

СПОСОБ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ПРОФИЛЕЙ КОМПРЕССОРНЫХ РЕШЕТОК

Предложен способ параметрического описания профилей компрессорных решеток, основанный на применении базовых сплайнов и системы гладких выпуклых функций к аппроксимации формы профиля. Выполнены оценки числа параметров, необходимых для представления формы профиля в рамках предложенного способа с точностью, соответствующей точности задания исходных координат профиля. Предложенный способ может быть использован при решении задач аэродинамического проектирования и оптимизации профилей компрессорных решеток.

Запропоновано спосіб параметричного опису профілів компресорних решіток, який оснований на застосуванні базових сплайнів та системи гладких опуклих функцій до апроксимації форми профілю. Виконано оцінки числа параметрів, необхідних для представлення форми профілю в рамках запропонованого способу з точністю, що відповідає до точності завдання вихідних координат профілю. Запропонований спосіб може бути використаний при розв'язанні задач аеродинамічного проектування й оптимізації профілів компресорних решіток.

The method for the compressor cascade profiles parameterization is proposed using of the B-splines and a set of smooth bump functions for the profile form approximation. The number of the parameters needed for profile form representation within the bounds of the proposed method with the accuracy which corresponds to the definition accuracy of initial profile coordinates. The proposed method can be applied to solve problems of the aerodynamic design and optimization of compressor cascade profiles.

Введение. Аэродинамическое проектирование лопаточных венцов компрессоров современных авиационных газотурбинных двигателей представляет собой сложный многоэтапный процесс, в ходе которого важную роль играют этапы решения обратной задачи газодинамики компрессорных венцов и аэродинамической оптимизации формы межлопаточных каналов.

Одним из основных факторов, влияющих на эффективность выполнения оптимизации формы межлопаточных каналов компрессорных венцов, является способ, с помощью которого происходит описание и варьирование формы межлопаточного канала. При этом количество варьируемых параметров, с одной стороны, должно быть достаточно малым, чтобы обеспечить приемлемое время выполнения процедуры оптимизации, а с другой стороны – достаточно большим, чтобы позволить варьировать форму межлопаточного канала в широком диапазоне всех возможных форм, приемлемых с инженерной точки зрения. Особенно остро эта проблема возникает при оптимизации компрессорных венцов с использованием методов моделирования трехмерных газовых потоков, когда проектировщики, ограниченные мощностью используемых ЭВМ, вынуждены удовлетворяться сравнительно небольшим числом варьируемых параметров. Основная сложность параметрического описания формы межлопаточного канала связана с параметрическим описанием формы пера лопатки компрессорного венца, которая обычно представляется набором профилей – сечений лопатки.

В связи с вышеизложенным, задача параметрического описания профилей компрессорных решеток представляет значительный интерес и имеет как теоретическую, так и практическую значимость. На сегодняшний день существует ряд подходов к параметрическому описанию аэродинамических форм, обзор которых можно найти, например, в работах [1 – 3]. Анализ литературных источников, посвященных решению задачи параметрического описания аэродинамических профилей, позволяет разделить существующие способы параметрического описания профилей на две основные группы. К первой

группе относятся способы, позволяющие описывать широкий класс различных аэродинамических форм. Однако при этом они требуют большое число варьируемых параметров. Вторая группа включает в себя способы, основанные на использовании небольшого числа параметров. Но эти способы, как правило, существенно ограничены некоторым классом возможных аэродинамических форм.

Таким образом, актуальной задачей представляется развитие способов параметрического описания профилей компрессорных решеток. Целью настоящей работы является разработка способа параметрического описания профилей осевых компрессорных решеток, который позволит описывать достаточно широкий класс компрессорных профилей с использованием небольшого числа варьируемых параметров.

Описание профиля. В большинстве применяемых на сегодняшний день пакетов программ для решения задач аэродинамики форма профиля задается набором координат, описывающих верхнюю и нижнюю его поверхности (рис. 1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \{(x_i^{us}, y_i^{us})\}, i = \overline{1, N^{us}} \\ \{(x_j^{ls}, y_j^{ls})\}, j = \overline{1, N^{ls}} \end{array} \right., \quad (1)$$

где x, y – координаты поверхностей профиля в связанной с ним декартовой системе координат; us, ls – индексы, обозначающие принадлежность координат к верхней или нижней поверхности профиля.

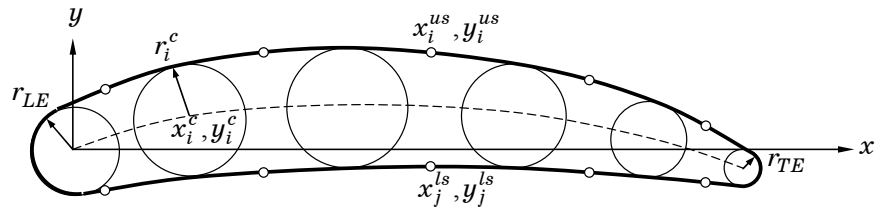


Рис. 1

В настоящей работе предлагается способ описания формы профиля, основанный на использовании его средней линии и функции, описывающей зависимость радиусов вписанных в профиль окружностей от безразмерной длины дуги средней линии профиля [4]. Поскольку данная функция характеризует собой толщину профиля, то в дальнейшем, для удобства, будем называть ее толщиной профиля.

Пусть $\{(x_i^c, y_i^c)\}$ – множество центров вписанных в профиль окружностей, $\{r_i^c\}$ – множество их радиусов (рис. 1). Тогда форма профиля, как огибающая семейства окружностей, однозначно определяется функциями:

$$X(u), R(u), \quad u \in [0, 1], \quad (2)$$

где $X(u)$ – вектор-функция средней линии профиля, $X(u_i) = (x_i^c, y_i^c)$; $R(u)$ – функция, описывающая зависимость радиусов вписанных в профиль окруж-

ностей от безразмерной длины дуги средней линии профиля, $R(u_i) = r_i^c$ (в дальнейшем толщина профиля).

Удобство данного представления состоит в том, что варьирование обеих функций может выполняться независимо. При этом гарантируется построение физически реализуемого контура профиля.

Параметрическое описание средней линии профиля. Представим среднюю линию в виде кривой Безье n -го порядка [5]:

$$\tilde{X}(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) P_i, \quad (3)$$

где $B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i}$ – многочлены Бернштейна; $P_i = \{\xi_i, \eta_i\}$ –

контрольные точки кривой Безье, причем P_0, P_n представляют собой центры кривизны передней и задней кромок профиля; u – параметр кривой Безье.

Если считать контрольные точки P_0, P_n фиксированными, то получаем набор из $2(n-1)$ параметров, которые представляют собой координаты контрольных точек P_1, P_2, \dots, P_{n-1} . Варьирование этих параметров позволяет получить ряд изогнутых профилей с сохранением исходной толщины.

В соответствии с целью настоящей работы, требуется определить минимальное значение n , при котором

$$\|X(u) - \tilde{X}(u)\| \leq \varepsilon, \quad (4)$$

где ε – некоторая наперед заданная точность, определяемая точностью задания исходных координат профиля (1).

Параметрическое описание толщины профиля. Учитывая особенности формы аэродинамических профилей, для описания толщины профиля удобно пользоваться некоторыми гладкими выпуклыми функциями. В качестве таковых выберем функции Хикса–Хенне [6], которые в общем случае имеют вид:

$$h_k(u) = \sin^{\alpha_k} \left[\pi u^{\ln(0,5)/\ln(u_k)} \right], \quad (5)$$

где u_k – положение точки максимальной амплитуды; α_k – параметр, определяющий ширину выпуклости.

Для параметрического описания компрессорного профиля с использованием функций Хикса–Хенне необходимо задаться некоторой исходной аэродинамической формой, на которую они будут накладываться. В качестве таковой удобно использовать линейную комбинацию радиусов кривизны передней и задней кромок профиля. Кроме того, практика расчетов показывает, что показатель степени функции Хикса–Хенне α_k (5) можно положить равным единице. В итоге распределение радиусов вписанных в профиль окружностей может быть описано в виде:

$$\tilde{R}(u) = r_{LE}u + r_{TE}(1-u) + \sum_{k=1}^m H_k \sin \left[\pi u^{\ln(0,5)/\ln(u_k)} \right], \quad (6)$$

где r_{LE}, r_{TE} – радиусы кривизны передней и задней кромок соответственно; H_k – весовые коэффициенты.

При этом для варьирования используется следующий набор параметров: $r_{LE}, r_{TE}, \{H_k\}, \{u_k\}$. Несложно видеть, что число варьируемых параметров будет равно $2m + 2$. Тогда, как и ранее, в соответствии с целью настоящей работы, требуется определить минимальное значение m , при котором

$$\|R(u) - \tilde{R}(u)\| \leq \varepsilon. \quad (7)$$

Оценка минимального числа варьируемых параметров. Исходя из поставленной цели работы, требуется оценить минимальные значения n и m , при которых удовлетворяются неравенства (4), (7) для достаточно большой выборки компрессорных профилей различных серий. Это даст основания утверждать, что полученный способ параметрического описания позволит варьировать форму профиля в широком диапазоне всех возможных аэродинамических форм. Для достижения поставленной цели выбраны профили семейств 10A40 [7], NASA 65 [8], профили лопаток компрессоров NASA Rotor 37 [9], NASA Rotor 67 [10] и другие [11, 12]. Относительная погрешность задания координат составляет $\varepsilon = 10^{-5}$.

Ниже представлены результаты параметрического описания средней линии (таблица 1) и толщины (таблица 2) некоторых из представленных выше профилей с использованием различного количества параметров. Под полученной точностью в таблицах 1, 2 понимаются выражения $\|X(u) - \tilde{X}(u)\|$ и $\|R(u) - \tilde{R}(u)\|$ соответственно.

Таблица 1

Зависимость точности аппроксимации средней линии некоторых профилей от числа варьируемых параметров

№ п/п	Название профиля	Кол-во параметров	Полученная точность
1	10A40/15П45	2	10^{-3}
		4	10^{-5}
2	10A40/45П45	2	10^{-5}
		4	10^{-5}
3	Дуговой профиль [9]	2	10^{-4}
		4	10^{-5}
4	НАСА 23012	2	10^{-4}
		4	10^{-5}
5	Профиль сечения 7 компрессора Rotor 37	2	10^{-5}
		4	10^{-5}
6	Профиль сечения 4 компрессора Rotor67	2	10^{-5}
		4	10^{-5}
7	Профиль сечения 12 компрессора Rotor 67	2	10^{-4}
		4	10^{-5}

Таблица 2

Зависимость точности аппроксимации толщины некоторых профилей от числа варьируемых параметров

№ п/п	Название профиля	Кол-во параметров	Полученная точность
1	10A40/15П45	4	10^{-4}
		6	10^{-5}
		8	10^{-5}
2	10A40/45П45	4	10^{-4}
		6	10^{-5}
		8	10^{-5}
3	Дуговой профиль [9]	4	10^{-5}
		6	10^{-5}
		8	10^{-5}
4	NACA 23012	4	10^{-4}
		6	10^{-4}
		8	10^{-5}
5	Профиль сечения 7 компрессора Rotor 37	4	10^{-4}
		6	10^{-5}
		8	10^{-5}
6	Профиль сечения 4 компрессора Rotor67	4	10^{-4}
		6	10^{-4}
		8	10^{-5}
7	Профиль сечения 12 компрессора Rotor 67	4	10^{-3}
		6	10^{-4}
		8	10^{-5}

Анализ результатов проведенных исследований по параметрическому описанию различных компрессорных профилей (часть из которых представлена в таблицах 1 и 2) показывает, что для параметрического описания компрессорного профиля с точностью, соответствующей точности задания координат, в рамках предложенного способа требуется 12 параметров. Из них 4 используются для описания средней линии и 8 – толщины профиля.

Следует отметить, что количество варьируемых параметров, может быть уменьшено до 10 за счет учета конструктивных ограничений вида [7]

$$r_{LE} = \alpha R_{\max}, \quad r_{TE} = \beta R_{\max}, \quad (8)$$

где α, β – константы, задаваемые из конструктивных соображений; $R_{\max} = \max_u [R(u)]$.

На рис. 2 представлены результаты параметрического описания профиля решетки № 1 А. И. Бунимовича (рис. 2) и профиля NACA 65-(21)10 (рис. 3) с использованием предложенного способа. На рисунках обозначено: • – исходно заданные точки, описывающие профиль; — – форма профиля, полученная в результате параметрического описания.

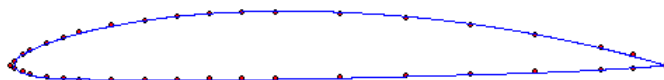


Рис. 2

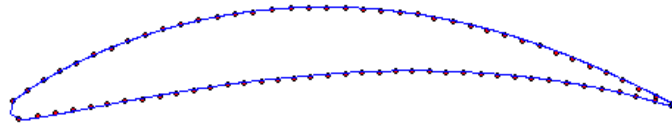


Рис. 3

Выводы. Предложен способ параметрического описания профилей компрессорных решеток. Данный способ основан на описании формы профиля с помощью его средней линии и функции, характеризующей толщину профиля посредством вписанных в профиль окружностей. При этом параметризация средней линии профиля выполняется с применением кривых Безье, а толщины профиля – с помощью системы гладких выпуклых функций Хикса–Хенне, что в совокупности представляет собой основную отличительную особенность предлагаемого способа. Его преимущество заключается в том, что варьирование средней линии и толщины профиля может осуществляться независимо друг от друга и при этом обеспечивается построение физически реализуемого контура профиля.

На основании ряда многопараметрических расчетов выполнены оценки числа параметров, необходимых для представления формы профиля в рамках предложенного способа. Установлено, что для аппроксимации достаточно широкого спектра профилей различных классов с точностью, соответствующей точности задания исходных координат профиля, в рамках предложенного способа требуется 12 варьируемых параметров. Из них 4 используются для описания средней линии и 8 – толщины профиля.

Предложенный способ может быть использован при решении задач аэродинамического проектирования и оптимизации профилей компрессорных решеток.

1. Jameson A. Optimum Aerodynamic Design Using CFD and Control Theory / A. Jameson // AIAA Paper 95-1729. – 1995. – 24 p.
2. Samareh J. A. Survey of Shape Parameterization Techniques for High-Fidelity Multidisciplinary Shape Optimization / J. A. Samareh // AIAA Journal. – 2001. – Vol. 39, N. 5. – P. 877 – 884.
3. Song W. 2004 A Study of Shape Parameterisation Methods for Airfoil Optimization / W. Song, A. J. Keane // AIAA Paper 2004-4482. – 2004. – 8 p.
4. Benini E. Development of High-Performance Airfoils for Axial Flow Compressors Using Evolutionary Computation / E. Benini, A. Toffolo // Journal of Propulsion and Power. – 2002. – Vol. 18, No. 3. – P. 544 – 554.
5. Piegel L. The NURBS Book / L. Piegel, W. Tiller. – Berlin : Springer, 1996. – 327 p.
6. Hicks R. Wing Design by Numerical Optimization / R. Hicks, P. Henne // Journal of Aircraft. – 1978. – Vol. 15, N. 7. – P. 407 – 413.
7. Бунимович А. И. Аэродинамические характеристики плоских компрессорных решеток при большой дозвуковой скорости / А. И. Бунимович, А. А. Святогоров // Лопаточ. машины и струйн. аппараты. – М. : Машиностроение, 1967. – Вып. 2. – С. 1 – 97.
8. Systematic two-dimensional cascade tests of NACA 65-series compressor blades at low speeds / J. C. Emret, L. J. Joseph, J. R. Erwin, A. R. Felix // NACA Report. – 1957. – N 1368. – 85 p.
9. Moore R.D. Performance of Single-Stage Axial-Flow Transonic Compressor With Rotor and Stator Aspect Ratios of 1.19 and 1.26, Respectively, and With Design Pressure Ratio of 2.05 / R. D. Moore, L. Reid // NASA Technical Paper. – 1980. – N 1659. – 104 p.
10. Laser Anemometer Measurements in a Transonic Axial-Flow Fan Rotor / A. J. Strazisar, J. R. Wood, M. D. Hathaway, K. L. Suder // NASA Technical Paper. – 1989. – N 2879. – 220 p.
11. Zierke W. C. The Measurement of Boundary Layers on a Compressor Blade in Cascade / W. C. Zierke, S. Deutsch // NACA Contractor Report. – 1989. – Vol. 1, N 185118. – 226 p.
12. Abbott I. H. Summary of airfoil data / I. H. Abbott, A. E. von Doenhoff, L. S. Stivers // NACA Report. – 1945. – N 824. – 265 p.