

А. М. Харитонов

ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА
ТРАНСПОРТИРУЮЩЕЙ ТРАЕКТОРИИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ
МЕЖПЛАНЕТНЫХ ПЕРЕЛЕТОВ С КОМБИНИРОВАНИЕМ
БОЛЬШОЙ И МАЛОЙ ТЯГИ

*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,
пр. Глушкова, 4е, 03127, Киев, Украина; e-mail kharytonov@univ.kiev.ua*

Abstract. An approach is proposed to construct the optimal trajectories of interplanetary transfers with combination of the high trust and low trust. It is based on using the modified method of carrying trajectory to optimize the heliocentric part of trajectory. On an example of transfer Earth – Mars with duration of 180 astronomical days, a comparative analysis is carried out for trajectories and parameters of spacecraft, which are optimal, when the classic and modified methods of carrying trajectory are using.

Key words: bi-modal nuclear rocket engine, optimal trajectories of interplanetary transfers, modified method of carrying trajectory.

Введение.

Среди приоритетных направлений современной космонавтики, относящихся к освоению ближнего космоса, следует выделить пилотируемые экспедиции к Луне и Марсу [8, 12, 14]. При планировании таких экспедиций выдвигаются весьма жесткие требования относительно временных и топливных затрат, необходимых для их осуществления. Удовлетворить этим требованиям можно, применяя перспективные двигательные системы, оснащенные ядерными источниками энергии, прежде всего – ядерные ракетные двигатели, которые могут использоваться для генерирования как большой, так и малой тяги [1, 9 – 12]. В этой связи задачи оптимизации межпланетных перелетов с комбинированием большой и малой тяги представляют значительный практический интерес.

Расчет межпланетных траекторий космических аппаратов (КА) с двухрежимными ядерными ракетными двигателями (ДЯРД) осложняется рядом факторов. Прежде всего, отметим необходимость учета ограниченности тяги при расчете участков большой тяги. Для получения предварительных оценок эффективности применения ДЯРД был предложен [5, 7, 13] упрощенный подход к построению оптимальных траекторий межпланетных перелетов с комбинированием большой и малой тяги, основанный на модифицированном методе сфер влияния (ММСВ) [4]. При этом принято, что траектория КА имеет три участка, на каждом из которых учитывается гравитационное влияние только одного небесного тела. Необходимым для применения указанного подхода условием является использование аналитического решения для задачи гелиоцентрического движения с малой тягой. Такое решение получено [5, 7, 13] с помощью метода транспортирующей траектории (МТТ) [2] в его «нулевом» приближении. Для небольших угловых дальностей перелета, характерных для пилотируемых полетов, применение такого подхода в целом оправдано. В то же время, согласно полученным оценкам [13], выигрыш в полезной нагрузке от комбинирования большой и малой тяги по сравнению с вариантом перелета без использования малой тяги не превосходит 8%. При этом погрешность в значениях функционала при использовании «нулевого» приближения МТТ составляет около 20% [2], что приводит к погрешности определения массы полезной нагрузки в 2 – 3%. Таким образом, повышение точности определения топливных затрат на выполнение маневра с малой тягой оказывается важной задачей.

В данной работе для расчета движения с малой тягой на гелиоцентрических участках использован модифицированный метод транспортирующей траектории (ММТТ), предложенный в [6]. Это позволило, сохранив возможность использования аналитического решения, значительно повысить точность расчета. Сравнение результатов применения подходов, основанных на МТТ и ММТТ, проведено на примере оптимизации перелета КА с круговой орбиты спутника Земли на круговую орбиту спутника Марса за 180 суток.

§1. Постановка задачи.

Рассмотрим задачу о доставке максимальной полезной нагрузки при выполнении межпланетного перелета (например, перелета Земля – Марс), сформулированную с помощью плоской круговой модели движения планет вокруг Солнца (рис. 1).

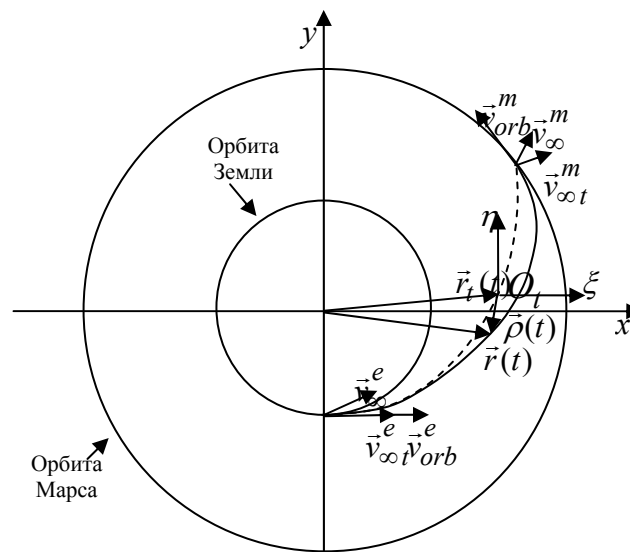


Рис. 1

На рис. 1 $\vec{v}_{\infty t}^e$ и $\vec{v}_{\infty t}^m$ – планетоцентрические скорости на границах сфер влияния Земли и Марса, соответствующие перелету по транспортирующей траектории; \vec{v}_{∞}^e и \vec{v}_{∞}^m – планетоцентрические скорости на границах сфер влияния, соответствующие перелету с комбинированием большой и малой тяги; \vec{v}_{orb}^e и \vec{v}_{orb}^m – орбитальные скорости Земли и Марса. Штриховой линией, соединяющей точки на круговых гелиоцентрических орбитах планет старта и назначения, показана транспортирующая траектория, а сплошной линией – расчетная траектория перелета.

Общая задача оптимального комбинирования большой и малой тяги сводится к определению законов управления двухрежимной двигательной системой и распределению массовых затрат на генерирование тяги (включающих топливные затраты и массу двигательной системы) между участками большой и малой тяги с целью максимизации полезной нагрузки при заданных стартовой массе КА и времени выполнения перелета [5]. Оптимизируемыми параметрами, определяющими распределение топливных затрат между участками большой и малой тяги, являются вектора скоростей \vec{v}_{∞}^e и \vec{v}_{∞}^m . При этом задача оптимизации межпланетного перелета формулируется как задача оптимального управления динамической системой с разрывами и сменой фазового пространства, изменение фазовых координат которой описывается уравне-

ниями для активных участков в сферах влияния планет старта и назначения. Смена фазового пространства происходит в момент окончания активного участка маневра в сфере влияния планеты старта (Земли) и начала второго активного участка в сфере влияния планеты назначения (Марса). При этом масса КА в момент начала второго активного участка определяется через конечную массу первого активного участка и скорости $\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m$ [5]

$$m(t_2) = \frac{m(t_1)}{1 + \alpha \cdot m(t_1) \cdot J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m)}, \quad (1.1)$$

где $\alpha = M_* V_*^2 / 2 N_{el \max} t_*$ ($N_{el \max}$ – максимальная электрическая мощность питания двигателя малой тяги; M_*, V_*, t_* – масштабы массы, скорости и времени) – безразмерный энергетический параметр, представляющий собой отношение характерной кинетической энергии КА к характерной энергии, потребляемой двигателем малой тяги от источника энергии; $m(t_1), m(t_2)$ – безразмерные массы КА в момент окончания первого и начала второго активного участка, соответственно; $J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m)$ – оптимальное значение функционала задачи движения на гелиоцентрическом участке, представляющего собой интеграл от квадрата абсолютного значения вектора реактивного ускорения $\vec{a}(t)$ ($J = \int_{t_1}^{t_2} a^2 dt$). Это значение зависит от параметров общей задачи оптимизации межпланетного перелета \vec{v}_∞^e и \vec{v}_∞^m , входящих в краевые условия задачи об оптимизации движения на гелиоцентрическом участке.

В [5] предложены необходимые условия оптимального выбора законов управления и параметров задачи, включающие соответствующие условия трансверсальности и условия скачка, позволяющие свести задачу оптимального управления к двухточечной краевой задаче. Решение краевой задачи выполнено методом стрельбы, т.е. путем минимизации абсолютных значений невязок в граничных условиях на правом конце траектории за счет выбора оптимизируемых параметров. Для построения алгоритма численного решения краевой задачи необходимо иметь возможность аналитического задания входящих в условия скачка производных $\partial m(t_2) / \partial v_{\infty x}^e, \partial m(t_2) / \partial v_{\infty y}^e, \partial m(t_2) / \partial v_{\infty x}^m, \partial m(t_2) / \partial v_{\infty y}^m$ (или, при использовании выражения (1.1), производных $\partial J / \partial v_{\infty x}^e, \partial J / \partial v_{\infty y}^e, \partial J / \partial v_{\infty x}^m, \partial J / \partial v_{\infty y}^m$) в виде функций оптимизируемых параметров – компонентов векторов скоростей $v_{\infty x}^e, v_{\infty y}^e, v_{\infty x}^m, v_{\infty y}^m$.

При решении задачи движения на гелиоцентрическом участке в точной постановке аналитически определить указанные производные невозможно, поэтому необходимо использовать упрощенные подходы, одним из которых является МТГ. Согласно МТГ (рис. 1), радиус-вектор центра масс КА в гелиоцентрической системе координат $\vec{r}(t)$ представляем в виде [2]

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_i(t) + \vec{\rho}(t), \quad (1.2)$$

где \vec{r}_i – радиус-вектор начала транспортирующей системы координат, движущейся по кеплеровской дуге (штриховая линия на рис. 1); $\vec{\rho}(t)$ – радиус-вектор центра масс КА в транспортирующей системе координат $O_i \xi \eta$.

Если отклонение $\vec{\rho} = (\xi, \eta)$ истинной траектории КА (сплошная линия на рис. 1) от транспортирующей кеплеровской дуги невелико, можно выполнить линеаризацию

членов уравнений движения, описывающих гравитационное воздействие Солнца и записать эти уравнения в виде [2]

$$\ddot{\xi} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)^0 \xi + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right)^0 \eta + a_x; \quad \ddot{\eta} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right)^0 \xi + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)^0 \eta + a_y, \quad (1.3)$$

где через U обозначен потенциал гравитационного поля Солнца; a_x, a_y – компоненты вектора реактивного ускорения.

При небольших угловых дальностях перелета реактивное ускорение значительно превосходит возмущения гравитационного ускорения и в уравнениях (1.3) членами, описывающими эти возмущения, можно пренебречь. При этом, в так называемом «нулевом» приближении МТТ, задача оптимизации движения на гелиоцентрическом участке формулируется следующим образом [5]:

$$\dot{\xi} = v_\xi; \quad \dot{\eta} = v_\eta; \quad \dot{v}_\xi = a_x; \quad \dot{v}_\eta = a_y; \quad J = a_x^2 + a_y^2; \quad J(t_2) \rightarrow \min;$$

$$\xi(t_1) = 0; \quad \eta(t_1) = 0; \quad v_\xi(t_1) = v_{\infty x}^e - v_{\infty tx}^e; \quad v_\eta(t_1) = v_{\infty y}^e - v_{\infty ty}^e;$$

$$\xi(t_2) = 0; \quad \eta(t_2) = 0; \quad v_\xi(t_2) = v_{\infty x}^m - v_{\infty tx}^m; \quad v_\eta(t_2) = v_{\infty y}^m - v_{\infty ty}^m;$$

$$J(t_1) = 0, \quad (1.4)$$

где v_ξ, v_η – компоненты вектора скорости КА в транспортирующей системе координат; t_1, t_2 – моменты начала и окончания движения на гелиоцентрическом участке, при этом $T = t_2 - t_1$ – фиксированное время выполнения гелиоцентрического маневра.

Использование «нулевого» приближения МТТ позволяет получить аналитическое выражение для оптимального значения функционала в задаче (1.4) [5]

$$J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m) = \frac{4}{t_2 - t_1} \left[\{ (v_{\infty tx}^m - v_{\infty tx}^e)^2 + (v_{\infty tx}^m - v_{\infty tx}^e)(v_{\infty tx}^e - v_{\infty tx}^e) + (v_{\infty tx}^e - v_{\infty tx}^e)^2 \} + \{ (v_{\infty ty}^m - v_{\infty ty}^e)^2 + (v_{\infty ty}^m - v_{\infty ty}^e)(v_{\infty ty}^e - v_{\infty ty}^e) + (v_{\infty ty}^e - v_{\infty ty}^e)^2 \} \right]. \quad (1.5)$$

Возникающие вследствие линеаризации погрешности определяются величинами отбрасываемых членов уравнений движения, описывающих возмущения гравитационного ускорения при переходе от транспортирующей траектории к истинной. Как следует из уравнений (1.3), влияние указанных возмущений тем больше, чем больше абсолютные значения компонентов вектора $\vec{\rho} = (\xi, \eta)$. На рис. 1 показано характерное расположение оптимальных траекторий перелета относительно транспортирующей кеплеровской дуги. В каждом конкретном случае оптимальная траектория определяется соответствующими граничными условиями в задаче (1.4). Как следует из рис. 1, в достаточно широком угловом секторе, относящемся к конечной фазе маневра, отклонения оптимальных траекторий от транспортирующей весьма значительны. Именно это обстоятельство и определяет существенные (20–25%) погрешности при определении оптимальных значений функционала при использовании «нулевого» приближения МТТ [2]. Таким образом, очевидно, что для повышения точности расчета транспортирующую траекторию следует сдвинуть так, чтобы уменьшить указанные отклонения. Эта идея лежит в основе модификации метода транспортирующей траектории [6]. Согласно ММТТ транспортирующая траектория представляет собой кусочно-гладкую кривую, образованную отрезками кеплеровских дуг, соединяющих заранее выбранные точки пространства. При выборе опорных точек, в данном случае

следует учесть необходимость выполнения параметрической оптимизации, заключающейся в выборе оптимальных значений максимальной тяги P_{\max} , определяющей массу подсистемы большой тяги и максимальной электрической мощности $N_{el\max}$, определяющей массу подсистемы малой тяги. Параметрическая оптимизация выполняется численно, путем перебора значений параметров. Каждой паре значений $P_{\max}, N_{el\max}$ соответствуют свои оптимальные векторы $\vec{v}_{\infty}^e, \vec{v}_{\infty}^m$ и, следовательно, своя оптимальная траектория движения на гелиоцентрическом участке. Учитывая, что при выполнении параметрической оптимизации, с целью уменьшения объема расчетов, целесообразно использовать общую для всех пар параметров $P_{\max}, N_{el\max}$ транспортирующую траекторию, в качестве опорных, естественно, выбрать точки, располагающиеся на оптимальной траектории, соответствующей значениям $P_{\max}^0, N_{el\max}^0$, оптимальным при решении задачи с помощью «нулевого» приближения МТТ. Как следует из приведенных ниже результатов, указанный выбор транспортирующей траектории позволяет обеспечить приемлемую для получения предварительных оценок точность определения топливных затрат на гелиоцентрическом участке в достаточно широкой области изменения параметров, окружающей $P_{\max}^0, N_{el\max}^0$.

§2. Применение модифицированного метода транспортирующей траектории.

Прежде всего, отметим, что в случае круговых планетоцентрических орбит старта и назначения при постановке внутренних задач ММСВ направления векторов асимптотических скоростей \vec{v}_{∞}^e и \vec{v}_{∞}^m могут задаваться произвольно. Эти направления определяются, исходя из решения внешней задачи, а именно – из решения следующей задачи на условный экстремум [5]:

$$J(v_{\infty x}^e, v_{\infty y}^e, v_{\infty x}^m, v_{\infty y}^m) \rightarrow \min; \quad (v_{\infty x}^e)^2 + (v_{\infty y}^e)^2 = (v_{\infty}^e)^2; \quad (v_{\infty x}^m)^2 + (v_{\infty y}^m)^2 = (v_{\infty}^m)^2. \quad (2.1)$$

Из необходимых условий минимума соответствующей функции Лагранжа могут быть получены следующие соотношения:

$$\frac{1}{v_{\infty x}^e} \frac{\partial J}{\partial v_{\infty x}^e} = \frac{1}{v_{\infty y}^e} \frac{\partial J}{\partial v_{\infty y}^e}; \quad \frac{1}{v_{\infty x}^m} \frac{\partial J}{\partial v_{\infty x}^m} = \frac{1}{v_{\infty y}^m} \frac{\partial J}{\partial v_{\infty y}^m}. \quad (2.2)$$

Согласно (2.2) только две из четырех компонентов векторов скоростей $\vec{v}_{\infty}^e = (v_{\infty x}^e, v_{\infty y}^e)$ и $\vec{v}_{\infty}^m = (v_{\infty x}^m, v_{\infty y}^m)$ являются независимыми. Таким образом, применение необходимых условий оптимальности для общей задачи оптимизации межпланетного перелета требует определения оптимального значения функционала J в виде функции двух независимых параметров оптимизации (например, $J = J(v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m)$) и вычисления соответствующих производных $(\partial J / \partial v_{\infty x}^e, \partial J / \partial v_{\infty x}^m)$ [5]. Опишем алгоритм определения указанных величин при описании движения на гелиоцентрическом участке с помощью ММТТ.

Следуя ММТТ [6], примем, что начало транспортирующей системы координат $O_i \xi \eta$ движется по кривой (транспортирующей траектории), состоящей из n гладких участков, каждый из которых представляет собой кеплеровскую дугу. В $n-1$ момент сопряжения этих дуг $t_i, i = \overline{1, n-1}$, транспортирующая траектория непрерывна, однако скорость движения начала координат O_i имеет разрыв. Обозначим

$$\Delta v_x^i = v_x^{i+} - v_x^{i-}; \quad \Delta v_y^i = v_y^{i+} - v_y^{i-} \quad (i = \overline{1, n-1}), \quad (2.3)$$

где индексом «+» обозначены компоненты векторов скоростей справа, а индексом «-» – слева от точки сопряжения. Кроме того, обозначим через $t_0 = 0$ момент начала движения, а через $t_n = T$ – момент его окончания.

При использовании «нулевого» приближение МТТ уравнения движения и граничные условия распадаются на две независимые части, содержащие проекции на оси $O_i\xi$ и $O_i\eta$. Для каждой из частей независимо может быть сформулирована своя вариационная задача. Запишем постановку задачи для части, содержащей проекции на ось $O_i\xi$. Для части, содержащей проекции на $O_i\eta$, постановка имеет совершенно аналогичный вид, только индексы « x » и « ξ » следует, соответственно, заменить на « y » и « η ».

На произвольном i -ом участке движения начала транспортирующей системы координат уравнения движения в проекции на ось $O_i\xi$ запишем в виде

$$\dot{\xi} = v_\xi; \quad \dot{v}_\xi = a_x; \quad J_x^i = a_x^2. \quad (2.4)$$

Форма граничных условий зависит от расположения соответствующего участка. При этом отдельно следует выделить первый и последний участки, поскольку только для этих участков в запись граничных условий входят параметры оптимизации $v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m$.

Для первого участка ($t \in [t_0, t_1]$) имеем

$$\xi(t_0) = 0; \quad \xi(t_1) = \xi_1; \quad v_\xi(t_0) = v_\xi^e; \quad v_\xi(t_1) = v_\xi^l; \quad J_x^1(t_0) = 0; \quad J_x^1(t_1) \rightarrow \min, \quad (2.5)$$

$$(v_\xi^e = v_{\infty x}^e - v_{\infty Tx}^e). \quad (2.6)$$

Для внутренних участков ($t \in [t_i, t_{i+1}]$, $i = \overline{1, n-2}$) –

$$\xi(t_i) = \xi_i; \quad \xi(t_{i+1}) = \xi_{i+1}; \quad v_\xi(t_i) = v_\xi^i - \Delta v_x^i; \quad v_\xi(t_{i+1}) = v_\xi^{i+1};$$

$$J_x^i(t_i) = 0; \quad J_x^i(t_{i+1}) \rightarrow \min. \quad (2.7)$$

Для завершающего n -го участка ($t \in [t_{n-1}, t_n]$) –

$$\xi(t_{n-1}) = \xi_{n-1}; \quad \xi(t_n) = 0; \quad v_\xi(t_{n-1}) = v_\xi^{n-1} - \Delta v_x^{n-1};$$

$$v_\xi(t_n) = v_\xi^m; \quad J_x^n(t_{n-1}) = 0; \quad J_x^n(t_n) \rightarrow \min \quad (2.8)$$

$$(v_\xi^m = v_{\infty x}^m - v_{\infty Tx}^m). \quad (2.9)$$

Для одномерной задачи оптимизации перехода КА из начального положения (ξ_0, v_0) в конечное (ξ_1, v_1) при движении в бессиловом поле можно получить аналитическое выражение для оптимального значения интегрального функционала J [3]

$$J = \frac{4}{t_1 - t_0} \left(v_1^2 + v_0^2 + v_1 v_0 + 3 \frac{(\xi_1 - \xi_0)^2}{(t_1 - t_0)^2} - 3 \frac{(v_1 + v_0)(\xi_1 - \xi_0)}{(t_1 - t_0)} \right). \quad (2.10)$$

В соответствии с ММТТ [6], параметры ξ_i и v_ξ^i , определяющие положение и скорость в момент перехода от i -го участка транспортирующей траектории к $i+1$ -ому, следует выбирать, исходя из условия минимума общего функционала задачи

$J_x = \sum_{i=1}^n J_x^i(t_i)$. Выражение, определяющее $J_x^i(t_i)$, строится путем выбора соответствующих условий из (2.5), (2.7), (2.8) и их подстановки в (2.10).

Составляя производные $\partial J_x / \partial \xi_i$ и $\partial J_x / \partial v_\xi^i$ и приравнивая их к нулю, приходим к системе из $2(n-1)$ линейных уравнений относительно $2(n-1)$ неизвестных ξ_i и v_ξ^i ($i = \overline{1, n-1}$)

$$A\bar{x} = \bar{b}_x, \quad (2.11)$$

где $2(n-1)$ -мерный вектор \bar{x} строится следующим образом:

$$\bar{x} = (\xi_1, v_\xi^1, \xi_2, v_\xi^2, \dots, \xi_{n-1}, v_\xi^{n-1})^T. \quad (2.12)$$

Компоненты матрицы $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1,2n-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{2n-2,1} & \dots & a_{2n-2,2n-2} \end{bmatrix}$ и вектора $\bar{b}_x = (b_{x1}, \dots, b_{x2n-2})^T$

имеют такой вид:

$$\left. \begin{aligned} a_{2i-1,j} &= 0, \\ a_{2i,j} &= 0, \end{aligned} \right\} (j = \overline{1, 2i-4}, \quad i = \overline{3, n-2});$$

$$\left. \begin{aligned} a_{2i-1,2i-3} &= -2/t_{i,i-1}^3; a_{2i-1,2i-2} = -1/t_{i,i-1}^2; \\ a_{2i,2i-3} &= 3/t_{i,i-1}^2; a_{2i,2i-2} = 1/t_{i,i-1}; \end{aligned} \right\} (i = \overline{2, n-2});$$

$$\left. \begin{aligned} a_{2i-1,2i-1} &= 2(1/t_{i+1,i}^3 + 1/t_{i,i-1}^3); a_{2i-1,2i} = (1/t_{i+1,i}^2 - 1/t_{i,i-1}^2); \\ a_{2i,2i-1} &= 3(1/t_{i+1,i}^2 - 1/t_{i,i-1}^2); a_{2i,2i} = 2(1/t_{i+1,i} + 1/t_{i,i-1}); \end{aligned} \right\} (i = \overline{1, n-1});$$

$$\left. \begin{aligned} a_{2i-1,2i+1} &= -2/t_{i+1,i}^3; a_{2i-1,2i+2} = 1/t_{i+1,i}^2; \\ a_{2i,2i+1} &= -3/t_{i+1,i}^2; a_{2i,2i+2} = 1/t_{i+1,i}; \end{aligned} \right\} (i = \overline{1, n-2});$$

$$\left. \begin{aligned} a_{2i-1,j} &= 0; \\ a_{2i,j} &= 0; \end{aligned} \right\} (j = \overline{2i+3, 2n-2}, \quad i = \overline{1, n-3}); \quad (2.13)$$

$$b_{x1} = 1/t_1^2 v_\xi^e + 1/t_{21}^2 \Delta v_x^1; \quad b_{x2} = -1/t_1 v_\xi^e + 2/t_{21} \Delta v_x^1;$$

$$\left. \begin{aligned} b_{x2i-1} &= 1/t_{i+1,i}^2 \Delta v_x^i - 1/t_{i,i-1}^2 \Delta v_x^{i-1}; \\ b_{x2i} &= 2/t_{i+1,i} \Delta v_x^i + 1/t_{i,i-1} \Delta v_x^{i-1}; \end{aligned} \right\} (i = \overline{2, n-2});$$

$$b_{x2n-3} = 1/t_{n,n-1}^2 \Delta v_x^{n-1} - 1/t_{n-1,n-2}^2 \Delta v_x^{n-2} - 1/t_{n,n-1}^2 v_\xi^m;$$

$$b_{x2n-2} = 2/t_{n,n-1} \Delta v_x^{n-1} + 1/t_{n-1,n-2} \Delta v_x^{n-2} - 1/t_{n,n-1} v_\xi^m, \quad (t_{k,k-1} = t_k - t_{k-1}, \quad k = \overline{1, n}). \quad (2.14)$$

Таким образом, функционал J (2.1) может быть представлен в виде

$$J = J_x + J_y; \quad J_x = J_x(v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m, \xi_i(v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m), v_\xi^i(v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m));$$

$$J_y = J_y(v_{\infty y}^e, v_{\infty y}^m, \eta_i(v_{\infty y}^e, v_{\infty y}^m), v_\eta^i(v_{\infty y}^e, v_{\infty y}^m)) \quad (i = \overline{1, n-1}), \quad (2.15)$$

где ξ_i и v_ξ^i ($i = \overline{1, n-1}$) определяются через параметры $v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m$ путем решения системы (2.11).

Исходя из (2.15), производные $\partial J / \partial v_{\infty x}^e \equiv \partial J_x / \partial v_{\infty x}^e, \partial J / \partial v_{\infty y}^e \equiv \partial J_y / \partial v_{\infty y}^e,$
 $\partial J / \partial v_{\infty x}^m \equiv \partial J_x / \partial v_{\infty x}^m, \partial J / \partial v_{\infty y}^m \equiv \partial J_y / \partial v_{\infty y}^m$ запишем в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_x}{\partial v_{\infty x}^e} &= \frac{\partial J_x^1(t_1)}{\partial v_{\infty x}^e} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial J_x}{\partial \xi_i} \frac{\partial \xi_i}{\partial v_{\infty x}^e} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial J_x}{\partial v_\xi^i} \frac{\partial v_\xi^i}{\partial v_{\infty x}^e}; \\ \frac{\partial J_x}{\partial v_{\infty x}^m} &= \frac{\partial J_x^n(t_n)}{\partial v_{\infty x}^m} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial J_x}{\partial \xi_i} \frac{\partial \xi_i}{\partial v_{\infty x}^m} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial J_x}{\partial v_\xi^i} \frac{\partial v_\xi^i}{\partial v_{\infty x}^m}; \\ \frac{\partial J_y}{\partial v_{\infty y}^e} &= \frac{\partial J_y^1(t_1)}{\partial v_{\infty y}^e} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial J_y}{\partial \eta_i} \frac{\partial \eta_i}{\partial v_{\infty y}^e} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial J_y}{\partial v_\eta^i} \frac{\partial v_\eta^i}{\partial v_{\infty y}^e}; \\ \frac{\partial J_y}{\partial v_{\infty y}^m} &= \frac{\partial J_y^n(t_n)}{\partial v_{\infty y}^m} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial J_y}{\partial \eta_i} \frac{\partial \eta_i}{\partial v_{\infty y}^m} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial J_y}{\partial v_\eta^i} \frac{\partial v_\eta^i}{\partial v_{\infty y}^m}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Поскольку значения $\xi_i, v_\xi^i,$ и η_i, v_η^i ($i = \overline{1, n-1}$) определяются из условий $\partial J_x / \partial \xi_i = 0, \partial J_x / \partial v_\xi^i = 0$ и $\partial J_y / \partial \eta_i = 0, \partial J_y / \partial v_\eta^i = 0$, соответственно, в правых частях (2.16) ненулевыми оказываются только первые слагаемые. В результате вычислений, с учетом выражений (2.6), (2.9), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_x}{\partial v_{\infty x}^e} &= \frac{4}{t_1} \left[2(v_{\infty x}^e - v_{\infty tx}^e) + v_\xi^1 - \frac{3\xi_1}{t_1} \right]; \\ \frac{\partial J_x}{\partial v_{\infty x}^m} &= \frac{4}{t_{n,n-1}} \left[2(v_{\infty x}^m - v_{\infty tx}^m) + v_\xi^{n-1} - \Delta v_x^{n-1} + \frac{3\xi_{n-1}}{t_{n,n-1}} \right]; \\ \frac{\partial J_y}{\partial v_{\infty y}^e} &= \frac{4}{t_1} \left[2(v_{\infty y}^e - v_{\infty ty}^e) + v_\eta^1 - \frac{3\eta_1}{t_1} \right]; \\ \frac{\partial J_y}{\partial v_{\infty y}^m} &= \frac{4}{t_{n,n-1}} \left[2(v_{\infty y}^m - v_{\infty ty}^m) + v_\eta^{n-1} - \Delta v_y^{n-1} + \frac{3\eta_{n-1}}{t_{n,n-1}} \right]. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Исходя из условий (2.2), предложим следующий алгоритм определения неизвестных величин $\xi_i, v_\xi^i, \eta_i, v_\eta^i, v_{\infty y}^e, v_{\infty y}^m$ ($i = \overline{1, n-1}$) через величины $v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m$. Вначале из системы (2.11) определяем значения ξ_i, v_ξ^i ($i = \overline{1, n-1}$). Используя эти значения, можем вычислить левые части уравнений (2.2). Введем обозначения:

$$K^e = \frac{1}{v_{\infty x}^e} \frac{\partial J}{\partial v_{\infty x}^e}; \quad K^m = \frac{1}{v_{\infty x}^m} \frac{\partial J}{\partial v_{\infty x}^m}. \quad (2.18)$$

Используя обозначения (2.18) и учитывая (2.17), перепишем уравнения (2.2) в виде

$$\begin{aligned} \left(K^e - \frac{8}{t_1} \right) v_{\infty y}^e + \frac{12}{t_1^2} \eta_1 - \frac{4}{t_1} v_\eta^1 &= -\frac{8}{t_1} v_{\infty ty}^e; \\ \left(K^m - \frac{8}{t_{n,n-1}} \right) v_{\infty y}^m - \frac{12}{t_{n,n-1}^2} \eta_{n-1} - \frac{4}{t_{n,n-1}} v_\eta^{n-1} &= -\frac{4}{t_{n,n-1}} (2v_{\infty ty}^m + \Delta v_y^{n-1}). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Необходимые условия минимума функционала J по переменным η_i, v_η^i ($i = \overline{1, n-1}$) приводят к системе линейных уравнений, аналогичной (2.11). Однако, если в системе (2.11) компоненты асимптотических скоростей $v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m$ приняты известными и поэтому содержащие их члены входили в состав компонентов вектора правых частей, то в новой системе компоненты $v_{\infty y}^e, v_{\infty y}^m$ уже неизвестны. Поэтому эта система должна быть дополнена уравнениями (2.19). В результате получаем следующую систему из $2n$ линейных уравнений:

$$\widehat{A}\bar{y} = \bar{b}_y, \quad (2.20)$$

где матрица A имеет вид

$$\widehat{A} = \begin{bmatrix} K^e - \frac{2}{t_1} & \frac{3}{t_1^2} & -\frac{1}{t_1} & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{1}{t_1^2} & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,2n-2} & \dots \\ \frac{1}{t_1} & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,2n-2} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{1}{t_{n,n-1}^2} \\ \dots & a_{2n-2,1} & a_{2n-2,2} & \dots & a_{2n-2,2n-2} & \frac{1}{t_{n,n-1}} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{t_{n,n-1}^2} & -\frac{1}{t_{n,n-1}} & K^m - \frac{2}{t_{n,n-1}} \end{bmatrix}; \quad (2.21)$$

компоненты a_{ij} ($i = \overline{1, 2n-2}, j = \overline{1, 2n-2}$) определяем формулами (2.13)

Компоненты вектора правых частей задаем выражениями

$$\begin{aligned} b_{y1} &= -(2/t_1)v_{\infty y}^e; \quad b_{y2} = -(1/t_1^2)v_{\infty y}^e + (1/t_1^2)\Delta v_y^1; \quad b_{y3} = (1/t_1)v_{\infty y}^e + (2/t_{21})\Delta v_y^1; \\ b_{y2i} &= (1/t_{i+1,i}^2)\Delta v_y^i - (1/t_{i,i-1}^2)\Delta v_y^{i-1}; \quad b_{y2i+1} = (2/t_{i+1,i})\Delta v_y^i + (1/t_{i,i-1})\Delta v_y^{i-1} \quad (i = \overline{2, n-2}); \\ b_{y2n-2} &= (1/t_{n,n-1}^2)\Delta v_y^{n-1} - (1/t_{n-1,n-2}^2)\Delta v_y^{n-2} + (1/t_{n,n-1}^2)v_{\infty y}^m; \\ b_{y2n-1} &= (2/t_{n,n-1})\Delta v_y^{n-1} + (1/t_{n-1,n-2})\Delta v_y^{n-2} + (1/t_{n,n-1})v_{\infty y}^m, \\ b_{y2n} &= -(1/t_{n,n-1})(2v_{\infty y}^m + \Delta v_y^{n-1}). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Вектор неизвестных \bar{y} имеет вид

$$\bar{y} = (v_{\infty y}^e, \eta_1, v_\eta^1, \eta_2, v_\eta^2, \dots, \eta_{n-1}, v_\eta^{n-1}, v_{\infty y}^m)^T. \quad (2.23)$$

Решение системы (2.20) завершает процедуру вычисления параметров, определяющих движение на гелиоцентрическом участке межпланетного перелета (компонентов векторов \bar{x} (2.12) и \bar{y} (2.23)). Если задать значения $v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m$, то из условий (2.15) и (2.17) определим оптимальное значение функционала $J(v_{\infty x}^e, v_{\infty x}^m)$ и производные $\partial J / \partial v_{\infty x}^e, \partial J / \partial v_{\infty x}^m$, необходимые для записи условий скачка и решения общей вариационной задачи оптимизации межпланетного перелета в соответствии с алгоритмом [5].

§3. Результаты и их анализ.

Исследование эффективности комбинирования большой и малой тяги и точности учета топливных затрат на выполнение гелиоцентрического маневра с помощью модифицированного метода транспортирующей траектории выполним на примере задачи оптимизации межпланетного перелета Земля – Марс за 180 суток, рассмотренной в [5]. Высоты круговых орбит старта и назначения заданы и равны 400 км. Перелет выполняется по схеме, общий вид которой представлен на рис. 1. Все параметры КА приняты в соответствии с [13]. Рассмотрены варианты использования двухрежимной двигательной системы на основе ядерного ракетного двигателя, использующей термоэмиссионный преобразователь тепловой энергии в электрическую и турбомашинный преобразователь, работающий по циклу Брайтона. Модели, принятые для оценок масс подсистем большой и малой тяги, описаны в [13]. Учитывая сложность численного решения задачи, оптимизация параметров, определяющих массы подсистем большой и малой тяги (соответственно – максимальной тяги P_{\max} и максимальной электрической мощности $N_{el\max}$), была проведена путем перебора. При этом, так же, как и в работе [13] для обоих вариантов подсистемы малой тяги оптимальным оказалось значение максимальной тяги $P_{\max opt} = 261,1 \text{ кН}$, что соответствует максимальной тепловой мощности 1300 МВт. Таким образом, оптимальный выбор подсистемы большой тяги определяется, прежде всего, схемой перелета. В то же время, оптимальные значения максимальной электрической мощности существенно зависят и от типа подсистемы малой тяги и от точности оценки затрат топлива на гелиоцентрическом участке. Эффективность комбинирования участков большой и малой тяги определяется соотношением между массой сэкономленного за счет использования малой тяги топлива и массой подсистемы малой тяги. Сравнение значений полезной нагрузки, соответствующих различным значениям максимальной электрической мощности и рассчитанных при применении МТТ и ММТТ, удобно выполнить с помощью рис. 2 (для подсистемы малой тяги с преобразованием энергии по циклу Брайтона) и рис. 4 (для подсистемы с термоэмиссионным преобразованием энергии). Оценить точность определения функционала вариационной задачи для гелиоцентрических участков можно с помощью рис. 3 и 5, где для указанных типов подсистем малой тяги приведены значения погрешности в определении функционала в зависимости от максимальной электрической мощности. В этом случае погрешность определяем, используя формулу: $\text{погрешность} = [(J_{\text{ММТТ}} - J_{\text{exact}}) / J_{\text{exact}}] \times 100\%$, где $J_{\text{ММТТ}}$ – значение функционала, определенное с помощью ММТТ; J_{exact} – значение, полученное при точном ре-

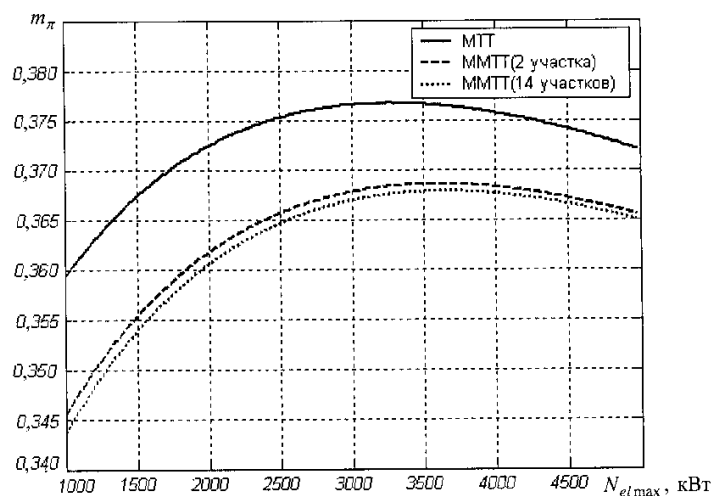


Рис. 2

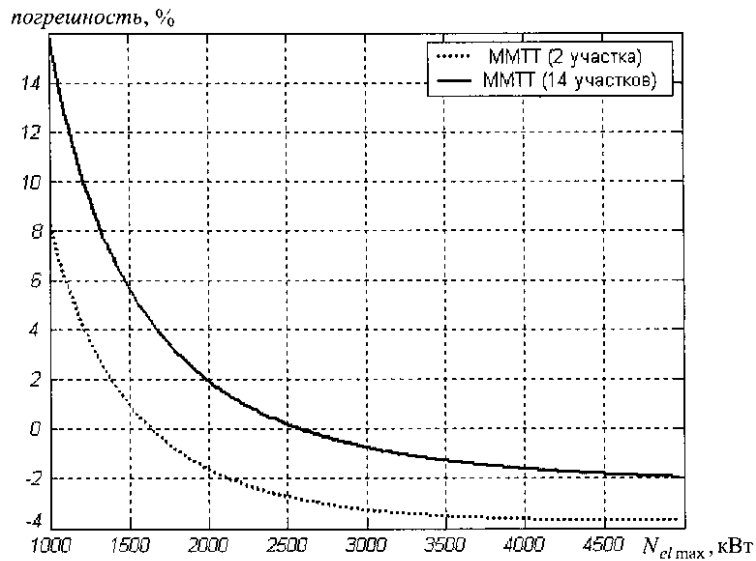


Рис. 3

шении вариационной задачи гелиоцентрического движения, соответствующее тем же граничным условиям, что и при применении ММТТ. Здесь также принято оптимальное значение максимальной тяги двигательной системы большой тяги. В расчетах с помощью ММТТ использованы два варианта транспортирующей траектории: траектория, состоящая из двух участков, и траектория, состоящая из 14 участков. Точки сопряжения участков выбраны на оптимальной траектории, соответствующей значениям P_{\max}^0 , $N_{el\max}^0$, оптимальным при решении задачи с помощью «нулевого» приближения МТТ, таким образом, чтобы движущаяся по траектории точка попадала в данные точки пространства в заданные моменты времени. В случае двух участков точка сопряжения соответствовала моменту $0,8T$, где T – время движения на гелиоцентрическом участке, а в случае 14 участков моменты, соответствующие точкам сопряжения, распределены равномерно в отрезке $[0, T]$. Отметим, что при использовании количества участков, большего, чем 14, значения функционала изменяются незначительно (меньше, чем на 1%).

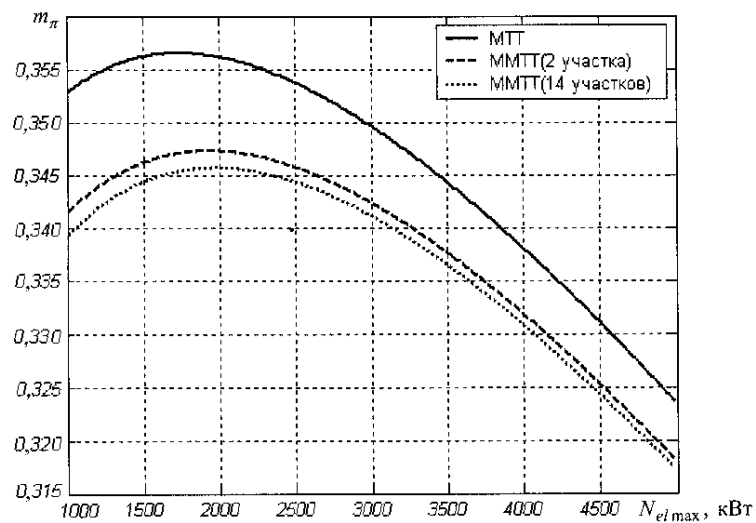


Рис. 4

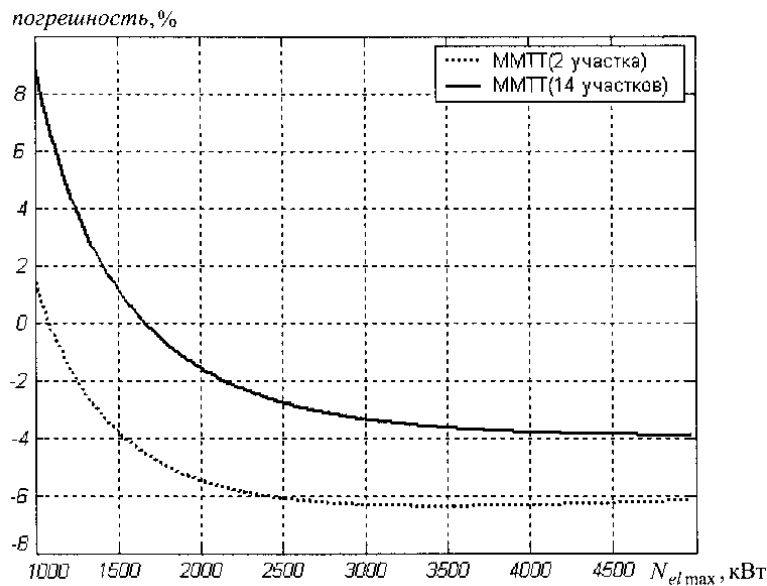


Рис. 5

Для подсистемы малой тяги с преобразованием энергии по циклу Брайтона оптимальные значения максимальной электрической мощности составили $N_{el\max opt} = 3260$ кВт при использовании МТТ, $N_{el\max opt} = 3580$ кВт — при использовании ММТТ (2 участка) и $N_{el\max opt} = 3640$ кВт — при использовании ММТТ (14 участков). Очевидно, что при использовании «нулевого» приближения МТТ получаем завышенные оценки полезной нагрузки, что связано с погрешностями в определении функционала вариационной задачи движения на гелиоцентрическом участке вследствие пренебрежения членами уравнений (1.4), отвечающими за возмущения гравитационного ускорения. Для оптимальных параметров при использовании МТТ абсолютное значение погрешности составляет 20,2%.

При использовании ММТТ отклонения оптимальной траектории от транспортирующей оказываются существенно меньше, что приводит к уменьшению указанных погрешностей (для оптимальных параметров абсолютные значения погрешности составляют 1,5% и 3,5% при использовании транспортирующей траектории, состоящей, соответственно, из 14 и 2 участков, (см. рис. 3)) и снижению оптимальных значений полезной нагрузки примерно на 2,5%. Отметим, что при значениях $N_{el\max}$, далеких от оптимального, существенную погрешность в определении функционала дает и ММТТ, однако эта погрешность все же меньше получаемой при расчете по МТТ (последняя составляет 20 – 25% [2, 13]). Абсолютные значения погрешности возрастают при уменьшении $N_{el\max}$, что обусловлено тем, что при малых электрических мощностях оптимальные асимптотические скорости $\vec{v}_{\infty opt}^e$ и $\vec{v}_{\infty opt}^m$ незначительно отличаются от скоростей $\vec{v}_{\infty t}^e$ и $\vec{v}_{\infty t}^m$, соответствующих перелету только с помощью двигателя большой тяги и оптимальная траектория проходит близко к соответствующей кеплеровской дуге, удаляясь от транспортирующей траектории, построенной по ММТТ. Поэтому для малых электрических мощностей следует использовать МТТ, поскольку в качестве транспортирующей может быть принята кеплеровская дуга перелета с большой тягой. С указанным обстоятельством связаны и меньшие погрешности в определении функционала при использовании транспортирующей траектории, состоящей из двух участков. В то же время в области оптимальных значений $N_{el\max}$ преимущества ММТТ очевидны.

Следствием повышения точности являются более реалистичные оценки выигрыша в полезной нагрузке за счет комбинирования движения с большой и малой тягой по сравнению с применением только двигателя большой тяги: при расчете с помощью ММТТ (14 участков) выигрыш оценивается в 4,3%, тогда как при использовании МТТ – в 7%. Оптимальные значения компонентов векторов планетоцентрических скоростей на границах сфер влияния составляют: $v_{\infty opt x}^e = 2137$ м/с, $v_{\infty opt y}^e = 251$ м/с, $v_{\infty opt x}^m = 1401$ м/с, $v_{\infty opt y}^m = 417$ м/с при использовании МТТ, $v_{\infty opt x}^e = 2066$ м/с, $v_{\infty opt y}^e = 331$ м/с, $v_{\infty opt x}^m = 1431$ м/с, $v_{\infty opt y}^m = 411$ м/с при использовании ММТТ (2 участка) и $v_{\infty opt x}^e = 2067$ м/с, $v_{\infty opt y}^e = 246$ м/с, $v_{\infty opt x}^m = 1442$ м/с, $v_{\infty opt y}^m = 414$ м/с при использовании ММТТ (14 участков). При реализации перелета только за счет двигательной системы большой тяги эти скорости равны: $v_{\infty tx}^e = 3459$ м/с, $v_{\infty ty}^e = 0$, $v_{\infty tx}^m = 4664$ м/с, $v_{\infty ty}^m = 1713$ м/с. Таким образом, указанный выигрыш в полезной массе достигается за счет переноса значительной части необходимых для выполнения перелета энергозатрат на участок движения с малой тягой. Для подсистемы малой тяги с преобразованием энергии по циклу Брайтона масса сэкономленного за счет использования малой тяги топлива превосходит массу подсистемы малой тяги, что обуславливает эффективность перелета с комбинированием большой и малой тяги.

Для подсистемы малой тяги с термоэмиссионным преобразованием энергии оптимальные значения максимальной электрической мощности составили $N_{el max opt} = 1740$ кВт при использовании МТТ, $N_{el max opt} = 1920$ кВт – при использовании ММТТ (2 участка) и $N_{el max opt} = 1960$ кВт – при использовании ММТТ (14 участков). При расчете с помощью ММТТ для оптимальных параметров абсолютные значения погрешности в определении функционала вариационной задачи движения на гелиоцентрическом участке составляют 1,5% и 5,3% при использовании транспортирующей траектории, состоящей, соответственно, из 14 и 2 участков (рис. 5). При использовании МТТ для оптимальных параметров погрешность составляет 23%. Оптимальные значения полезной нагрузки по сравнению с расчетом с помощью МТТ снижаются примерно на 3%. Это приводит к тому, что если при расчете с помощью МТТ комбинирование большой и малой тяги позволяло получить 1,5% выигрыша в полезной нагрузке по сравнению с вариантом перелета только с помощью двигателя большой тяги, то при расчете с помощью ММТТ комбинирование большой и малой тяги приводит к уменьшению полезной нагрузки примерно на 1,5%.

Иначе, если масса сэкономленного за счет использования малой тяги топлива меньше, чем масса подсистемы малой тяги, то комбинирование большой и малой тяги неэффективно. Оптимальные значения компонентов векторов планетоцентрических скоростей на границах сфер влияния составляют $v_{\infty opt x}^e = 2730$ м/с, $v_{\infty opt y}^e = 309$ м/с, $v_{\infty opt x}^m = 2052$ м/с, $v_{\infty opt y}^m = 636$ м/с при использовании МТТ, $v_{\infty opt x}^e = 2666$ м/с, $v_{\infty opt y}^e = 382$ м/с, $v_{\infty opt x}^m = 2085$ м/с, $v_{\infty opt y}^m = 621$ м/с – при использовании ММТТ (2 участка) и $v_{\infty opt x}^e = 2668$ м/с, $v_{\infty opt y}^e = 322$ м/с, $v_{\infty opt x}^m = 2112$ м/с, $v_{\infty opt y}^m = 624$ м/с – при использовании ММТТ (14 участков).

Таким образом, применение ММТТ позволяет эффективно решать задачи оптимизации межпланетных перелетов с комбинированием большой и малой тяги в приближении ММСВ. Точность оценок топливных затрат на гелиоцентрическом участке существенно зависит от выбора транспортирующей траектории. Поэтому при необходимости параметрической оптимизации целесообразно использовать итерационный подход. На первом шаге получить оценки оптимальных параметров $P_{max}^0, N_{el max}^0$, ис-

пользуя обычный МТТ, а на втором – провести уточненный поиск оптимальных значений по ММТТ, построив транспортирующую траекторию по точкам, принадлежащим траектории, оптимальной для параметров, определенных на первом шаге. Как следует из рис. 3 и 5, указанный выбор транспортирующей траектории позволяет обеспечить высокую точность определения топливных затрат на гелиоцентрическом участке в достаточно широкой области изменения параметров, окружающей $P_{\max}^0, N_{el\max}^0$ и, таким образом, значительно уточнить результаты решения общей задачи оптимизации. Отметим также, что при удачном выборе точек сопряжения, удовлетворительную точность оценок топливных затрат на гелиоцентрическом участке по ММТТ можно получить уже в случае применения транспортирующей траектории, состоящей из двух участков.

РЕЗЮМЕ. Запропоновано підхід до побудови оптимальних траєкторій міжпланетних перельотів з комбінуванням великої та малої тяги, оснований на застосуванні модифікованого методу транспортуючої траєкторії для оптимізації геліоцентричної ділянки. На прикладі перельоту Земля-Марс за 180 діб проведено порівняльний аналіз траєкторій і параметрів космічного апарату, оптимальних при застосуванні класичного та модифікованого методів транспортуючої траєкторії.

1. *Акимов В.Н., Конохов В.Г., Коротеев А.А.* Эффективность применения многорежимных ядерных электродвигательных установок с машинным преобразованием энергии // Изв. РАН. Сер. Энергетика. – 2008. – №3. – С. 20 – 27.
2. *Белецкий В.В., Егоров В.А.* Межпланетные полеты с двигателями постоянной мощности // Космические исследования. – 1964. – 2, № 3. – С. 303–330.
3. *Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В.* Механика космического полета. Проблемы оптимизации. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
4. *Ильин В.А., Кузмак Г.Е.* Оптимальные перелеты космических аппаратов с двигателями большой тяги. – М.: Наука, 1976. – 744с.
5. *Кифоренко Б.Н., Харитонов А.М.* Оптимальные перелеты космических аппаратов с двухрежимными ядерными двигателями // Прикл. механика. – 2010. – 46, №10. – С. 78 – 89.
6. *Суханов А.А., де А. Прадо А.Ф.Б.* Модификация метода транспортирующей траектории // Космические исследования. – 2004. – 42, №1. – С.107–112.
7. *Харитонов А.М.* Оптимизация межпланетных траекторий космических аппаратов с двухрежимными ядерными ракетными двигателями // Проблемы управления и информатики. – 2009. – №4. – С. 126 – 141.
8. *Barbieri S.* Europe’s Approach to Human Space Missions // Proceedings of the 61st Int. Astronautical Congress, Prague, Czech Republic, September 27 – October 1, 2010. Paper IAC-10-B3.8 – E7.7.2.
9. *Borowski S.K.* “Bimodal” nuclear thermal rocket (BNTR) propulsion for future human Mars exploration missions // NASA/CP – 2004 – 212963. – 2004. – 1. – P.305 – 323.
10. *Borowski S.K., Corban R.R., McGuire M.I., Beke E.G.* Nuclear thermal rocket/vehicle design options for future NASA missions to the Moon and Mars // AIAA Paper. – 1993. – N4170. – 36p.
11. *Borowski S.K., Dudzinski L.A., McGuire M.L.* Vehicle and mission design options for the human exploration of Mars/Phobos using “Bimodal” NTR and LANTR propulsion // NASA/TM – 1998 – 208834, Lewis Research Center. – 1998. – 47p.
12. *Howe S.* Recent Activities at the CSNR for Developing Nuclear Thermal Rockets // Proceedings of the 61st Int. Astronaut. Congress. – Prague, Czech Republic, September 27 – October 1, 2010. Paper IAC – 10 – C4.7 – C3.5.2.
13. *Kharytonov O.M., Kiforenko B.M.* Finite-thrust optimization of interplanetary transfers of space vehicle with bimodal nuclear thermal propulsion // Acta Astronautica. – 2011. – 69 – P. 223 – 233.
14. *Krikalev Yu.A.* Manned Spaceflights: Past Experience, Look into the Future // Proceedings of the 61st Int. Astronaut. Congress. – Prague, Czech Republic, September 27–October 1, 2010. Paper IAC – 10 – B3.1.1.

Поступила 01.11.2011

Утверждена в печать 06.06.2013