Доповіді
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

8 • 2014

МЕХАНІКА

УДК 539.3

Г. Д. Гавриленко, В. И. Мацнер

Методика определения минимальных частот колебаний неидеальных ребристых цилиндрических оболочек на упругом основании

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины И. С. Чернышенко)

Предложен подход для определения критических частот колебаний ребристых цилиндрических оболочек с осесимметричными неправильностями формы, находящихся в упругой среде (упругое основание). Приведены результаты исследований влияния параметров осесимметричных несовершенств (числа вмятин, их длины и амплитуд) на минимальные частоты колебаний при разных значениях коэффициентов упругого основания.

Методика расчета. Колебания неидеальных ребристых оболочек были рассмотрены ранее в работах [1–3]. В предлагаемой работе изучаются колебания неидеальных ребристых оболочек, которые находятся в упругой среде (упругое основание) при использовании модели основания, предложенной П. Л. Пастернаком [4]. При расчете таких оболочек необходимо учитывать силы реакции, передающиеся от основания к оболочке. При использовании модели основания, предложенной П. Л. Пастернаком, отпор основания характеризуется реакциями $C_1 w$ и $C_2(\partial^2 w/r^2\partial y^2 + \partial^2 w/\partial x^2)$, где C_1 — коэффициент упругого основания, который характеризует работу на растяжение — сжатие; C_2 — коэффициент упругого основания, который характеризует работу основания на сдвиг.

Зависимости для определения частот колебаний получим, используя условия минимума энергии данной системы. В рассматриваемой случае к потенциальной энергии следует добавить потенциальную энергию упругого основания (V_{oc})

$$V_{\text{oc}} = \frac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\ell}\left\{C_1 w^2 + C_2\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{r^2\partial y^2}\right)^2\right]\right\} r\,dx\,dy + \\ + \sum_{n=1}^{N} r_n \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{\ell_n}^{\ell_{n+1}}\left\{C_1 w^2 + C_2\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{r^2\partial y^2}\right)^2\right]\right\} r\,dx\,dy. \quad (1)$$

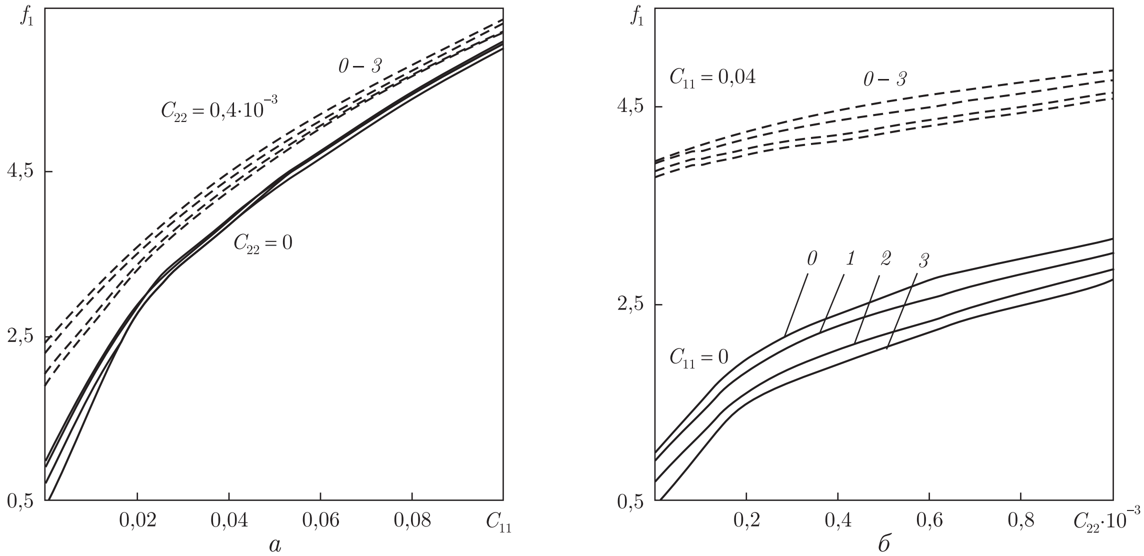

Рис. 1. Неподкрепленная оболочка. Зависимости $f_1 = f(C_{11})$ (*а*) и $f_1 = f(C_{22})$ (*б*)

Из условий минимума полной энергии системы $\partial v/\partial u_{ij} = 0$, $\partial v/\partial v_{ij} = 0$, $\partial v/\partial w_{ij} = 0$ можно определить критические значения частот свободных колебаний цилиндрических оболочек, лежащих на упругом основании,

$$(\overline{\omega}_{ij}^2)_{cr} = \frac{E}{(1-\mu^2)\rho_0 r^2} \frac{\overline{A}_{33}(A_{11}A_{22} - A_{12}^2) + 2A_{12}A_{13}A_{23} - A_{11}A_{23}^2 - A_{22}A_{13}^2}{\alpha_{11}(A_{22}\overline{A}_{33} - A_{22}^2) + \alpha_{11}(A_{11}\overline{A}_{33} - A_{13}^2) + \alpha_{33}(A_{11}A_{22} - A_{12}^2)}, \quad (2)$$

$$f_{ij} = \frac{\omega_{ij}}{2\pi}, \quad (3)$$

где $\overline{A}_{33} = A_{33} + C_{11}(1 - s_{11})\ell_{\text{oc}} + C_{22}(\lambda^2 + n^2)(1 - s_{11})\ell_{\text{oc}}$, $C_{11} = C_1(1-\mu^2)r^2/\text{Eh}$; $C_{22} = C_2(1-\mu^2)/\text{Eh}$; остальные величины A_{ij} описаны в работе [1]; ℓ_{oc} — длина контакта упругого основания и оболочки.

На числовых примерах исследовано влияние коэффициентов упругого основания (C_{11} и C_{22}) на величину критических частот.

Рассмотрены такие оболочки: 1) неподкрепленные; 2) подкрепленные стрингерами ($k_s = 32$); 3) подкрепленные шпангоутами ($k_r = 4$); 4) подкрепленные стрингерами и шпангоутами ($k_s = 32$; $k_r = 4$).

Оболочки имели следующие относительные размеры: $\ell/r = 2{,}25$; $r/h = 400$. Стрингеры — уголки $4 \times 3{,}5 \times 0{,}5 \cdot 10^{-2}$ м; шпангоуты — уголки $4 \times 8 \times 0{,}5 \cdot 10^{-2}$ м. Материал обшивки и ребер — листовой прокат АМГ — 6 М.

Рассмотрены оболочки с такими типами прогибов: *0* — идеальная оболочка; *1* — оболочка с одной вмятиной посредине; *2* — оболочка с двумя вмятинами; *3* — оболочка с четырьмя вмятинами. Длина вмятины для всех случаев $d\ell_i = 0{,}25$ и амплитуда прогибов $w_0/h = -1$.

На рис. 1–4 приведены зависимости критических частот для рассмотренных оболочек от величины коэффициентов упругого основания C_{11} (*a*) и C_{22} (*b*) для разных вариантов прогибов, где $f_1 = f_{ij}/f_{c\ell}$; $f_{c\ell} = \dfrac{r}{2\ell}\sqrt{\dfrac{Egh}{\rho_0 r^3}}/\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}$ — минимальная частота колебаний

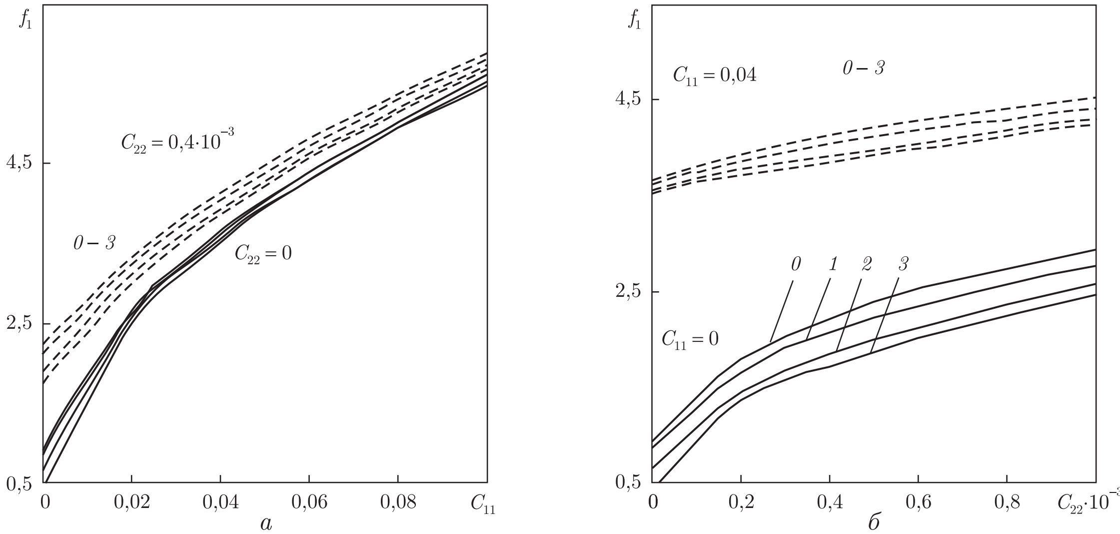

Рис. 2. Оболочка, подкрепленная стрингерами. Зависимости $f_1 = f(C_{11})$ (*а*) и $f_1 = f(C_{22})$ (*б*)

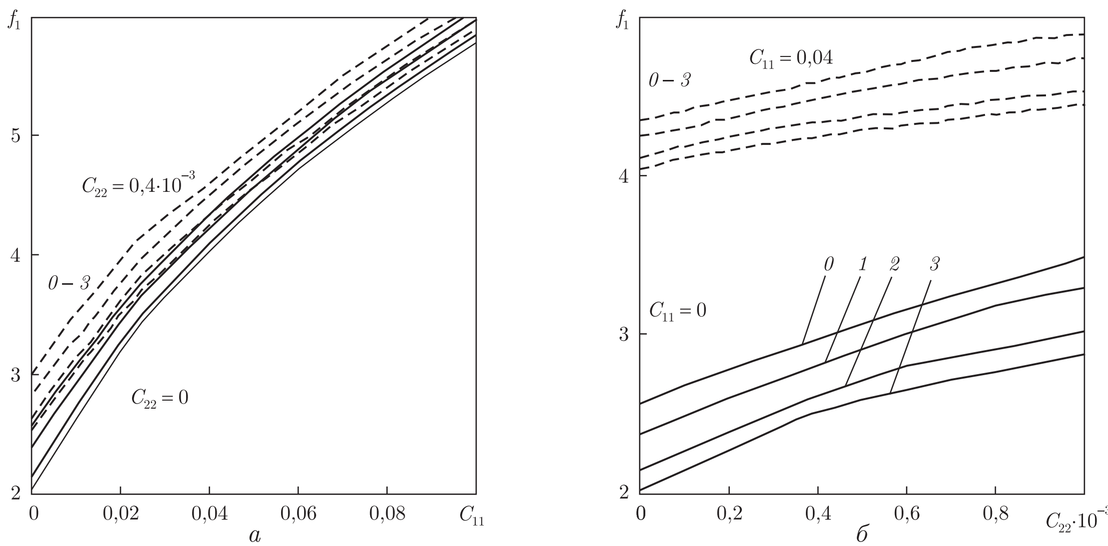

Рис. 3. Оболочка, подкрепленная шпангоутами. Зависимости $f_1 = f(C_{11})$ (*а*) и $f_1 = f(C_{22})$ (*б*)

идеальной неподкрепленной оболочки; E, μ, ρ_0 — модуль упругости, коэффициент Пуассона и плотность материала обшивки.

Для всех рассмотренных оболочек (см. рис. 1–4) с ростом коэффициентов C_{11} и C_{22} минимальные частоты колебаний возрастают.

Для гладкой и стрингерной оболочек графики во многом аналогичны и даже близки. Для оболочек, подкрепленных шпангоутами (см. рис. 3), и оболочек, подкрепленных стрингерами и шпангоутами (см. рис. 4), графики также подобны, но в последней минимальные величины f_1 немного снижаются по сравнению с рис. 3.

Наличие вмятин во всех рассмотренных оболочках снижает величины f_1.

При $C_{22} = 0$ (сплошные линии) и наличии вмятин (*1*, *2*, *3*) величины f_1 почти не изменяются по сравнению с идеальной оболочкой (см. рис. 1, *а* — 4, *а*). При $C_{22} = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$

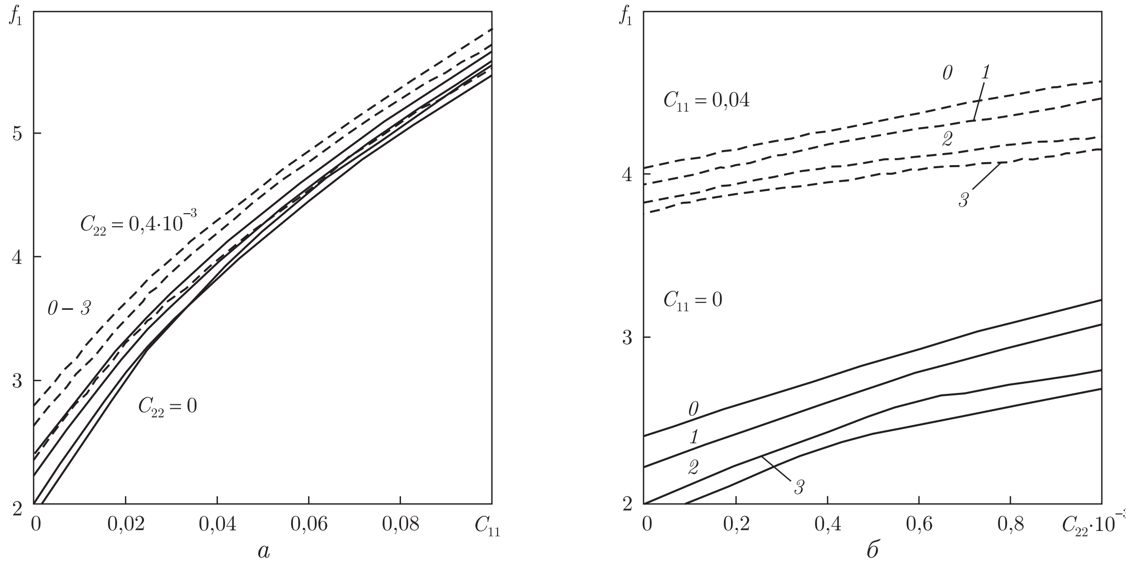

Рис. 4. Оболочка, подкрепленная стрингерами и шпангоутами. Зависимости $f_1 = f(C_{11})$ (a) и $f_1 = f(C_{22})$ ($б$)

(штриховые линии) величины f_1 снижаются с ростом числа вмятин, но растут с ростом C_{11} (см. рис. 1, *а* — 4, *а*) для всех рассмотренных типов оболочек.

На рис. 1, *б* — 4, *б* представлены зависимости f_1 от $C_{22} \cdot 10^{-3}$ при $C_{11} = 0$ и $C_{11} = 0{,}04$. С ростом C_{22} и $C_{11} = 0$ минимальные частоты колебаний заметно снижаются при фиксированных C_{22} и ростом числа вмятин.

При $C_{11} = 0{,}04$ и с ростом C_{22} минимальные частоты колебаний увеличиваются. Если C_{22} фиксировано и $C_{11} = 0{,}04$, увеличение числа вмятин снижает частоты колебаний.

Таким образом, в настоящей работе разработана методика определения минимальных частот колебаний подкрепленных цилиндрических оболочек на упругом основании. Исследовано влияние коэффициентов упругого основания на величины минимальных частот колебаний как в идеальных оболочках, так и в оболочках с вмятинами.

1. *Гавриленко Г. Д., Мацнер В. И.* Свободные колебания гладких цилиндрических оболочек с локальными осесимметричными прогибами // Доп. НАН Украины. – 2007. – № 12. – С. 54–60.
2. *Гавриленко Г. Д., Мацнер В. И.* Аналитический и численный методы определения частот колебаний в нагруженных ребристых оболочках. – Киев: ИД "Академперіодика", 2010. – 111 с.
3. *Гавриленко Г. Д., Мацнер В. И.* Колебания ребристых цилиндрических оболочек при различных типах нагрузок // Theoretical foundations of civil engineering. Polish-Ukrainian-Lithuanian Transactions. Vol. 21. – Warsaw, 2013. – P. 199–204.
4. *Головко К. Г., Луговий П. З., Мейш В. Ф.* Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках. – Киев: Изд.-полиграф. центр "Киевский университет", 2012. – 541 с.

Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 28.01.2014

Г. Д. Гавриленко, В. Й. Мацнер

Методика визначення мінімальних частот коливань недосконалих ребристих циліндричних оболонок на пружній основі

Запропоновано підхід для визначення мінімальних частот коливань ребристих циліндричних оболонок, які знаходяться в пружному середовищі (пружна основа) і мають осесиметричні недосконалості форми. Наведено результати розрахунків впливу параметрів осесиметричних недосконалостей (числа вм'ятин, їх довжини і амплітуд) на мінімальні частоти коливань для різних значень коефіцієнтів пружної основи.

G. D. Gavrylenko, V. I. Matsner

A method of determination of the minimum frequencies of oscillations of imperfect ribbed cylindrical shells on elastic foundations

An approach to the determination of the critical frequencies of oscillations of ribbed cylindrical shells in the elastic medium (elastic foundation) with axisymmetric irregularities of their forms is proposed. The results of studies of the effect of the parameters of axisymmetric imperfections (the number of dents, their lengths and amplitudes) on the minimum frequencies of oscillations at various coefficients characterizing the elastic foundation are presented.