УДК 519.8

© В.М. Горбачук, Н.І. Гаркуша

ВТРАТА ЕФЕКТИВНОСТІ В РІВНОВАГАХ НЕША

Неефективність рівноваг Неша стимулює як розробку інших колективних рішень, так і дослідження втрати ефективності. Показано, що конкуренція і здатність гравців передбачати вплив своїх стратегій на ринкову ціну незначно погіршує ефективність розміщення. Певні класи рівноваг Неша близькі до ефективних.

Ключові слова: рівноваги Неша, втрата ефективності, конкуренція.

Актуальна проблема втрати ефективності за ринкових механізмів розміщення ресурсів є спільною для технічних, комп'ютерних, економічних наук: як ефективно розміщувати рідкісні ресурси у великих децентралізованих системах, щоб задовольняти конкуруючі інтереси? Будь-якій великій системі притаманна своя архітектура, що створює обмеження для проектувальника такої системи. На противагу цим обмеженням, існує потреба проектувати механізми для ефективного розміщення ресурсів у системі, що складається з учасників, кожний з яких переслідує лише свій власний інтерес.

Постановка задачі ґрунтується на тому, що серед усіх учасників ринку можна виділити два типи – виробників і споживачів. Споживачі потребують (demand) розміщення (рідкісного) ресурсу (електропотужності, швидкості передачі даних тощо), а виробники постачають (supply) цей ресурс. Кожний споживач r має функцію корисності (utility) $U_r(d_r)$, яка вимірює зростання монетарної цінності (в одиницях іншого рідкісного ресурсу – в одиницях грошей) для споживача r від отримання ним обсягу $d_r \geq 0$ ресурсу, а кожний виробник n має функцію витрат (costs) $C_n(s_n)$, яка вимірює зменшення монетарної цінності для виробника n від постачання ним обсягу $s_n \geq 0$ ресурсу.

Припускаємо, що $U_r(d_r)$, $C_n(s_n)$ – неспадні функції $\forall$ r, n. Якщо споживач здійснює платіж w виробнику за отримання обсягу d ресурсу, а виробник отримує цей платіж за постачання обсягу s ресурсу, то чистий виграш споживача становить $U(d)-w$, а виробника дорівнює $w-C(s)$. Оскільки корисність і витрати вимірюються у грошових одиницях, то чисті виграші сепарабельні й належать до квазілінійних середовищ [1, 2].

Шукаючи механізм ефективного розміщення ресурсу, застосуємо відоме поняття ефективності за Парето (Pareto): розміщення ресурсу є Парето-ефективним, якщо при будь-якому іншому розміщенні ресурсу строго більший виграш якогось учасника означає строго менший виграш принаймні одного учасника.

Нехай $r = 1, 2$, а ресурс має нееластичну пропозицію обсягом $S > 0$, яка відповідає розривній функції витрат єдиного виробника

$$C(s) = \begin{cases} 0, s \le S \\ \infty, s > S \end{cases}. \tag{1}$$

Коли обидва споживачі можуть вільно обмінюватися грошима, то Парето-ефективне розміщення ресурсу (d_1^P, d_2^P) є розв'язком задачі максимізації по d_1, d_2 суми

$$U_1(d_1) + U_2(d_2) \tag{2}$$

за обмежень

$$d_1 + d_2 \le S, \tag{3}$$

$$d_1,\ d_2 \ge 0. \tag{4}$$

Справді, якщо (d_1^*, d_2^*) є Парето-ефективним розміщенням і

$$U_1(d_1^P) + U_2(d_2^P) < U_1(d_1^*) + U_2(d_2^*),$$

то $U_1(d_1^P) < U_1(d_1^*)$ та/або $U_2(d_2^P) < U_2(d_2^*)$.

Нехай $\Delta_1 = U_1(d_1^*) - U_1(d_1^P) > 0$, споживач 1 передає споживачу 2 суму грошей $\max\{\Delta_1, -\Delta_2\}$, $\Delta_1 > -\Delta_2$. Тоді виграш споживача 1 дорівнює

$$U_1(d_1^*) - \Delta_1 = U_1(d_1^P),$$

а виграш споживача 2 становить

$$U_2(d_2^*) + \Delta_1 > U_2(d_2^*) - \Delta_2 = U_2(d_2^*) - U_2(d_2^*) + U_2(d_2^P) = U_2(d_2^P).$$

Оскільки $U_1(d_1^*) = U_1(d_1^P)$ та $U_2(d_2^*) > U_2(d_2^P)$, то (d_1^P, d_2^P) не є Парето-ефективним.

Результати з фундаментальної проблеми мають тривалу наукову історію. Парето-ефективне розміщення максимізує агрегований надлишок Маршалла – сумарну корисність мінус агреговані витрати (чистий грошовий виграш економіки за даного розміщення) [2–6].

а) Коли численні споживачі пропонують ціну купівлі на єдиний ресурс з нееластичною пропозицією, то максимізація надлишку Маршалла зводиться до максимізації агрегованої корисності за обмеження пропозиції.

b) Якщо численні споживачі пропонують ціну купівлі на єдиний ресурс з еластичною пропозицією, то максимізація надлишку Маршалла зводиться до максимізації агрегованої корисності мінус агреговані витрати.

c) Коли численні виробники пропонують ціну продажу ресурсу з нееластичним попитом D, що відповідає корисності єдиного споживача

$$U(d)=\begin{cases} 0, d \le D \\ -\infty, d > D \end{cases},$$

аналогічній функції (1), то максимізація надлишку Маршалла зводиться до мінімізації агрегованих витрат за обмеження попиту.

Якщо ефективне розміщення в інженерному сенсі часто означає, що весь наявний ресурс розподілено між учасниками, то ефективне розміщення в економічному сенсі вказує, скільки ресурсу виділено кожному учаснику. Ефективне розміщення в інженерному сенсі в задачі (2)–(4) – це будь-яке розміщення, при якому обмеження місткості (3) задовольняється як рівність. Це розміщення є Парето-ефективним, коли не можна вільно обмінюватися грошима (грошей не існує), а функції корисності є строго зростаючими.

Вимірювання витрат і корисності у грошових одиницях зводить вимірювання добробуту до обчислення простої й зручної величини – агрегованого надлишку Маршалла. Коли можна вільно обмінюватися грошима (існують грошові трансферти), то Парето-ефективне розміщення повністю розподіляє наявний ресурс і максимізує агрегований надлишок, тобто є розв’язком задачі (2)–(4) при виконанні обмеження (3) як рівності. Водночас існування метрики для корисності, надлишку, добробуту є традиційним питанням економіки і філософії: чи можна порівнювати корисності різних членів суспільства? Крім того, різні верстви суспільства можуть надавати різної цінності власне грошам, як зазначав Нобелівський лауреат 1982 р. Стіглер [7, 8].

Поняття максимізації агрегованої корисності як бажаної цілі суспільства було запропоноване в утилітарній теорії [9]. Воно було узагальнене на квазілінійні виграші в ринковій теорії і розвинуте до поняття максимізації агрегованого надлишку як Парето-ефективного кооперативного рішення у теорії колективного вибору [4]. В останній відома теорема Нобелівського лауреата 1972 р. Ерроу про неможливість такого вибору, коли корисності різних осіб неспівставні [10, 11].

У теорії суспільного вибору, що розширює колективний вибір, учасники ринку можуть бути мотивованими не лише грошовими винагородами й зацікавленими не тільки Парето-ефективними розміщеннями. Нобелівський лауреат 1998 р. Сен зазначав, що громадяни можуть надавати більшої ваги чесності й зайнятості – максимізації кількості присутніх на ринку споживачів і виробників [12]. За Ганді, єдиний спосіб жити – це давати жити іншим.

Щоб досягати максимальних надлишків Маршалла, потрібно мати відповідні механізми розміщення ресурсів. У механізмі ринкового розпродажу (market-clearing mechanism) шукають єдину ціну, при якій попит дорівнює пропозиції. Цей механізм підходить для великомасштабних розподілених систем (скажімо, для Internet), де важко розрізняти користувачів, а відтак втілювати цінову дискримінацію. Механізм ринкового розпродажу потребує лише анонімної інформації про агреговані (не індивідуальні) попит і пропозицію. Крім того, на практиці, особливо на ринках електрики, встановлення єдиної ціни для всіх учасників ринку видається справедливим з соціального й політичного погляду, а тому веде до широкого використання систем торгів (bidding systems), які у кожному вузлі електромережі встановлюють свою єдину ціну [13].

Нехай кожний споживач r обирає функцію попиту $D_r(p)$, що задає обсяг його попиту на цей ресурс при кожному значенні ціни (price) p ресурсу; аналогічно кожний виробник n обирає функцію пропозиції $S_n(p)$, що визначає обсяг ресурсу, який цей виробник готовий постачати за ціною p. Тоді механізм ринкового розпродажу знаходить таку рівноважну ціну $p^* > 0$, при якій агрегований попит $AD(p) = \sum_r D_r(p)$ дорівнює агрегованій пропозиції $AS(p) = \sum_n S_n(p)$, тобто

$$AD(p^*) = AS(p^*). \tag{5}$$

У такій рівновазі споживач r отримуватиме обсяг $D_r(p^*)$ ресурсу, а виробник n постачатиме обсяг $S_n(p^*)$ ресурсу. Загалом як покупці, так і продавці конкурують. Коли кожний з численних споживачів надає функцію попиту на єдиний ресурс з нееластичною пропозицією, то механізм ринкового розпродажу знаходить ціну, за якої агрегований попит дорівнює заданому обсягу пропозиції [14]; коли кожний з численних споживачів надає функцію попиту на єдиний ресурс з еластичною пропозицією, то цей механізм знаходить ціну, за якої агрегований попит дорівнює заданій функції пропозиції [14]; коли кожний з численних виробників надає функцію пропозиції ресурсу з нееластичним попитом, то цей механізм знаходить ціну, за якої агрегована пропозиція рівна даному обсягу [15].

У роботах [14, 15] функції попиту й пропозиції є майже довільними, але можна обмежитися параметризованими функціями. Наприклад, функція попиту споживача r може залежати від скалярного параметра $w_r \geq 0$:

$$D_r(p, w_r) = \frac{w_r}{p}, \tag{6}$$

звідки $w_r = p^* D_r(p^*, w_r)$ є загальною готовністю платити (willingness-to-pay) споживача r за будь-якої рівноважної ціни p^*.

Параметризовані функції пропозиції і попиту заслуговують уваги, бо у великомасштабній децентралізованій системі (скажімо, у сучасній комунікаційній мережі) годі сподіватися передачі довільних функцій попиту на широко розкидані ресурси, яка приводить у дію процеси ринкового розпродажу. У комунікаційних мережах кількість кінцевих користувачів настільки велика, що кожний з них конкурує лише за малу частку загальних мережних ресурсів. Натомість у такій системі відносну простоту простору стратегій споживачів забезпечують масштабовані ринкові рішення для розміщення мережних ресурсів через мережне ціноутворення [16], бо дозволяють зменшувати вимірність простору функцій попиту учасників ринку. Крім того, це зменшення може знижувати неефективність системи, спричинену втіленням ринкової влади, наприклад, на ринках електрики, де фірми можуть одночасно надавати довільні функції пропозиції [15]. Оскільки рівноваги у довільних функціях пропозиції загалом можуть бути дуже неефективними, коли фірми здатні маніпулювати ринком, то для поліпшення ефективності є сенс ввести клас функцій пропозиції, які фірмам дозволяється надавати до ринкового механізму.

Учасника ринку називають ціноотримувачем (price taker), коли він не передбачає впливу вибору своєї стратегії (тобто функції попиту чи пропозиції) на остаточні ціни ресурсів ринкового розпродажу. Коли споживачі конкурують за єдиний ресурс, кожний споживач r має функцію корисності U_r і надає функцію попиту $D_r(p)$ до ринкового механізму, то виграш споживача при ціні p^* (за одиницю ресурсу) у механізмі ринкового розпродажу становить

$$U_r(D_r(p^*)) - p^* D_r(p^*). \tag{7}$$

Авжеж, така ціна p^* залежить від наданих функцій попиту, зокрема від функції $D_r(p)$. Поведінка ціноотримувачів припускає, що їм ця залежність невідома: учасник, сприймаючи ціну p^* як фіксовану, вибирає таку свою функцію попиту, що максимізує його виграш (7).

Якщо всі учасники ринку – ціноотримувачі, то існують такі ціна p^* і набір стратегій усіх учасників ринку $\{D_r(p)\}$, $\{S_n(p)\}$, що рівність (5) задовольняється, а кожний учасник досягає максимуму свого виграшу при даній ціні p^*. Такі ціну й набір стратегій називають конкурентною рівновагою, що існує у випадках a) [16] та b) [17].

Центральним результатом ринкової теорії є перша фундаментальна теорема економіки добробуту про те, що конкурентна рівновага є Парето-ефективним розміщенням [2]. За другою фундаментальною теоремою економіки добробуту, Парето-ефективне розміщення завжди є певною конкурентною рівновагою. Ці теореми є наріжним каменем теорії загальної рівноваги, яку розробили Ерроу та Дебре, Нобелівські лауреати 1972 р. та 1983 р. відповідно [18, 19]. Оскільки розробку цієї теорії почав Вальрас [20], то конкурентні рівноваги також називають рівновагами Вальраса. Маршалл вивчав Парето-ефективність конкурентних рівноваг, коли корисності сепарабельні [2, 4, 21, 22]. Слід зазначити, що автор книги [22] – головний економіст Google. Оскільки така сепарабельність може відбивати те, що споживачі витрачають частину свого доходу на даний ресурс (товар) за умови фіксованості цін решти товарів, то конкурентну рівновагу при сепарабельних корисностях називають частковою рівновагою. Вважаємо, що всі члени суспільства однаково співвідносять гроші й товари [2].

Коли всі учасники ринку – ціноотримувачі, то ринкові механізми забезпечують простий і децентралізований шлях ефективного розподілу ресурсів. Проте у певний проміжок часу можуть конкурувати лише декілька учасників ринку: якщо ціноутворення мережних ресурсів (скажімо, пропускної здатності) відбувається тільки на високих рівнях агрегації, то лише декілька провайдерів послуги конкуруватимуть між собою за придбання цих ресурсів; аналогічно на ринках електрики лише кілька фірм конкурують у будь-якому даному вузлі регіональної електромережі.

Учасника ринку називають цінопровісником (price anticipator), якщо цей учасник може передбачати вплив своїх дій на ціни ринкового розпродажу. Загалом, за інших рівних умов, коли учасник ринку перестає бути ціноотримувачем і стає цінопровісником, то може при цьому знизити свій виграш. Вважається, що у цінопровісника є ринкова влада. Оскільки цінопровісник розглядає ціну ринкового розпродажу як функцію стратегій усіх учасників ринку, то конкуренція між ними – це гра, де виграш гравця є функцією стратегій гравців.

Неш, Нобелівський лауреат 1994 р., ввів поняття рівноваги гри – набір стратегій усіх гравців, в якому кожний гравець не має стимулу самостійно змінювати свою стратегію [23]. У рівновазі Неша кожний гравець максимізує свій виграш за умови, що стратегії решти гравців незмінні. Ця рівновага є статичним поняттям, бо не вказує процесу її досягнення. Крім того, ця рівновага припускає, що гравці мають достатньо інформації. Тому можна обмежитися ринковими механізмами, де учасник ринку має інформацію про свою власну стратегію й ціну ресурсу, щоб порівнювати значення свого виграшу.

Оскільки рівноваги Неша, на відміну від конкурентних рівноваг, загалом не гарантують повної ефективності [24], то виникає питання, наскільки ці рівноваги неефективні порівняно з Парето-ефективними розміщеннями. Відповідь дає відношення агрегованого надлишку за рівноваги Неша до максимально можливого агрегованого надлишку даної економіки.

Розрив між оптимальною роботою системи та роботою системи, досягнутою при егоїстичній оптимізації [25], видно на дилемі ув'язненого [6, 26]. Це спостереження стало центральною темою теорії індустріальної організації, зокрема моделювання олігополії [5, 6]. Для вимірювання втрати ефективності уряд США використовує евристичну міру – індекс Херфіндаля–Хіршмана [6, 27]. Досліджувався зв'язок між індексом й ефективністю [28, 29].

Для задачі маршрутизації мережі (network routing) було введено коефіцієнт координації [30], згодом названий ціною анархії [31].

Основний результат полягає у розробці методу оцінки втрати ефективності ринку з різними споживачами [32, 33].

Якщо в задачі (2)–(4) S = 1, $U_r(d_r) = \alpha_r d_r$, r = 1, 2, $\alpha_1 > \alpha_2 > 0$, то єдине Парето-ефективне розміщення досягається при d_1^P = 1, d_2^P = 0, звідки максимальний можливий агрегований грошовий виграш даної системи дорівнює

$$\alpha_1 d_1^P + \alpha_2 d_2^P = \alpha_1 \times 1 + \alpha_2 \times 0 = \alpha_1 .$$

Розглянемо простий трикроковий механізм ринкового розпродажу за умов задачі (2)–(4) [32]:

1) споживач r = 1, 2 пропонує купити ресурс на загальну суму $w_r = pD_r(p, w_r)$ при будь-якій ціні $p > 0$, тобто надає свою функцію попиту (6);

2) постачальник (менеджер) ресурсу вибирає таку ціну p^* ринкового розпродажу, що рівність (5) задовольняється:

$$1 = S = D_1(p^*, w_1) + D_2(p^*, w_2),$$
$$p^* = w_1 + w_2; \tag{8}$$

3) вважаючи, що $w_1 + w_2 > 0$, з (6) і (8) маємо

$$D_r(p^*(w_1, w_2), w_r) = \frac{w_r}{p^*} = \frac{w_r}{w_1 + w_2}.$$

Отже, споживач r сплачує $w_r = p^* D_r(p^*, w_r)$ й отримує частку ресурсу, пропорційну цьому платежу, а менеджер дістає доход $w_1 + w_2$.

Коли споживачі – ціноотримувачі, то споживач r максимізує по $w_r \geq 0$ виграш (7)

$$\pi_r = U_r(D_r(p^*, w_r)) - p^* D_r(p^*, w_r) = \alpha_r D_r(p^*, w_r) - w_r = \alpha_r \frac{w_r}{p^*} - w_r = w_r\left(\frac{\alpha_r}{p^*} - 1\right),$$

звідки $w_r = 0$ при $\alpha_r < p^*$, $w_r = p^* = w_1 + w_2$ при $\alpha_r \geq p^*$. Таким чином, $p^* = \max\{w_1, w_2\} = w_1$ при $\alpha_1 \geq p^* > \alpha_2 > 0$, $w_2 = 0$, звідки

$$D_1 = \frac{w_1}{p} = \frac{w_1}{w_1 + w_2} = 1, \qquad D_2 = \frac{w_2}{p} = 0,$$
$$U = U_1 + U_2 = \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 = \alpha_1 \times 1 + \alpha_2 \times 0 = \alpha_1.$$

Коли споживачі – цінопровісники, то споживач r максимізує по w_r увігнуту функцію

$$\pi_r = U_r(D_r(p(w_1, w_2), w_r)) - pD_r(p, w_r),$$
$$0 = \frac{\partial \pi_r}{\partial w_r} = \alpha_r\left(\frac{1}{w_1^N + w_2^N} - \frac{w_r^N}{(w_1^N + w_2^N)^2}\right) - 1,$$
$$w_r^N = \frac{(\alpha_r)^2 \alpha_k}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}, \ r \neq k,$$
$$p^N = w_1^N + w_2^N = \frac{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1 + \alpha_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2},$$
$$D_r^N(p^N, w_r^N) = \frac{w_r^N}{w_1^N + w_2^N} = \frac{\alpha_r}{\alpha_1 + \alpha_2},$$
$$U^N = U_1^N + U_2^N = \alpha_1 D_1^N + \alpha_2 D_2^N = \frac{(\alpha_1)^2 + (\alpha_2)^2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Відношення сумарної корисності в рівновазі Неша до максимальної агрегованої корисності

$$u = \frac{U^N}{U} = \frac{(\alpha_1)^2 + (\alpha_2)^2}{\alpha_1(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

мінімізується по α_2 за умови

$$0 = \frac{\partial u}{\partial \alpha_2} = \frac{2\alpha_2\alpha_1(\alpha_1 + \alpha_2) - \alpha_1[(\alpha_1)^2 + (\alpha_2)^2]}{(\alpha_1)^2(\alpha_1 + \alpha_2)^2},$$

$$(\alpha_2)^2 + 2\alpha_1\alpha_2 - (\alpha_1)^2 = 0,$$

тобто за умови $0 < \alpha_2 = (\sqrt{2} - 1)\alpha_1 < \alpha_1$. Звідси

$$u = \frac{1 + (\sqrt{2} - 1)^2}{1 + \sqrt{2} - 1} = 2(\sqrt{2} - 1) = 0{,}828,$$

тобто втрата ринкової ефективності у рівновазі Неша не перевищує близько 17 %, що дає висновок про відносно незначні середні втрати. При набагато загальніших припущеннях стосовно функцій корисності споживачів втрата ефективності не перевищує 25 %.

Таким чином, у простому механізмі ринкового розпродажу для розміщення єдиного ресурсу з фіксованою пропозицією кожний споживач обирає заявлену ціну купівлі (bid), що представляє загальну суму, яку він готовий платити; після цього вибирається ціна, що врівноважує ринок. Коли споживачі діють як ціноотримувачі, то існує конкурентна рівновага з Парето-ефективним результуючим розміщенням. Коли споживачі діють як цінопровісники, то існує рівновага Неша, але результуюче розміщення не є Парето-ефективним, хоча втрата ефективності не перевищує близько 17 %.

Для середовища а) досліджується механізм розміщення мережних ресурсів [32], де користувачі мережі надають свої функції попиту вигляду (6), а ціна вибирається так, щоб агрегований попит рівнявся нееластичній пропозиції. Як і в розглянутому прикладі, цей механізм виділяє кожному користувачу r єдиного ресурсу його частку, пропорційну заявленій ціні w_r купівлі [34]. Можна показати, що коли користувачі – цінопровісники, то агрегована корисність спадає не більше, ніж на 25 % відносно можливого максимуму. Цей результат узагальнюється на мережну постановку, де користувачі надають заявлені ціни купівлі для кожної потрібної ланки мережі зв'язку.

Для середовища b) вивчається той самий клас функцій попиту, як і для середовища а) [17]. Можна показати, що коли користувачі – цінопровісники, то агрегований надлишок спадає не більше, ніж на 34 % відносно можливого максимуму. Цей результат також узагальнються на мережну постановку. Для цього випадку можна охарактеризувати втрату ефективності для рівноваг Курно [6], де споживачі надають постійні за ціною функції попиту. Хоча для цього механізму загалом втрата ефективності як завгодно велика, у кількох спеціальних випадках втрата ефективності не перевищує 1/3.

У середовищі с), характерному для енергосистем, розглядається ринковий механізм, де виробники надають функції пропозиції (supply) вигляду $S(p,w) = D - \frac{w}{p}$, а ціна ринкового розпродажу вибирається так, щоб гарантувати рівність агрегованої пропозиції та нееластичного попиту D [35]. Тоді w інтерпретують як заздалегідь визначену фірмою частку загальної виручки, оскільки для будь-якої ціни виручка фірми, яка надала заявлену ціну w продажу, становить $pS(p,w) = pD - w$, де pD – виручка всіх N фірм. Коли конкуруючі виробники – цінопровісники, то агрегована вартість виробництва зростає не більше, ніж у $\frac{N-1}{N-2}$ разів відносно мінімально можливої вартості виробництва ($N > 2$).

Висновки зводяться до двох основних результатів. По-перше, в економічних середовищах а), b), с) можна обчислити втрату ефективності для конкретних механізмів ринкового розпродажу, коли учасники ринку є цінопровісниками. По-друге, за прийнятних умов (за яких існують повністю ефективні конкурентні рівноваги) виключно ці механізми мінімізують втрату ефективності в середовищах а), с). Ці умови чітко окреслюють рамки, поза якими можна досягати вищої ефективності.

Будь-яка спроба проектувати механізми ефективного розміщення ресурсів для великих систем має відповідати на принаймні три питання:

- що становить ефективне розміщення;
- яка інформація наявна для учасників ринку;
- які обмеження на складність механізму (щодо обчислення та комунікації) накладаються системою.

Список використаних джерел

1. Green J.R., Laffont J.-J. Incentives in public decision-making. – Amsterdam, Netherlands: North-Holland Publishing Company, 1979. – 293 p.

2. Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. – Oxford, UK: Oxford University Press, 1995. – 1008 p.

3. Dupuit J. De la mesure de l’utilite des travaux publics / Readings in welfare economics. K. J. Arrow, T. Scitovsky (eds.) – London, UK: George Allen and Unwin, 1979. – P. 255–283. (Originally published in 1844).

4. Marshall A. Principles of economics. – London, UK: Macmillan, 1920. – 871 p.

5. Tirole J. The theory of industrial organization. – Cambridge, MA: MIT Press, 1988. – 479 p.

6. Горбачук В.М. Методи індустріальної організації. Кейси та вправи. Економіка та організація виробництва. Економічна кібернетика. Економіка підприємства. – К.: А.С.К., 2010. – 224 с.

7. Stigler G.J. The development of utility theory I // Journal of political economy. – 1950. – 58 (4). – P. 307–327.

8. Stigler G.J. The development of utility theory II // Ibid. – 58 (5). – P. 373–396.
9. Bentham J. An introduction to the principles and morals of legislation. – Kitchener, Canada: Batoche Books, 2000. (Originally published in 1781). – 248 p.
10. Arrow K.J. Social choice and individual values. – Chichester, UK: John Wiley and Sons, 1951. – 124 p.
11. Sen A.K. Collective choice and social welfare.– San Francisco, CA: Holden-Day, 1970. –225 p.
12. Sen A.K. Rationality and freedom. – Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press, 2004. – 752 p.
13. Stoft S. Power system economics: designing markets for electricity. – Piscataway, NJ: IEEE Press, 2002. – 468 p.
14. Wilson R. Auctions of shares // Quarterly journal of economics. – 1979. – 93 (4). – P. 675–689.
15. Klemperer P.D., Meyer M.A. Supply function equilibria in oligopoly under uncertainty // Econometrica. – 1989. – 57 (6). – P. 1243–1277.
16. Kelly F.P. Models for a self managed Internet // Philosophical transactions: mathematical, physical, and engineering sciences. – 2000. – 358 (1773). – P. 2335–2348.
17. Kelly F.P., Maulloo A.K., Tan D.K. Rate control for communication networks: shadow prices, proportional fairness, and stability // Journal of the Operational Research Society. – 1998. – 49. – P. 237–252.
18. Arrow K.J., Hahn F. General competitive analysis. – San Francisco, CA: Holden-Day, 1971. – 452 p.
19. Debreu G. Theory of value: an axiomatic analysis of economic equilibrium. – Yale University Press, 1959. – 114 p.
20. Walras L. Elements of pure economics: on the theory of social wealth. – Taylor & Francis, 2003. – 620 p.
21. Stigler G.J. The theory of price. – New York, NY: Macmillan, 1966. – 355 p.
22. Varian H.R. Microeconomic analysis. – New York, NY: W. W. Norton, 1992. – 563 p.
23. Nash J.F. Equilibrium points in n-person games // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. – 1950. – 36 (1). – P. 48–49.
24. Dubey P. Inefficiency of Nash equilibria // Mathematics of operations research. – 1986. – 11. – P. 1–8.
25. Pigou A.C. The economics of welfare. – London, UK: Macmillan, 1920. – 976 p.
26. Osborne M. J., Rubinstein A. A course in game theory. – Cambridge, MA: MIT Press, 1994. – 352 p.
27. Horizontal merger guidelines. – Washington, DC: United States Department of Justice and the Federal Trade Commission, 2010. – 34 p.
28. Dansby R.E., Willig R.D. Industry performance gradient indexes // American economic review. – 1979. – 69 (3). – P. 249–260.
29. Shapiro C. Theories of oligopoly behavior. / Handbook of industrial organization. Vol. 1. R. Schmalensee, R. D. Willig (eds.) – Amsterdam, Netherlands: Elsevier Science, 1989. – P. 329–414.

30. Koutsoupias E., Papadimitriou C. Worst-case equilibria / Proceedings of the 16-th Annual Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science. – 1999. – P. 404–413.
31. Papadimitriou C. Algorithms, games, and the Internet / Proceedings of the 33-rd Annual ACM Symposium on the Theory of Computing. – 2001. – P. 749–753.
32. Kelly F.P. Charging and rate control for elastic traffic // European transactions on telecommunications. – 1997. – 8. – P. 33–37.
33. Johari R., Tsitsiklis J.N. Efficiency of scalar-parametrized mechanisms // Operations research. – 2009. – 57 (4). – P. 823–839.
34. Горбачук В.М. Установление платы за трафик по сети связи // Комп'ютерна математика. – 2013. – 1. – С. 3–12.
35. Горбачук В.М., Русанов И.А. Макроекономічні наслідки ринкових недосконалостей сектору енергетики / Фінансове забезпечення діяльності суб'єктів господарювання. – Кременчук: Кременчуцький національний університет імені М. Остроградського, 2013. – С. 120–124.

Стаття надійшла до редакції 14.02.13 українською мовою

© В.М. Горбачук, Н.И. Гаркуша
ПОТЕРЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ В РАВНОВЕСИЯХ НЭША

Неэффективность равновесий Нэша стимулирует разработку других коллективных решений и исследования потери эффективности. Показано, что конкуренция и способность игроков предвидеть влияние своих стратегий на рыночную цену незначительно ухудшает эффективность размещения. Определенные классы равновесий Нэша близки к эффективным.

© V.M. Gorbachuk, N.I. Garkusha
EFFICIENCY LOSS AT NASH EQUILIBRIA

Inefficiency of Nash equilibria stimulates both development of other collective decisions and research of efficiency loss. It is shown competition and ability of players to anticipate the impact of their strategies on market price do somewhat worsen the allocation efficiency. Certain classes of Nash equilibria are close to efficient ones.