

О ВЛИЯНИИ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ НА ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ИЗ ЕМКОСТИ ПРИ МГНОВЕННОМ РАСКРЫТИИ ОТВЕРСТИЯ

Численно исследованы волновые газодинамические процессы при истечении из емкости в случае мгновенного раскрытия отверстия. Приведены зависимости количества волн и времени их существования от относительной площади отверстия. Получено выражение для коэффициента расхода, позволяющее при использовании математической модели со среднеобъемными параметрами определять изменение во времени давления и температуры газа с учетом влияния волновых эффектов в зависимости от площади отверстия.

Чисельно досліджені хвильові газодинамічні процеси при витіканні з ємності у випадку миттєвого відкриття отвору. Приведено залежності кількості хвиль та часу їх існування від відносної площі отвору. Одержано вираз для коефіцієнта витрати, що дозволяє при використанні математичної моделі із середньооб'ємними параметрами визначати зміну у часі тиску та температури газу із врахуванням впливу хвильових ефектів, в залежності від площі отвору.

Wave gas-dynamic processes of the discharge from the reservoir are numerically studied in the case of an instantaneous opened orifice. Dependences of the wave quantity and the time of its existence on a relative area of the orifice are given. An expression for the discharge coefficient is derived to determine variations in the time of the gas pressure and temperature considering the wave effects depending on the orifice area in cases where mathematical models use averaged volume parameters.

Для теоретического исследования переходных газодинамических процессов в емкостях используются математические модели различной степени сложности. Одной из широко используемых является модель со среднеобъемными параметрами, в которой используется система обыкновенных дифференциальных уравнений. В то же время, при достаточно малом времени раскрытия отверстий в емкости, в ней возникают волновые газодинамические процессы, для расчета которых следует применять модель с распределенными параметрами при использовании уравнений в частных производных. Несмотря на наличие волновых процессов для ускорения расчетов и в этом случае зачастую используется модель со среднеобъемными параметрами. При этом возникает вопрос о точности получаемых результатов (см., например, [1]). В настоящей работе рассмотрено несколько оценок влияния волновых процессов на опорожнение цилиндрической емкости при мгновенном раскрытии отверстия в ее торцевой части и при сверхкритическом режиме истечения.

Вначале рассмотрим вопрос о количестве волн до затухания волновых процессов и времени их существования. Модель со среднеобъемными параметрами может быть применена, если время протекания волновых процессов $t_{\bar{A}}$ мало по сравнению с характерным временем исследуемого процесса $t_{\bar{I}}$. При истечении из емкости это будет отношение времени протекания волновых процессов ко времени опорожнения емкости.

Время протекания волновых процессов можно оценить по формуле:

$$t_{\bar{A}} = N_{\bar{A}} \cdot L_0 / C_0,$$

где $N_{\bar{A}}$ – количество волн, отраженных от стенок емкости до затухания волновых процессов; L_0 – характерная длина емкости; C_0 – характерная скорость звука.

В качестве характерного времени процесса принимается время опорожнения емкости:

$$t_{\bar{I}} \approx \rho_0 V_0 / G_0,$$

где ρ_0 – плотность газа в начальный момент времени; V_0 – объем емкости; G_0 – массовый расход газа.

При истечении из емкости в качестве характерных параметров газа принимаются их начальные значения. Тогда отношение характерных времен, которое может быть использовано для оценки возможности применимости математической модели со среднеобъемными параметрами, должно удовлетворять условию:

$$\frac{t_{\hat{A}}}{t_{\hat{I}}} \approx N_{\hat{A}} \frac{G_0}{\rho_0 \cdot c_0 \cdot V_0 / L_0} \ll 1. \quad (1)$$

Для оценки количества отраженных волн $N_{\hat{A}}$ рассмотрим истечение газа из цилиндрической емкости через отверстие в ее торцевой части (рис. 1) при сверхкритическом режиме истечения и при мгновенном раскрытии отверстия. Результат решения уравнений газовой динамики в двумерной осесимметричной постановке методом Годунова [2] показан на рис. 2, где приведены графики зависимости количества волн $N_{\hat{A}}$ и времени их существования $t_{\hat{A}}$ (относительно времени опорожнения емкости $t_{\hat{E}}$) от относительной площади отверстия $S_{\hat{E}} / S_{\hat{O}}$ ($S_{\hat{O}}$ – площадь поперечного сечения емкости) при показателе адиабаты $\gamma = 1,4$. В связи с тем, что теоретическое время опорожнения емкости в вакуум стремится к бесконечности (при этом давление асимптотически стремится к нулю), для определенности в качестве времени опорожнения принято время, при котором давление в емкости падает до величины $p / p_0 = 0,02$ (p_0 – давление в емкости в начальный момент времени). Сплошные кривые на рис. 2 отвечают относительному давлению в волнах разрежения $\Delta p_{\hat{A}} / p_0 = 0,02$, штриховые – $\Delta p_{\hat{A}} / p_0 = 0,01$.

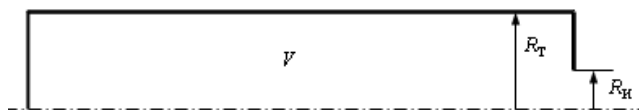


Рис. 1

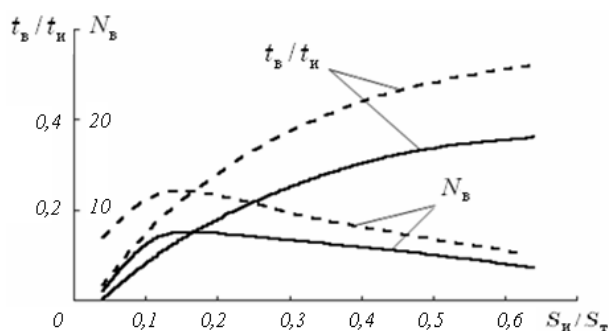


Рис. 2

Из рисунка следует, что с увеличением площади отверстия время существования волновых процессов постоянно растет. Причем для падения давления в волне от своего начального значения до 0,01 требуется время примерно в

полтора раза большее, чем до давления $\Delta p_{\hat{A}} / p_0 = 0,02$. В то же время количество волн сначала увеличивается, а затем падает. Увеличение количества волн при увеличении $S_{\hat{E}} / S_{\hat{O}}$ до $\sim 0,12$ происходит вследствие роста амплитуды давления в волнах (при меньших $S_{\hat{E}} / S_{\hat{O}}$ количество волн больше, но в связи с уменьшением со временем их амплитуды они достаточно быстро становятся меньшими заданного значения 0,02 или 0,01). При $S_{\hat{E}} / S_{\hat{O}} > 0,12$ все больше сказывается демпфирующее влияние отверстия на волновые процессы в емкости и количество волн уменьшается. Из рисунка также следует, что количество волн $N_{\hat{A}}$ до затухания волновых процессов можно принять равным десяти.

В [3] приведены безразмерные уравнения, представляющие собой балансы массы, импульса и энергии для конечного объема – емкости с входным и выходным отверстиями. В безразмерные коэффициенты при членах уравнений, в отличие от их дифференциального представления, входят как критерии подобия, так и начальные и граничные условия, геометрические параметры емкости, которые определяют изменение параметров газа в течение переходного процесса. Из рассмотрения этих коэффициентов следует, что при сверхкритическом истечении и при мгновенном раскрытии отверстия, когда влияние вязкости газа и теплообмена со стенками на быстропотекающие волновые процессы несущественно, задача определяется только показателем адиабаты γ и относительной площадью отверстия $S_{\hat{E}} / (V_{\hat{O}} / L_{\hat{O}})$, где $V_{\hat{O}}$ и $L_{\hat{O}}$ – объем и длина емкости. Поэтому приведенные выше зависимости и выводы имеют достаточно общий характер.

Использование модели со среднеобъемными параметрами возможно, если малой является амплитуда волн. В [3] получено, что относительная амплитуда первой (максимальной) волны разрежения линейно зависит от относительной площади отверстия:

$$\Delta p_{\hat{A}} / p_0 = k \cdot S_{\hat{E}} / S_{\hat{O}}. \quad (2)$$

При $\gamma = 1,4$ коэффициент пропорциональности $k = 0,61$. При малой величине комплекса $k \cdot S_{\hat{E}} / S_{\hat{O}}$ также может быть применена модель со среднеобъемными параметрами.

Модель со среднеобъемными параметрами может быть использована и при наличии волновых процессов. Так как изменения во времени осредненных по объему емкости параметров газа при наличии волновых процессов отличаются от параметров, полученных при использовании математической модели со среднеобъемными параметрами, то в последнем случае влияние волновых эффектов учитывают с помощью коэффициента расхода. Так, в работе [1] приведены результаты исследований зависимости коэффициента расхода от времени в начальный период истечения, когда происходят интенсивные волновые процессы, при мгновенном раскрытии отверстия с привлечением теоретических расчетов и экспериментальных данных (в дальнейшем, при квазистационарном истечении, все большую роль оказывает влияние теплообмен со стенками).

В настоящей работе получено соотношение для коэффициента расхода в зависимости от площади отверстия.

Из результатов расчетов волновых процессов следует, что при использо-

вании в качестве безразмерного времени $\bar{t} = t/t_0$, где t_0 – время опорожнения емкости с постоянным сверхкритическим расходом G_{E0}

$$t_0 = \frac{\rho_0 V_0}{G_{E0}} = \frac{V_0}{S_{E0} c_0 f_1(\gamma_0)}, \quad G_{E0} = S_{E0} \frac{\rho_0}{c_0} \gamma_0 f_1(\gamma_0), \quad (3)$$

где

$$f_1 = \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}},$$

среднее обезразмеренное давление $\bar{p} = p/\rho_0$ зависит только от S_E/S_0 и практически не зависит от длины цилиндрической емкости, за исключением небольших длин, когда проявляется неоднородный характер течения.

На рис. 3 показано изменение осредненных значений давления (рис. 3.а) и температуры (рис. 3.б) при изменении времени t/t_0 . Кривыми 3 – 8 показаны расчеты соответственно при $R_E/R_0 = 12/15, 10/15, 8/15, 7/15, 5/15, 3/15$. Здесь же жирными сплошными кривыми 1 и штриховыми кривыми 2 показаны результаты решения уравнений со среднеобъемными параметрами соответственно для адиабатического и изотермического процессов.

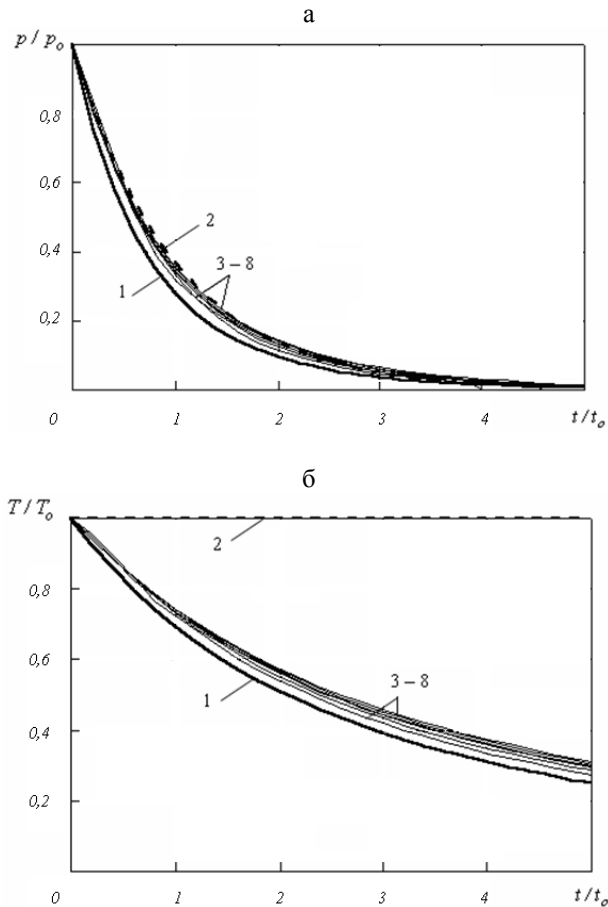


Рис. 3

Из рисунков видно, что кривые давления и температуры при численном решении проходят выше кривой адиабатического процесса, хотя теплообмен со стенками емкости здесь не учитывался, при распространении волн разрежения потерь механической энергии потока не происходит. При этом отклонение кривых температуры от адиабатического процесса с уменьшением отверстия увеличивается (для рассмотренного диапазона размеров отверстия). Данное отклонение происходит в начальный период истечения. В дальнейшем кривые температуры, полученные при численном решении, проходят эквидистантно от кривой адиабатического процесса.

Такие отклонения параметров объясняются тем, что при распространении в емкости первой волны разрежения давление возле среза меньше среднеобъемного давления. По этой причине меньшим по сравнению со «среднеобъемным» является расход газа и, соответственно, большими – давление и температура.

Отметим, что расчеты проведены при следующем диапазоне исходных параметров: $L_T / R_T = 1,7 \div 27$, $p_0 / p_h = 0,5 \cdot 10^4 \div 10^4$, $c_0 / c_h = 1 \div \sqrt{10}$ (величины с индексом h соответствуют параметрам окружающего пространства).

В формуле для определения времени t_0 используется эффективная площадь сечения $S_{\dot{E}} = \mu_D \cdot S_{\dot{E}}$ ($S_{\dot{E}}$ – фактическая площадь отверстия). Тогда первое из выражений (3) можно записать в виде:

$$t_0 = \frac{V}{\mu_D S_{\dot{E}} c_0 f_1(\gamma)}.$$

Если полагать, что истечение с образованием волн (кривые 3 – 8) адиабатическое, а отклонение этих кривых от кривой 1 объясняется влиянием волновых эффектов, то для каждой кривой можно подобрать коэффициент расхода, который бы минимизировал данное отклонение. Такая зависимость коэффициента расхода μ_D от относительной площади отверстия $S_{\dot{E}} / S_0$ показана кривой 1 на рис. 4. Прямая 2, близкая к кривой 1, определяется по формуле:

$$\mu_D = 0,792 + 0,182 \cdot \frac{S_{\dot{E}}}{S_0}. \quad (4)$$

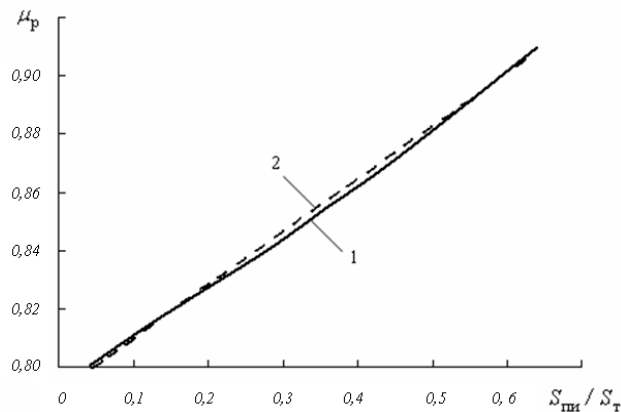


Рис. 4

Тогда зависимость относительных давления и температуры от безразмерного времени с учетом влияния коэффициента расхода μ_D (4) принимает вид, показанный на рис. 5.

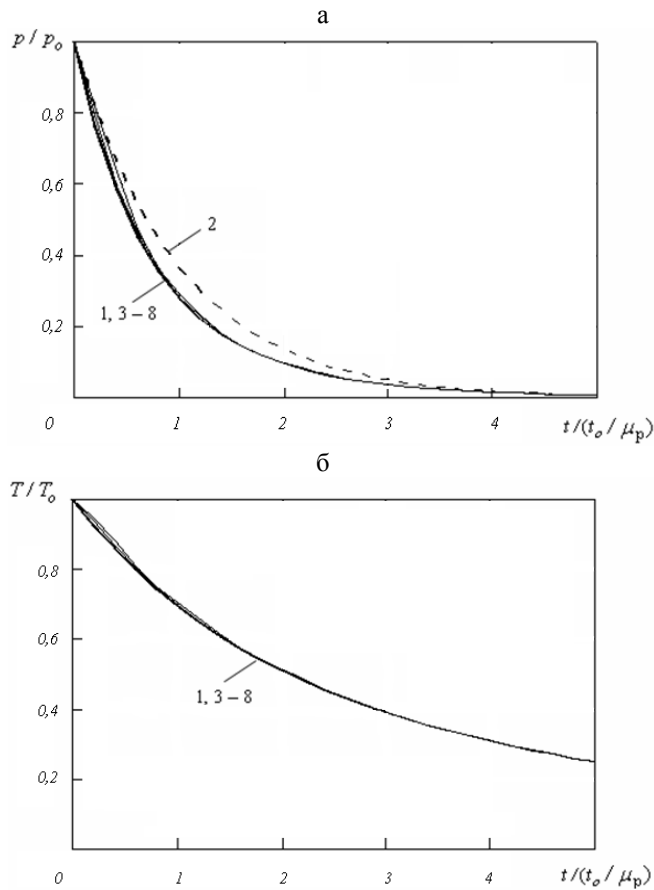


Рис. 5

Из рисунка видно, что за исключением начального участка все кривые ложатся на кривые адиабатического процесса. И обратно – из кривых адиабатического процесса, полученных при решении уравнений со среднеобъемными параметрами, разделив безразмерное время t/t_0 на μ_D , можно получить приближенные кривые истечения, которые практически не отличаются от результатов, показанных на рис. 3. На рис. 6 приведены разности давления $\Delta p = p_3 - p_1$ и температуры $\Delta T = T_3 - T_1$, отнесенные к своим начальным значениям, для $R_E/R_0 = 10/15$ (при этом коэффициент расхода $\mu_D = 0,873$). Здесь индексом «3» обозначены параметры, приведенные на рис. 3, индексом «П» – приближенные параметры.

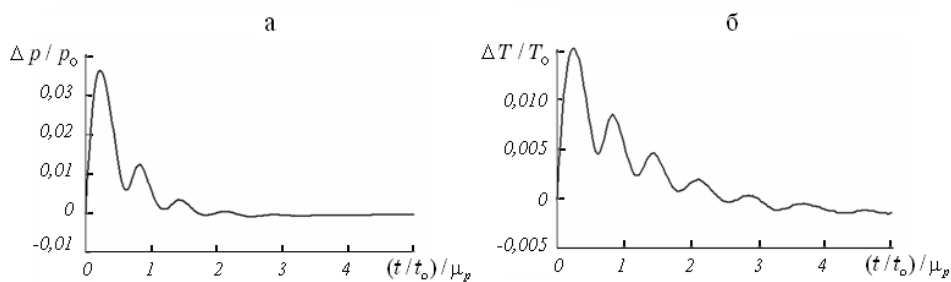


Рис. 6

Из рисунка видно, что и для осредненных параметров газа сказывается волновой характер истечения. Погрешность приближенного определения

давления составляет $\sim 4\%$, температуры – $1,5\%$. При меньших размерах отверстия погрешности еще ниже.

Выводы. Для задачи сверхкритического истечения газа из цилиндрической емкости при мгновенном раскрытии в ней отверстия получена зависимость отношения времени существования волн в емкости ко времени ее опорожнения от относительной площади отверстия, которая носит достаточно общий характер. При малой величине этого отношения возможно применение математической модели со среднеобъемными параметрами.

Получено выражение для коэффициента расхода, которое позволяет, используя безразмерные зависимости изменения во времени давления и температуры, полученные при использовании математической модели со среднеобъемными параметрами при адиабатическом режиме истечения, определять такие зависимости, учитывающие влияние волновых эффектов для достаточно широкого диапазона изменения относительной площади отверстия.

Количество волн до затухания волновых процессов можно принять равным десяти.

1. *Архипов В. А.* К гипотезе квазистационарности при истечении газа из ресивера / *В. А. Архипов, А. П. Березиков, В. Ф. Трофимов* // ПМТФ. – 2004. – № 4 – С. 50 – 57.
2. *Годунов С. К.* Численное решение многомерных задач газовой динамики / *С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов.* – М. : Наука, 1976. – 400 с.
3. *Дегтяренко В. И.* Условия применимости упрощенных математических моделей для описания нестационарных газодинамических процессов в емкостях / *В. И. Дегтяренко* // Техническая механика. – 2002. – № 1. – С. 33 – 42.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 23.06.09,
в окончательном варианте 03.12.09