

В.И. Дырда, д-р техн. наук, профессор,
(ИГТМ НАН Украины),
В.А. Калашников, директор
(ООО «Валса-ГТВ»),
И.В. Хмель, главный обогатитель
(СевГОК),
Е.В. Калганков, аспирант
(ИГТМ НАН Украины)

КИНЕТИКА ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ В ШАРОВЫХ МЕЛЬНИЦАХ С РЕЗИНОВОЙ ФУТЕРОВКОЙ

Аннотация. Рассматривается проблема измельчения минерального сырья в шаровых мельницах с резиновой футеровкой. Рассматривается теория Кулона-Навье для расчёта энергоёмкости разрушения образцов железной руды при деформациях сжатия и сдвига. Показано, что наиболее энергосберегающим механизмом разрушения железной руды являются способы и средства, в которых реализуются преимущественно сдвиговые напряжения.

Ключевые слова: шаровые мельницы, резиновые футеровки, кинетика измельчения минерального сырья, теория Кулона-Навье, математическая модель разрушения минерального сырья

V.I. Dyrda, D. Sc. (Tech.), Professor
(IGTM NAS of Ukraine),
V.A. Kalashnikov, Director
(Valsa-GTV Ltd.)
I.V. Hmel, Chief Enricher
(Northern Mining and Processing Plant)
Ye.V. Kalgankov, Ph. D. Student
(IGTM NAS of Ukraine)

KINETICS OF GRINDING MINERAL RAW MATERIALS IN A BALL RUBBER LINED MILL

Abstract. The problem of grinding mineral raw materials in a ball rubber lined mill is considered. We consider the theory of Coulomb-Navier to calculate energy intensity of destruction of iron ore samples during the compression and shear deformations. It is shown that the ways and means in which the shear stresses are realized mainly are the most energy damage mechanism of iron ore.

Keywords: ball mills, rubber linings, kinetics of grinding mineral raw materials, Coulomb-Navier's theory, mathematical model of destruction of mineral raw materials

Постановка задачи

Проблема измельчения минерального сырья в шаровых мельницах достаточно подробно освещена в специальной литературе; обзор исследований наиболее полно представлен в работе Дэвиса С., Андреева С.Е., Олевского В.А. и ряда других авторов [1-4]. Все эти работы были опубликованы преимущественно до 1990 года; позже этому вопросу в известной литературе уделялось недостаточно внимания.

Между тем с ростом диаметра шаровых мельниц, увеличением их производительности и широким внедрением резиновых футеровок проблема кинетики измельчения сырья стала весьма актуальной. Рассмотрим кратко некоторые важные составляющие этой проблемы.

Известно [3], что рассматриваемая проблема сводится к установлению функциональной связи между удельной работой u затраченной на измельчение сырья, и удельной поверхностью F , т.е.

$$F = f(u).$$

Известно также о существовании ряда гипотез, связывающих подведенную к мельнице работу с показателем, характеризующим результаты процесса измельчения: таковы гипотезы Кирпичева, Бонда, Риттингера, Ребиндера и т.д. Все они в той или иной степени основаны на теориях прочности твёрдых тел Кулона, Навье, Мора и т.д.

Наиболее известной является гипотеза Риттингера, согласно которой вновь образованная поверхность при измельчении руды пропорциональна произведенной работе. Позже ряд исследователей, в том числе и Бонд, считали, что гипотеза Риттингера не совсем полно объясняет процесс измельчения. Так, для тонкого измельчения предлагается считать, что работа измельчения пропорциональна квадрату вновь образованной поверхности. Более подробно этот вопрос рассмотрен в [3]; там же делается и вывод, что для большинства материалов всё же подтверждается гипотеза Риттингера.

Приводится также пример: для измельчения кварца на мельнице первой стадии измельчения авторы [3] использовали формулу типа

$$F_0 = ku,$$

т.н. уравнение Риттингера в первом приближении, где k – постоянная Риттингера (измеряется в $\text{м}^2/\text{кВт}\cdot\text{ч}$) и характеризует ту поверхность материала, которая образуется при затрате работы в $1 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$. Для кварца $F_0 = 9500u \text{ м}^2/\text{т}$, где u измеряется в $\text{кВт}\cdot\text{ч}/\text{т}$.

Несмотря на усилия многих исследователей, среди которых можно назвать Миттагу, Тунцова А.Г., Загустина А.И., Товарова В.В. и других (обзор работ дан в [3]), уравнения кинетики измельчения минерального сырья, построенного с учётом строгих концепций механики разрушения твёрдых тел не существует.

В тридцатых годах прошлого века была выдвинута довольно известная гипотеза Загустина А.И., согласно которой «увеличение содержания в измельчённом материале какого-либо мелкого класса в единицу времени пропорционально остатку ещё не измельчённого к данному моменту класса той же крупности» (цитируется по [3]), т.е. зависимость остатка R на некотором сите от продолжительности измельчения t может быть выражена эмпирическим уравнением типа

$$R = R_0 \exp(k_1 t),$$

где R_0 – суммарный остаток на некотором сите перед началом измельчения, %;

R – то же в момент времени t , %;

k_1 – постоянная.

Это уравнение с различными дополнениями используется в практике исследования измельчения руд до настоящего времени.

Не оспаривая достоинства рассмотренных гипотез – их физический смысл вполне ясен, а математическая интерпретация отличается простотой изложения и подтверждена на уровне экспериментальных исследований – отметим правильность замечаний, сделанных в работе [3]. Их смысл сводится к следующему:

- гипотеза Риттингера «является статистической закономерностью и остаётся справедливой до тех пор, пока остаются неизменными все внешние условия»;
- при вращении мельницы в результате взаимодействия частиц руды и шаров образуются новые более мелкие частицы, общая поверхность которых увеличивается на некоторую величину ΔF ; при этом величина ΔF будет зависеть не только от израсходованной энергии, но и от целого ряда условий: от конструкции мельницы (в основном от величины её диаметра), диаметра шаров и величины их загрузки, от конструкции резиновой футеровки, от содержания влаги в пульпе и от физико-механических характеристик руды.

Последний фактор весьма важен по следующим причинам. В мельницу, например, второй стадии, руда поступает после целого ряда механических операций: разрушения взрывом, дроблением, измельчением в мельницах первой стадии и т.д. Т.е. измельчённый материал довольно существенно отличается от исходной руды, образцы из которой подвергались лабораторным исследованиям для определения физико-механических характеристик. И отличие это заключается прежде всего в изменении структуры материала на поверхности и в объёме, т.е. изменении его поверхности (трещиноватости), которую можно выразить некоторой функцией $Q(p)$, где p – повреждённость материала, определяемая экспериментально. Для этой цели могут быть использованы прямые физические методы – метод инфракрасной спектроскопии, метод ЯМР и т.д. – или метод определения механических характеристик (в основном модуля сдвига G и Юнга E) при сдвиге или сжатии образцов. При этом по изменению G (или E) можно будет судить о степени повреждённости материала и использовать эти данные равно как и функции $Q(p)$ в уравнении кинетики измельчения руды в шаровой мельнице с резиновой футеровкой. Рассмотрению такой проблемы посвящена настоящая работа.

Математическая модель разрушения минерального сырья

На сегодняшний день существует весьма многочисленная литература по разрушению горных пород, в том числе и при измельчении. Прежде чем перейти к изложению основного материала рассмотрим некоторые важные предпосылки, а основные составляющие теоретических и экспериментальных исследований многих авторов изложим в виде кратких эмпирических обобщений:

1. В инженерной практике наиболее характерным и универсальным информационным параметром, определяющим сопротивляемость руды измельчению, является эффективность измельчения, которая определяется как количество энергии, израсходованной на одну тонну кондиционного продукта (например, концентрата):

$$e_{эф} = \frac{U_э}{Q(\beta_k - \beta_{исх})},$$

где $U_э$ – количество энергии, израсходованной в единицу времени, кВт·ч;
 Q – количество руды, измельчённой за промежуток времени, т;
 $\beta_k, \beta_{исх}$ – содержание заданного класса крупности соответственно в измельчённом продукте и в исходной руде, %.

В случае постоянного состава перерабатываемой руды минимальное значение $e_{эф}$ будет свидетельствовать о работе мельницы в оптимальном режиме по параметрам загрузки и производительности.

2. При измельчении в мельницах разрушение руды происходит в результате внешнего воздействия сжимающих, растягивающих и скалывающих (сдвиговых) сил, соответствующих пределам прочности $[\sigma_{сж}]$, $[\sigma_p]$ и $[\tau]$ соответственно; под воздействием этих сил образуются новые поверхности разрушения. На практике трудно выделить составляющие сжатия, растяжения и сдвига в чистом виде, поэтому наряду с терминами «разрушение при растяжении» и «разрушение при сжатии, сдвиге» используются термины «разрушение при срезе, раздавливании или раскалывании» (при испытаниях на одноосное сжатие происходит осевое раскалывание образцов). Выделить при этом доминирующую составляющую также не представляется возможным, поэтому при расчётах прочности горных пород обычно ориентируются на данные о прочностных характеристиках, полученных при лабораторных испытаниях.

3. При анализе механизма разрушения образцов необходимо учитывать целый ряд факторов: пористость, структуру материала, наличие трещиноватости, влаги и т.д.

4. Применительно к процессу измельчения наиболее признанным и наиболее часто употребляемым является закон Риттингера, опубликованный в 1867 году. Риттингер считал, что расход энергии U на измельчение породы пропорционален вновь образованной поверхности с площадью F и не зависит от формы механизма измельчения и величины энергии удара, т.е.

$$U = KF = K \left(\frac{1}{d_{cp}} - \frac{1}{D_{cp}} \right) n,$$

где K – коэффициент пропорциональности или показатель удельной поверхностной энергоёмкости разрушения;

D_{cp} и d_{cp} – соответственно средние диаметры кусков породы до и после дробления;

n – количество кусков породы.

5. При анализе механизмов разрушения горных пород при измельчении в шаровых мельницах важную роль играет концепция квазихрупкого разрушения. Концепция позволяет рассматривать хрупкое и вязкое разрушение как предельные случаи квазихрупкого разрушения.

Концепция представляет собой эмпирическую закономерность, установленную экспериментально при испытаниях различных материалов, выполненных Г.Р. Ирвином и О.Е. Ороном [5, 6].

По мнению Г.П. Черепанова [5] эту концепцию можно изложить в следующем виде: «Величина необратимой работы, затраченной на образование единицы площади свободной поверхности тела при развитии трещины, является постоянной материала, не зависящей от нагрузок, формы и размеров тела».

6. Применительно к квазихрупкому разрушению горных пород при измельчении поверхностная энергия может рассматриваться как энергия взаимодействия частиц. Если разрушение породы произошло по некоторой поверхности, на еди-

ницу которой приходилось n_0 разорванных связей с одинаковой энергией взаимодействия u_0 , то поверхностная энергия на единицу площади U будет равна

$$U = \frac{u_0 m_0 n_0}{\rho_0 n}, \quad (1)$$

где u_0 – энергия взаимодействия частиц;
 m_0 – масса одной частицы;
 n_0 – число разорванных связей на единице поверхности;
 ρ_0 – плотность породы при некоторой температуре;
 n – число частиц.

Из формулы (1) следует, что поверхностная энергия пропорциональна энергии взаимодействия частиц.

Для улучшения технологических и экономических показателей процессов измельчения в барабанных мельницах используют различные приёмы. Такие как увеличение объёма мельниц, видоизменение профиля футеровки (конструкции) и применение более износостойких материалов, загрузку в мельницы самоизмельчения шаров и др.

В целях снижения тонины помола увеличивают число стадий измельчения, или изменяют величину и направление циркулирующих нагрузок. Однако ощутимых эффектов все эти приёмы пока не обеспечивают.

Одним из наиболее надёжных путей решения проблемы увеличения производительности по питанию головных мельниц и прироста по готовому классу в мельницах 1-й и последующих стадий измельчения, при одновременном снижении эксплуатационных затрат, является механизм создания сдвиговых напряжений на основе использования резиновых футеровок волнового профиля (для мельниц всех стадий измельчения).

Рассмотрим энергетическую составляющую процессов дробления и измельчения горных пород.

Как отмечалось выше, многие исследователи сходятся во мнении, что при одной и той же степени дробления независимо от способа разрушения энергия разрушения для одной и той же породы остаётся постоянной. Для идеально упругой породы удельная работа разрушения U_0 определяется как

$$U_0 = \frac{\sigma_{сж}^2}{2E}, \quad (2)$$

где $\sigma_{сж}$ – напряжение при сжатии образца породы;
 E – модуль упругости породы.

При вязких или пластических составляющих разрушения происходят дополнительные затраты энергии.

Как видно, все перечисленные формулы прочности носят полуэмпирический характер, а определение входящих в них коэффициентов требует проведения весьма обширных экспериментальных исследований. К тому же сами коэффициенты носят комплексный характер, т.е. они зависят от вида механизма разрушения материала (или образца), от масштабного фактора, структуры материала, наличия влаги, трещиноватости и т.д. Поэтому они малопригодны для выбора оптимального механизма разрушения горных пород. Более предпочтительными являются классические теории прочности, но и они вследствие природной дефектности и

неоднородности горных пород далеко не всегда позволяют адекватно описать процесс разрушения, особенно при измельчении в шаровой мельнице. Наиболее используемыми являются теория Кулона-Навье, теория Мора и теория трещин (Гриффитс, Орован, Черепанов и другие) [5]. Для железных руд наиболее подходящей является Теория Кулона-Навье. Рассмотрим её более подробно [7].

Кулон предложил теорию максимального касательного напряжения. Согласно этой теории образец разрушится, когда максимальное касательное напряжение в некотором микрообъёме материала достигнет предельной величины S_0 . Эта величина S_0 обычно называется прочностью материала при сдвиге. Если главные нормальные напряжения в образце $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, то максимальное касательное напряжение будет

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3).$$

Критерий разрушения Кулона можно записать в виде:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \geq S_0.$$

Навье несколько модифицировал теорию Кулона. Рассмотрим двумерный случай, когда нормальные напряжения σ_θ и касательные напряжения τ_θ действуют в плоскости разрушения образца горной породы. Этот случай весьма характерен для процесса разрушения железных руд в шаровых мельницах.

Согласно теории Кулона-Навье разрушение образца горной породы произойдёт в том случае, когда касательное напряжение, действующее в плоскости разрушения, достигнет величины

$$|\tau_\theta| = S_0 + \mu\sigma_\theta, \quad (3)$$

или

$$S_0 = |\tau_\theta| - \mu\sigma_\theta, \quad (4)$$

где $|\tau_\theta|$ – абсолютное значение касательного напряжения;

$\mu\sigma_\theta$ – выражение, тождественное силе трения на наклонной плоскости с углом θ ;

S_0 – прочность материала при сдвиге;

μ – коэффициент внутреннего трения;

σ_θ – нормальное напряжение на наклонной плоскости с углом θ .

В терминах нормального и касательного напряжений критерий прочности Кулона-Навье может быть записан в виде:

$$\sigma_\theta = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)2\cos 2\theta}{2 + (\sigma_1 - \sigma_3)}, \quad (5)$$

$$\tau_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\theta. \quad (6)$$

Отсюда

$$S_0 = |\tau_\theta| - \mu\sigma_\theta = -\frac{\rho}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)(\sin 2\theta - \mu \cos 2\theta). \quad (7)$$

При одноосном сжатии ($\sigma_1 = C_0$, $\sigma_3 = 0$) критерий Кулона-Навье можно записать следующим образом

$$C_0 = \frac{2S_0 Q(p)}{(\mu^2 + 1)^{0,5} - \mu}, \quad (8)$$

или

$$S_0 = \frac{1}{2} C_0 [(\mu^2 + 1)^{0,5} - \mu] \cdot Q(p), \quad (9)$$

где C_0 – прочность материала при сжатии;
 $Q(p)$ – некоторая функция, определяющая нарушенность структуры материала на поверхности или в объёме за счёт наличия дефектов различной природы, определяется экспериментально.

Сравнивая выражения (7) и (8) можно отметить, что при $\mu = 1$ (номинальное значение коэффициента внутреннего трения) прочность горной породы на сжатие всегда больше прочности при сдвиге, т.е. $C_0 > S_0$. Это один из весьма важных выводов теории прочности Кулона-Навье, который подтверждается экспериментально. Для горных пород при различных видах нагружения экспериментально доказано, что

$$\sigma_p < \tau_\theta < \sigma_{сж}.$$

При этом прочность горной породы на сжатие в 5-10 раз выше предела прочности на сдвиг и в 8-15 раз выше предела прочности на растяжение.

Такая же закономерность наблюдается и при рассмотрении энергоёмкости разрушения горной породы: при разрушении породы сжатием энергоёмкость в 10-20 раз (по мнению авторов работы – в 40-90 раз!) больше, чем при разрушении сдвиговыми или растягивающими напряжениями.

Рассмотрим пример определения энергоёмкости при разрушении железной руды со следующими механическими характеристиками, полученными при экспериментальных исследованиях стандартных образцов магнетитовых руд (функция повреждённости учитывается интегрально):

- модуль Юнга $E = 5,2 \cdot 10^5$ кгс/см²,
- модуль сдвига $G = 2,2 \cdot 10^5$ кгс/см²,
- прочность при сжатии $\sigma_{сж} = 398$ кгс/см²,
- прочность при сдвиге $\sigma_{сд} = 62$ кгс/см².

Используя выражение (2), получим:

$$\frac{\sigma_{сж}}{\sigma_{сд}} = \frac{398}{62} = 6,4; \quad U_{сж} = \frac{\sigma_{сж}^2}{2E} = \frac{398^2}{2 \cdot 5,2 \cdot 10^5} = 0,152;$$

$$U_{сд} = \frac{\sigma_{сд}^2}{2G} = \frac{62^2}{2 \cdot 2,2 \cdot 10^5} = 0,00874; \quad \frac{U_{сж}}{U_{сд}} = \frac{0,152}{0,00874} = 17,4.$$

Как видно, энергоёмкость при разрушении образцов железной руды при деформациях сжатия в 17,4 раза больше, чем при разрушении сдвиговыми напряжениями.

Таким образом, наиболее энергосберегающим механизмом разрушения железных руд являются способы и средства, в которых реализуются преимущественно сдвиговые напряжения (растягивающие напряжения трудно реализовать).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дэвис, Э. Тонкое дробление в шаровых мельницах / Э. Дэвис // Теория и практика дробления и тонкого измельчения. – М.: 1932. – С. 153-170.
2. Андреев, С.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых / С.Е. Андреев, В.А. Перов, В.В. Зверевич. – М.: Недра, 1980. – 415 с.
3. Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы / Под ред. О.С. Богданова, В.А. Олевского. – М.: Недра, 1982. – 366 с.
4. Олевский, В.А. Размольное оборудование обогатительных фабрик / В.А. Олевский. – М.: Госгортехиздат, 1963, – 447 с.
5. Черепанов, Г.П. Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 286 с.
6. Orowan, E. Proceedings on the Symposium on Fatigue and Fracture of Metals (Mitt). – New York: Wiley, 1950. – P. 139-167.
7. Дырда, В.И. Резиновые футеровки технологических машин / В.И. Дырда, Р.П. Зозуля. – Днепропетровск: «Журфонд», 2013. – 236 с.

REFERENCES

1. Devis, E. (1932), "Thin crushing in ball mills", in Devis, E. (ed.), *Teoriya i praktika drobleniya i tonkogo izmelcheniya* [The Theory and Practice of Crushing and Thin Crushing], Moscow, Russia, pp. 153-170.
2. Andreev, S.E., Petrov, V.A. and Zverevich V.V. (1980), *Drobleniye, izmelchenie i grokhochenie poleznykh iskopayemikh* [Crushing, Powdering and Screen Sizing of Mineral Resources], Nedra, Moscow, Russia.
3. Bogdanov, O.S. and Olevskiy V.A. (1982), *Directory on enrichment of ores. Preparing processes*, Nedra, Moscow, Russia.
4. Olevskiy, V.A. (1963), *Razmolnoe oborudovanie obogatitelnykh fabryk* [Grinding Equipment Concentrators], Gosdortekhizdat, Moscow, Russia.
5. Cherepanov, G.P. (1974), *Mekhanika khрупkogo razrusheniya* [Mechanics of Brittle Destruction], in Cherepanov, G.P. (ed.), Moscow, Russia.
6. Orowan, E. (1950), *Proceedings on the Symposium on Fatigue and Fracture of Metals (Mitt)*, Wiley, New York, USA, pp. 139-167.
7. Dyrda V.I. and Zozulya R.P. (2013), *Rezinovye futerovki tekhnologicheskikh mashin* [Rubber Lining Technological Machines], Zhurfond, Dnepropetrovsk, Ukraine.

Об авторах

Дырда Виталий Илларионович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, vita.igtm@mail.ru

Калашников Вячеслав Алексеевич, директор ООО «ВАЛСА-ГТВ», Белая Церковь, Украина

Хмель Ирина Витальевна, главный обогатитель, СевГОК, Кривой Рог, Украина

Калганков Евгений Васильевич, аспирант, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина

About the authors

Dyrda Vitaly Illarionovich, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Head of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, vita.igtm@mail.ru

Kalashnikov Vyacheslav Alekseevich, Director, Valsa-GTV Ltd., Belaya Tserkov, Ukraine

Hmel Irina Vitalyevna, Chief Enricher, Northern Mining and Processing Plant, Krivoy Rog, Ukraine

Kalgankov Yevgeniy Vasilyevich, Ph. D. Student in Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine