

Ю. М. Малюта, Т. В. Обиход

Пространства модулей суперструн

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины Ю. И. Самойленко)

Теорію D-бран і суперструн застосовано до вивчення нової фізики за межами Стандартної Моделі: Суперпартнери, Калуза–Клейн партнери, Мікроскопічні чорні діри. Ці дослідження проведено методами похідних категорій.

Производные категории — это математический аппарат теоретической физики высоких энергий [1, 2]. Объектами производных категорий являются квиверы, описывающие браны, а морфизмами — Ext-группы, описывающие суперструны. Информация, закодированная в Ext-группах, позволяет определять спектры элементарных частиц. Помимо известных частиц, эти спектры содержат экзотические частицы типа суперпартнеров и КК-партнеров. Эти предсказания весьма перспективны, так как они связаны с поисками новой физики за пределами Стандартной Модели.

1. Суперпартнеры и КК-партнеры. Ext-группы для квиверов Q и Q' , изображенных на рис. 1 и 2, описывают пространство модулей открытой суперструны [3]:

$$\begin{aligned} \text{Ext}^0(Q, Q') &= \mathbb{C}^{aa'+bb'+cc'}, \\ \text{Ext}^1(Q, Q') &= \mathbb{C}^{3ab'+3bc'+3ca'}, \\ \text{Ext}^2(Q, Q') &= \mathbb{C}^{3ba'+3cb'+3ac'}, \\ \text{Ext}^3(Q, Q') &= \mathbb{C}^{aa'+bb'+cc'}, \end{aligned} \tag{1}$$

где числа a, b, c и a', b', c' обозначают орбифолд-заряды, характеризующие квиверы [4]. Согласно [5], элементы Ext-групп с четными степенями являются бозонами, а элементы Ext-групп с нечетными степенями являются фермионами.

Наша цель — установить соответствие между пространством модулей (1) и спектрами открытых суперструн, описываемыми супергруппами $OSp(3|2N)$ [6].

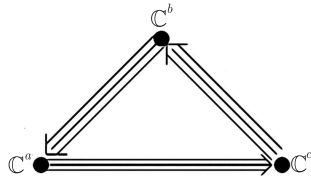


Рис. 1

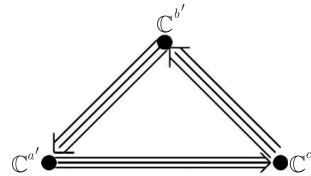


Рис. 2

Случай $N = 1$. Спектр суперструны, описываемый супергруппой $OSp(3|2)$, имеет вид

$OSp(3 2) \supset SO(3) \times Sp(2) \supset SO(3) \times SU(2)$		
$SO(3)$	$Sp(2)$	$SU(2)$
1	1	1
1/2	4	$2 + \bar{2}$
0	5	$3 + 1 + \bar{1}$

(2)

Здесь общее число бозонных состояний равно 8 и общее число фермионных состояний равно 8.

Подставляя в (1) орбифолд-заряды

$$a = a' = b = b' = c = 1, \quad c' = 0,$$

получим результат

$$\dim \text{Ext}^0(Q, Q') + \dim \text{Ext}^2(Q, Q') = 8,$$

$$\dim \text{Ext}^1(Q, Q') + \dim \text{Ext}^3(Q, Q') = 8,$$

что совпадает с числами бозонных и фермионных состояний в (2).

Случай $N = 2$. Спектр суперструны, описываемый супергруппой $OSp(3|4)$, имеет вид

$OSp(3 4) \supset SO(3) \times Sp(4) \supset SO(3) \times SU(4)$		
$SO(3)$	$Sp(4)$	$SU(4)$
2	1	1
3/2	8	$4 + \bar{4}$
1	27	$15 + 6 + \bar{6}$
1/2	48	$20 + \bar{20} + 4 + \bar{4}$
0	42	$20 + 10 + \bar{10} + 1 + \bar{1}$

(3)

Здесь общее число бозонных состояний равно 128 и общее число фермионных состояний равно 128.

Подставляя в (1) орбифолд-заряды

$$a = a' = b = b' = c = 4, \quad c' = 0,$$

получим результат

$$\dim \text{Ext}^0(Q, Q') + \dim \text{Ext}^2(Q, Q') = 128,$$

$$\dim \text{Ext}^1(Q, Q') + \dim \text{Ext}^3(Q, Q') = 128,$$

что совпадает с числами бозонных и фермионных состояний в (3).

Случай $N = 3$. Спектр суперструны, описываемый супергруппой $OSp(3|6)$, имеет вид

$OSp(3 6) \supset SO(3) \times Sp(6) \supset SO(3) \times SU(6)$		
$SO(3)$	$Sp(6)$	$SU(6)$
3	1	1
5/2	12	$6 + \bar{6}$
2	65	$35 + 15 + \bar{15}$
3/2	208	$84 + \bar{84} + 20 + \bar{20}$
1	429	$189 + 105 + \bar{105} + 15 + \bar{15}$
1/2	572	$56 + \bar{56} + 210 + \bar{210} + 20 + \bar{20}$
0	429	$189 + 105 + \bar{105} + 15 + \bar{15}$

(4)

Здесь общее число бозонных состояний равно 2048 и общее число фермионных состояний равно 2048.

Подставляя в (1) орбифолд-заряды

$$a = a' = b = b' = c = 16, \quad c' = 0,$$

получим результат

$$\dim \text{Ext}^0(Q, Q') + \dim \text{Ext}^2(Q, Q') = 2048,$$

$$\dim \text{Ext}^1(Q, Q') + \dim \text{Ext}^3(Q, Q') = 2048,$$

что совпадает с числами бозонных и фермионных состояний в (4).

Случай $N = 4$. Спектр суперструны, описываемый супергруппой $OSp(3|8)$, имеет вид

$OSp(3 8) \supset SO(3) \times Sp(8) \supset SO(3) \times SU(8)$		
$SO(3)$	$Sp(8)$	$SU(8)$
4	1	1
7/2	16	$8 + \bar{8}$
3	119	$63 + 28 + \bar{28}$
5/2	544	$216 + \bar{216} + 56 + \bar{56}$
2	1700	$720 + 420 + \bar{420} + 70 + \bar{70}$
3/2	3808	$1344 + \bar{1344} + 504 + \bar{504} + 56 + \bar{56}$
1	6188	$2352 + 1512 + \bar{1512} + 378 + \bar{378} + 28 + \bar{28}$
1/2	7072	$2352 + \bar{2352} + 1008 + \bar{1008} + 168 + \bar{168} + 8 + \bar{8}$
0	4862	$1764 + 1176 + \bar{1176} + 336 + \bar{336} + 36 + \bar{36} + 1 + \bar{1}$

(5)

Здесь общее число бозонных состояний равно 32768 и общее число фермионных состояний равно 32768.

Подставляя в (1) орбифолд-заряды

$$a = a' = b = b' = c = 64, \quad c' = 0,$$

получим результат

$$\dim \text{Ext}^0(Q, Q') + \dim \text{Ext}^2(Q, Q') = 32768,$$

$$\dim \text{Ext}^1(Q, Q') + \dim \text{Ext}^3(Q, Q') = 32768,$$

что совпадает с числами бозонных и фермионных состояний в (5).

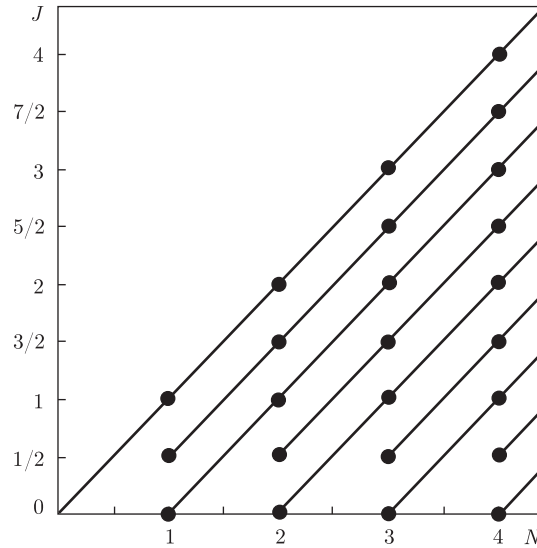


Рис. 3

2. Микроскопические черные дыры. Полученные результаты могут быть представлены в виде траекторий Редже, изображенных на рис. 3, где J — спин, а N — номер уровня, входящий в формулу

$$\sum_{i=0}^3 \dim \text{Ext}^i(Q, Q') = 2^{4N}.$$

Такая реджеонная интерпретация позволяет идентифицировать суперструны, описываемые супергруппами $OSp(3|2N)$, с микроскопическими черными дырами. Действительно, из рис. 3 находим

$$J \leq N.$$

Это неравенство совпадает с неравенством для черных дыр [7]

$$J \leq \alpha' M^2 + 1$$

при условии, что $\alpha' M^2$ удовлетворяет массовой формуле

$$\alpha' M^2 = N - 1.$$

Эти результаты важны с экспериментальной точки зрения, так как они связаны с поисками суперпартнеров, КК-партнеров и микроскопических черных дыр на коллайдере LHC [8].

1. *Douglas M. R.* D-branes, categories, and $\mathcal{N} = 1$ supersymmetry. arXiv: hep-th/0011017.
2. *Aspinwall P. S.* D-branes on Calabi-Yau manifolds. arXiv: hep-th/0403166.
3. *Katz S., Pantev T., Sharpe E.* D-branes, orbifolds, and Ext groups. arXiv: hep-th/0212218.
4. *Douglas M. R., Fiol B., Römelberger C.* The spectrum of BPS branes on a noncompact Calabi-Yau. arXiv: hep-th/0003263.
5. *Gaiotto D., Strominger A., Yin X.* Superconformal black hole quantum mechanics. arXiv: hep-th/0412322.
6. *Taylor J. G.* Representations of extended supersymmetries and linearized supergravities // Lectures given at ICTP Spring School on Supergravity, Trieste, Italy, Apr. 22 – May 6, 1981.

7. *Green M. B., Schwarz J. H., Witten E.* Superstring theory: Vol. 1. – Cambridge: Cambridge University Press, 1988. – 484 p.
8. *ATLAS Collaboration,* ATLAS Technical Design Report, CERN/LHCC 99-14/15. – 1999. – CMS Collaboration, CMS Technical Design Report, CERN/LHCC 2006-021. – 2006.

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 17.09.2008

Yu. M. Malyuta, T. V. Obikhod

Spaces of the modules of superstrings

The theory of D-branes and superstrings is applied to investigations of the expected new physics beyond the Standard Model: Superpartners, Kaluza-Klein partners, Micro black holes. These investigations are performed by methods of derived categories.