}д}}(2)) = M_{\text{и\ddot{а}д}} \cdot \Delta r^{\text{и\ddot{а}д}}. \quad (16)$$

Правая часть (16) известна точно. Левая часть известна нам в виде интервальной оценки смещения ЦМ КА, умноженной на массу КА. Интервалы определяются удвоенной суммой проекций эллипсоидов  $H(1)$  и  $H(2)$  на соответствующую ось строительной системы координат [18], а центры интервалов определяются соответствующими элементами векторов  $\hat{r}(2) - \hat{r}(1)$ .

Нижний индекс при матрицах и векторах опущен.

$$\begin{aligned}
\delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}} &= 2 \left( \sqrt{x_b^T H(2) x_b} + \sqrt{x_b^T H(1) x_b} \right), & \Delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}} &= \hat{r}^{(1)}(2) - \hat{r}^{(1)}(1) \\
\delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}} &= 2 \left( \sqrt{y_b^T H(2) y_b} + \sqrt{y_b^T H(1) y_b} \right), & \Delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}} &= \hat{r}^{(2)}(2) - \hat{r}^{(2)}(1) \\
\delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}} &= 2 \left( \sqrt{z_b^T H(2) z_b} + \sqrt{z_b^T H(1) z_b} \right), & \Delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}} &= \hat{r}^{(3)}(2) - \hat{r}^{(3)}(1)
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
\delta \hat{r}^{\text{oi}} &= [\delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}}; \delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}}; \delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}}]^T, & \Delta \hat{r}^{\text{oi}} &= [\Delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}}; \Delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}}; \Delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}}]^T \\
&& \|x_b\| = \|y_b\| = \|z_b\| &= 1
\end{aligned}$$

Поскольку СК задаётся единичными ортами, то из (17) следует, что

$$\begin{aligned}
\delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}} &= \sqrt{H_{11}(2)} + \sqrt{H_{11}(1)}, & \delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}} &= \sqrt{H_{22}(2)} + \sqrt{H_{22}(1)} \\
\delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}} &= \sqrt{H_{33}(2)} + \sqrt{H_{33}(1)}
\end{aligned} \tag{18}$$

Здесь  $H_{ii}$  – диагональный элемент матрицы  $H$ . Из (16), (17), (18) получим

$$\begin{aligned}
\hat{M}_{x_b} &= M_{i\ddot{a}d} r_{x_b}^{i\ddot{a}d} / \Delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}}; & \Delta M_{x_b} &= \left| \frac{2M_{i\ddot{a}d} r_{x_b}^{i\ddot{a}d} \delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}}}{(\Delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}})^2 - (\delta \hat{r}_{x_b}^{\text{oi}})^2} \right| \\
\hat{M}_{y_b} &= M_{i\ddot{a}d} r_{y_b}^{i\ddot{a}d} / \Delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}}; & \Delta M_{y_b} &= \left| \frac{2M_{i\ddot{a}d} r_{y_b}^{i\ddot{a}d} \delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}}}{(\Delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}})^2 - (\delta \hat{r}_{y_b}^{\text{oi}})^2} \right| \\
\hat{M}_{z_b} &= M_{i\ddot{a}d} r_{z_b}^{i\ddot{a}d} / \Delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}}; & \Delta M_{z_b} &= \left| \frac{2M_{i\ddot{a}d} r_{z_b}^{i\ddot{a}d} \delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}}}{(\Delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}})^2 - (\delta \hat{r}_{z_b}^{\text{oi}})^2} \right|
\end{aligned} \tag{19}$$

В общем случае каждая формула (19) даёт результат, представляющий собой множество-отрезок, определяемый своим центром и границами и отличный от двух других отрезков. Введём по этому определению обозначения

$$I_M^{(1)}(\hat{M}_{x_b}, \Delta M_{x_b}) = I_M^{(1)}; I_M^{(2)}(\hat{M}_{y_b}, \Delta M_{y_b}) = I_M^{(2)}; I_M^{(3)}(\hat{M}_{z_b}, \Delta M_{z_b}) = I_M^{(3)}. \tag{20}$$

Тогда запишем гарантированную оценку массы в обозначениях (20)

$$I_M(\hat{M}, \Delta M) = \bigcap_{j=1,3} I_M^{(j)} \neq \emptyset. \tag{21}$$

Для решения задачи используем алгоритм (12) с ограничением помехи  $1\sigma$ , интервалом интегрирования  $\Delta t = 0,5$  с и  $\varepsilon c_k^{(i)} = 10^{-5} \hat{i} / \hat{n}^2 \cdot \Delta t$ . Вначале определим значения для (18), (17) из оценки положения ЦМ КА без перемещения известной массы, полагая  $r(1) = [0,1; 0,15; 0,23]^T$ :  $\hat{r}(1) = [0,0945; 0,1455; 0,2279]^T$ ,  $\sqrt{H_{11}(1)} = 0,0273$ ,  $\sqrt{H_{22}(1)} = 0,0294$ ,  $\sqrt{H_{33}(1)} = 0,0232$ . Затем получим значения для (18), (17) после перемещения заданной массы. Считаем, что положение  $M_{i\ddot{a}d} = 10\hat{e}\hat{a}$  к моменту  $t_k = 7,5$  с –  $\Delta r^{i\ddot{a}d} = [0,5\hat{i}; 0,75\hat{i}; 1,65\hat{i}]^T$ . При этом ЦМ КА сместится в направлении перемещения на величину, обратно пропорциональную массе КА. Полагаем, что новое положение ЦМ  $r(2) = 3 \cdot [0,1; 0,15; 0,23]^T$ :

$$\hat{r}(2) = [0,2983; 0,4452; 0,6906]^T, \quad \sqrt{H_{11}(2)} = 0,0359, \quad \sqrt{H_{22}(2)} = 0,029, \\ \sqrt{H_{33}(2)} = 0,0256. \quad \text{Откуда} \quad \text{получим}$$

$$\Delta \hat{r}^{\text{оі}} = \hat{r}(2) - \hat{r}(1) = [0,2038; 0,2997; 0,4627]^T, \quad \delta \hat{r}^{\text{оі}} = [0,1264; 0,1168; 0,0976]^T.$$

Подставим полученные результаты в (19):  $\hat{M}_{x_b} = 24,534 \text{ êã}$ ;  $\Delta M_{x_b} = 49,457 \text{ êã}$ ;  $\hat{M}_{y_b} = 25,025 \text{ êã}$ ;  $\Delta M_{y_b} = 23 \text{ êã}$ ;  $\hat{M}_{z_b} = 35,66 \text{ êã}$ ;  $\Delta M_{z_b} = 15,745 \text{ êã}$ . Из (21) следует: левая граница интервала –  $27,8 \text{ êã}$ , правая граница –  $36,5 \text{ êã}$ . Принимаем  $\hat{M} = 32,15 \pm 4,35 \text{ êã}$ . Точность составляет 13,5%. Для повышения точности необходимо либо перемещение известной массы на большее расстояние, что не всегда возможно, либо неоднократное определение ЦМ КА и массы КА, что по свойствам пересечения множеств (21) позволит уточнить оценку. При этом необходимо исключить случаи, когда масса КА произвольно или непроизвольно изменится. В общем случае для более точного оценивания необходимо увеличение угловой скорости КА и скорости её изменения по величине и направлению.

**Выводы.** Проведенное компьютерное моделирование показало работоспособность предложенного алгоритма и его робастные свойства. В сравнении с известными алгоритмами он оказался устойчивее в большинстве случаев нарушения априорных предположений. В тех случаях, когда сохраняли работоспособность все используемые алгоритмы, алгоритм (12) имел при этом сравнимую с ними или лучшую точность. Это позволяет надеяться на его эффективную работу и устойчивость к сбоям измерительной аппаратуры и в реальных условиях.

1. Бодин Н. Б. Задачи автономной системы навигации / Н. Б. Бодин, Е. Н. Дутов, В. Н. Почукаев // Космонавтика и ракетостроение. – 2000. – № 20. – С. 35 – 40.
2. Волосов В. В. Разработка и исследование робастных алгоритмов эллипсоидального оценивания инерционных характеристик космического аппарата, управляемого силовыми гироскопами / В. В. Волосов, И. А. Куценко, Ю. А. Селиванов // Проблемы управления и информатики. – 2005. – № 4. – С. 124 – 139.
3. Бакан Г. М. К построению робастного алгоритма гарантированного оценивания состояния линейной управляемой системы / Г. М. Бакан, А. В. Шолохов // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 1. – С. 16 – 25.
4. Шолохов А. В. Разработка робастного алгоритма гарантированного оценивания состояний линейной управляемой системы / А. В. Шолохов // Комп'ютинг. – 2011. – Т.10, выпуск 3. – С. 235 – 248.
5. Павловський М. А. Теоретична механіка / М. А. Павловський. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
6. Ишлинский А. Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация / А. Ю. Ишлинский. – М.: Наука, 1976. – 672 с.
7. Хорн Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
8. Ефимов Н. В. Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н. В. Ефимов, Э. Р. Розендорн. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
9. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической обработки результатов наблюдений. 2-е изд. доп. и испр. / Ю. В. Линник. – М.: Физматгиз, 1962. – 349 с.
10. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления / Брайсон А., Хо Ю-Ши. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
11. Бакан Г. М. К определению множества достижимости линейной управляемой системы / Г. М. Бакан, А. В. Шолохов // Проблемы управления и информатики. – 2005. – № 4. – С. 15 – 24.
12. Шолохов А. В. К эллипсоидальному оцениванию состояния линейной динамической системы по скалярному наблюдателю / А. В. Шолохов // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2008. – № 3. – С. 15 – 25.
13. Лазерная БИНС для ракеты-носителя «Циклон-4» / Ю. М. Златкин, А. Н. Калногуз, В. Г. Воронченко, Н. И. Лихолит, А. Ю. Вахлаков, А. М. Сладкий, В. М. Слюсарь // XIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, май, 2012 г., СПб, Россия: материалы конференции. – СПб, 2012. – С. 68 – 77.

14. Акселерометры для бесплатформенных инерциальных навигационных систем / *Н. И. Лихолит, А. М. Шостак, Ю. Ю. Юрьев, И. В. Никонов, Н. Г. Черняк* // XIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, май, 2012 г., СПб, Россия : материалы конференции. – СПб, 2012. – С. 85 – 87.
15. *Артюхин Ю. П.* Системы управления космических аппаратов, стабилизированных вращением / *Ю. П. Артюхин Л. И. Каргу, В. Л. Симаев.* – М. : Наука, 1979. – 296 с.
16. *Богуславский И. А.* Прикладные задачи фильтрации и управления / *И. А. Богуславский.* – М. : Наука, 1983. – 400 с.
17. *Волосов В. В.* К построению параметрических семейств эллипсоидальных оценок и их оптимизации в задачах нестохастической идентификации параметров и состояния многомерных дискретных объектов управления / *В. В. Волосов* // Проблемы управления и информатики. – 1996. – № 4. – С. 37 – 53.
18. *Черноусько Ф. Л.* Об оптимальном эллипсоидальном оценивании для динамических систем, подверженных неопределённым возмущениям / *Ф. Л. Черноусько* // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – №2. – С. 85 – 95.

Казённое предприятие  
специального приборостроения «Арсенал»  
Государственного  
космического агентства Украины,  
г. Киев

Получено 28.05.12,  
в окончательном варианте 19.07.13