

УДК 330.44 : 332.14

© В.П. Вишневський, Р.В. Прокопенко

### МОДЕЛЮВАННЯ РЕАЛЬНОГО СЕКТОРУ ЕКОНОМІКИ РЕГІОНУ

*У статті виконано моделювання реального сектору економіки регіону з використанням моделі цілочислового лінійного програмування, методів кластеризації та математичних моделей з використанням чинника сезонності.*

**Ключові слова:** моделювання, реальний сектор економіки, лінійне програмування, кластер.

**Постановка проблеми.** Для побудови цілісного комплексу моделей економіки регіону важливо правильно здійснити вибір видів економічної діяльності (галузей) для моделювання. Проблема полягає у тому, що зайва деталізація істотно ускладнює реалізацію моделей і збір необхідних статистичних даних, а також, що є більш важливим, веде до збільшення загальної погрішності розрахунків [1]. Тому, з одного боку, галузей, для яких будуються окремі моделі, повинно бути якомога менше, а, з іншого боку, обрані для моделювання галузі повинні достатньо повно відбивати специфіку функціонування економіки даної області.

Для вибору найбільш важливих для даної області видів економічної діяльності (ВЕД) істотним є поняття галузі. У Господарському кодексі України та у статистиці термін "галузь" визначається як діяльність сукупності виробничих (статистичних) одиниць, які беруть участь у переважно однакових або подібних ВЕД.

Статистичні дані, що описують функціонування галузей, збираються по підприємствах, згрупованих на основі Національного класифікатора України "Класифікація видів економічної діяльності" (КВЕД), а потім підлягають агрегації. Згідно з КВЕД здійснюється ієрархічне угруповання видів діяльності, так що 620 підкласів видів діяльності поєднуються в 514 класів, 224 групи, 62 розділи, 17 секцій. У зв'язку зі специфікою таких секцій, як "переробна промисловість" і "добувна промисловість", у них виділено ще й підсекції (відповідно 14 і 2).

Параметри, за якими здійснюється вибір ВЕД:

- виручка від реалізації продукції (робіт, послуг);
- податок на прибуток підприємств;
- непрямі податки та інші надходження з доходу.

**Загальна мета** – моделювання реального сектору економіки, відібрати якнайменше ВЕД ( $Z$ ), що у сумі дають понад 90% за кожним з наведених вище параметрів.

## **Розділ 2. Математичні та інформаційні моделі в економіці**

**Основний матеріал.** Вихідною інформацією для вибору модельованих галузей ІАСБП обрано 15 секцій плюс 16 підсекцій (замість секції "переробна промисловість" 14 підсекцій, замість "добувна промисловість" 2 підсекції) – разом 31 ВЕД (табл. 1.1).

Таблиця 1.1. – Секції й підсекції видів економічної діяльності

<b>Секція</b>	<b>Вид економічної діяльності</b>
Секція А	Сільське господарство, мисливство, лісове господарство
Секція В	Рибальство, рибництво
Секція С	Добувна промисловість
Підсекція СА	Добування паливно-енергетичних корисних копалин
Підсекція СВ	Добування корисних копалин, крім паливно-енергетичних
Секція D	Переробна промисловість
Підсекція DA	Виробництво харчових продуктів, напоїв та тютюнових виробів
Підсекція DB	Текстильне виробництво; виробництво одягу, хутра та виробів з хутра
Підсекція DC	Виробництво шкіри, виробів зі шкіри та інших матеріалів
Підсекція DD	Оброблення деревини та виробництво виробів з деревини, крім меблів
Підсекція DE	Целюлозно-паперове виробництво; видавнича діяльність
Підсекція DF	Виробництво коксу, продуктів нафтоперероблення та ядерних матеріалів
Підсекція DG	Хімічне виробництво
Підсекція DH	Виробництво гумових та пластмасових виробів
Підсекція DI	Виробництво іншої неметалевої мінеральної продукції
Підсекція DJ	Металургійне виробництво та виробництво готових металевих виробів
Підсекція DK	Виробництво машин та устаткування
Підсекція DL	Виробництво електричного, електронного та оптичного устаткування
Підсекція DM	Виробництво транспортних засобів та устаткування
Підсекція DN	Інші галузі промисловості
Секція E	Виробництво та розподілення електроенергії, газу та води
Секція F	Будівництво
Секція G	Торгівля; ремонт автомобілів, побут. виробів та предметів особ. вжитку
Секція H	Діяльність готелів та ресторанів
Секція I	Діяльність транспорту та зв'язку
Секція J	Фінансова діяльність
Секція K	Операції з нерухомим майном, оренда, інжиніринг, послуги підприємцям
Секція L	Державне управління
Секція M	Освіта
Секція N	Охорона здоров'я та надання соціальної допомоги
Секція O	Надання комун. та індивід. послуг; діяльність у сфері культури та спорту
Секція P	Діяльність домашніх господарств
Секція Q	Діяльність екстериторіальних організацій

Для вирішення поставленого завдання пропонується використовувати модель цілочислового лінійного програмування:

$$Z \rightarrow \min, \tag{1.1}$$

$$Z = \sum_{\varepsilon=1}^{31} b_{\varepsilon}, \tag{1.2}$$

$$\sum_{\varepsilon=1}^{31} R_{\varepsilon} b_{\varepsilon} \geq 90, \tag{1.3}$$

$$\sum_{\varepsilon=1}^{31} NP_{\varepsilon} b_{\varepsilon} \geq 90, \tag{1.4}$$

$$\sum_{\varepsilon=1}^{31} NK_{\varepsilon} b_{\varepsilon} \geq 90, \tag{1.5}$$

де  $b_{\varepsilon}$  – булева змінна (0 або 1);  $R_{\varepsilon}$  – виручка від реалізації продукції галузі  $\varepsilon$ ;  $NP_{\varepsilon}$  – податок на прибуток галузі  $\varepsilon$ ;  $NK_{\varepsilon}$  – непрямі податки галузі  $\varepsilon$ .

Для знаходження рішення пропонується використовувати метод відсікань<sup>1</sup>. Структурно алгоритм відсікань поділяється на ітерації, кожна з яких містить такі етапи.

(1) Спочатку задача вирішується методами лінійного програмування, звичайно симплекс-методом, і аналізується результат. Якщо отримано цілі числа, то рішення знайдено, а якщо дробові – виконують подальші операції.

(2) В оптимальному плані (симплекс-таблиці) вибираємо рядок, у якому ціла частина дробового вільного члена ( $P_0$ ) має найбільше значення.

(3) Визначаємо для знайденого компонента умови відсікання.

Виходячи з рівняння по даному рядку  $x_r = P_{0r} - a_{r,1} \cdot x_{\varepsilon} - \dots - a_{r,n} \cdot x_n$ , в систему обмежень додаємо нерівність, у якій коефіцієнти будуть дробовими частинами коефіцієнтів даного рівняння:

$$\{P_{0r}\} - \{a_{r,1}\} \cdot x_{\varepsilon} - \dots - \{a_{r,n}\} \cdot x_n \leq 0. \tag{1.6}$$

Приводячи до канонічного виду і додаючи нову змінну  $x_{n+1}$ , одержуємо:

$$\{P_{0r}\} - \{a_{r,1}\} \cdot x_{\varepsilon} - \dots - \{a_{r,n}\} \cdot x_n + x_{n+1} = 0. \tag{1.7}$$

Відповідно додаємо в симплекс-таблицю новий базисний вектор по новій змінній  $x_{n+1}$ .

(4) Переходимо до етапу (1).

<sup>1</sup> Метод відсікань був розроблений наприкінці 1950-х років Р. Гоморі для вирішення цілочислових лінійних програм за допомогою симплекс-методу. Метод відсікань виявився корисним, і з теоретичної точки зору він дає можливість описати цілочислову оболонку поліедра.

## **Розділ 2. Математичні та інформаційні моделі в економіці**

При додаванні в симплекс-таблицю нового базисного вектора по новій змінній  $x_{n+1}$  може бути одержано неприпустиме (від'ємне) рішення. Для того щоб його позбутися, обираємо стовпець заміщення так, щоб рядком заміщення став новий доданий рядок по змінній  $x_{n+1}$ . Продовжуємо перерахунок симплекс-таблиці. Якщо знову одержуємо дробове рішення, то вводимо додатковий базисний вектор, – і так до одержання цілочисленого рішення. Але якщо сфера припустимих рішень є дуже малою, то вона може й не містити цілих значень. Тому це необхідно перевірити графічно.

Для автоматизації знаходження рішення рекомендується застосовувати надбудову "Пошук рішення" ППП *Microsoft Excel*.

Для Донецької області в результаті застосування запропонованого підходу було обрано дев'ять галузей. У відповідності до загальної економічної постановки окремо моделюється функціонування фінансової діяльності (табл. 1.2). Усі інші види діяльності розглядаються як одна узагальнена галузь.

Для подальшого угруповання галузей доцільним є застосування методів кластеризації.

Кластеризація здійснюється у два етапи. На першому етапі необхідно розподілити галузі по трьох видах ринків (P1, P2, P3). Потім, на другому етапі, для кожного ринку окремо проводиться кластеризація так, щоб у сумі по всіх видах ринків кількість галузей не перевищувала рекомендованої.

*Таблиця 1.2. – Відібрані види економічної діяльності для моделювання економічної системи Донецької області*

Секція	Вид економічної діяльності
Підсекція СА	Добування паливно-енергетичних корисних копалин
Підсекція СВ	Добування корисних копалин, крім паливно-енергетичних
Підсекція DA	Виробництво харчових продуктів, напоїв та тютюнових виробів
Підсекція DJ	Металургійне виробництво та виробництво готових металевих виробів
Підсекція DK	Виробництво машин та устаткування
Підсекція DL	Виробництво електричного, електронного та оптичного устаткування
Підсекція DM	Виробництво транспортних засобів та устаткування
Секція G	Торгівля; ремонт автомобілів, побут. виробів та предметів особ. вжитку
Секція I	Діяльність транспорту та зв'язку
Секція J	Фінансова діяльність

Алгоритм кластеризації за допомогою  $k$ -середніх має такий вигляд:

- (1) Задаємо кількість кластерів (груп).
- (2) Для кожної групи створюється центр мас. Це звичайний вектор, що пов'язаний з параметрами груп, по яких виконується розбивка.

(3) Визначаються відстані від кожного центра до вектора кожної галузі. Як міра відстані використовується евклідова відстань.

(4) Вектори групуються в кластери. Для цього знаходиться, який центр мас є ближчим всього від заданого вектора. У цей кластер додається вектор.

(5) Перераховуються значення центрів мас. Для цього визначається середнє значення всіх векторів, які ввійшли до кластеру на попередньому етапі.

(6) Повторюються пункти 3–5.

(7) Алгоритм завершується, коли розподіл векторів по кластерах перестає змінюватися.

Коли знаходиться об'єкт, що переходить з одного кластера в інший, центри обох кластерів перераховуються. Як показано у [1], цей варіант алгоритму приводить до локального мінімуму функціонала.

Алгоритм *k-means* є чутливим до вибору початкових векторів центрів. Випадкова ініціалізація центрів на кроці (1) може привести до поганих кластеризацій. Тому для формування початкового наближення краще виділити *k* найбільш віддалених точок вибірки: перші дві точки виділяються за максимумом усіх попарних відстаней; кожна наступна точка обирається так, щоб відстань від неї до найближчої вже виділеної була максимальною.

Кластеризація може виявитися неадекватною також у тому випадку, якщо з самого початку буде невірною задано число кластерів. Стандартна рекомендація у цьому випадку – провести кластеризацію при різних значеннях *k* і вибрати з них те, при якому досягається суттєве поліпшення якості кластеризації щодо заданого функціонала.

Для знаходження оптимальної кількості галузей необхідно здійснити кластеризацію за наведеним алгоритмом при кількості кластерів від трьох до дев'яти. Критерій оптимальності – мінімум суми відстаней від векторів галузей до центрів мас у кожному кластері.

Після кластеризації за допомогою алгоритму *k-середніх* для Донецької області було отримано такі результати (табл. 1.3).

Таблиця 1.3. – Результати кластеризації відібраних ВЕД для моделювання економічної системи Донецької області

	Кількість кластерів						
	3	4	5	6	7	8	9
Сума відстаней від векторів галузей до центрів мас кластерів	$0,34 \cdot 10^6$	$0,34 \cdot 10^6$	$0,33 \cdot 10^6$	$0,30 \cdot 10^6$	$0,28 \cdot 10^6$	$0,18 \cdot 10^6$	$0,17 \cdot 10^6$

Як свідчать наведені дані, різке поліпшення якості кластеризації має місце при восьми кластерах. При цьому в один кластер було згруповано підсекції DK, DL та DM. Таким чином, остаточний набір галузей для побудови комплексу моделей економіки регіону має такий вигляд (табл. 1.4).

## Розділ 2. Математичні та інформаційні моделі в економіці

Таблиця 1.4. – Відібрані після кластеризації ВЕД  
для моделювання економічної системи Донецької області

Секція	Вид економічної діяльності
Підсекція СА	Добування паливно-енергетичних корисних копалин
Підсекція СВ	Добування корисних копалин, крім паливно-енергетичних
Підсекція DA	Виробництво харчових продуктів, напоїв та тютюнових виробів
Підсекція DJ	Металургійне виробництво та виробництво готових металевих виробів
Підсекції DK, DL, DM	Виробництво машин та устаткування + Виробництво електричного, електронного та оптичного устаткування + Виробництво транспортних засобів та устаткування
Секція G	Торгівля; ремонт автомобілів, побут. виробів та предметів особ. вжитку
Секція I	Діяльність транспорту та зв'язку
Секція J	Фінансова діяльність

### Математичні моделі галузей реального сектора економіки області з урахуванням чинника сезонності.

Кожна галузь ( $\varepsilon = 1, 2, 3, \dots$ ) випускає продукцію, використовуючи капітал і труд:

$$Y_{i\varepsilon} = f_1(K_{i\varepsilon}, L_{i\varepsilon}), \quad (1.8)$$

$$K_{i\varepsilon} = K_{i\varepsilon}^f + K_{i\varepsilon}^v, K_{i\varepsilon}^f > 0, K_{i\varepsilon}^v > 0, \quad (1.9)$$

де  $Y_{i\varepsilon}$  – обсяг товарної продукції у вартісному виразі у порівняльних цінах в обороті  $i$  (без урахування ПДВ і акцизного збору);

$K_{i\varepsilon}^f$  – залишкова вартість основного капіталу початок  $i$ -го періоду ( $K_{i\varepsilon}^f > 0$ );

$K_{i\varepsilon}^v$  – оборотний капітал на початок  $i$ -го періоду ( $K_{i\varepsilon}^v > 0$ );

$L_{i\varepsilon}$  – затрати на оплату праці в  $i$ -му періоді;

$i$  – номер періоду.

В ІАСБП прийнято, що тривалість періоду складає півріччя (6 місяців). Це обумовлено тим, що існують певні технічні проблеми з отриманням статистичних даних за періоди меншої тривалості.

Функція  $f_1$  у моделі представлена як виробнича з постійною еластичністю заміщення ( $CES$  – *Constant Elasticity of Substitution*) з урахуванням індексу сезонних коливань за кожним ВЕД.

$$Y_{i\varepsilon} = S_i \gamma_\varepsilon \left[ k_\varepsilon K_{i\varepsilon}^{-\alpha_\varepsilon} + (1 - k_\varepsilon) L_{i\varepsilon}^{-\alpha_\varepsilon} \right]^{\frac{-v_\varepsilon}{\alpha_\varepsilon}} \zeta_{(i-1)\tau_\varepsilon+1}, K_{i\varepsilon} > 0, L_{i\varepsilon} > 0, \quad (1.10)$$

- $\gamma_\varepsilon$  – параметр нейтральної ефективності технологій  $\gamma > 0$ ;  
 $k_\varepsilon$  – параметр ступеня фондомісткості  $0 < k_\varepsilon < 1$ ;  
 $\nu_\varepsilon$  – параметр віддачі на масштаб виробництва або ступеня однорідності функції  $\nu_\varepsilon > 0$ ;  
 $\sigma_\varepsilon = 1 / (1 + \alpha_\varepsilon)$  – еластичність заміщення ресурсів;  
 $\zeta_i$  – ставка інфляції в  $i$ -ому періоді;  
 $S_i$  – індекс сезонності.

Необхідність урахування індексу сезонності зумовлена суттєвими коливаннями у виробництві та збуті продукції українських підприємств. У широкому розумінні до сезонних відносяться всі явища, що демонструють у своєму розвитку чітко виражену закономірність внутрішньорічних змін. До сезонних явищ відносять, наприклад, споживання електроенергії, нерівномірність виробничої діяльності в галузях харчової промисловості, що пов'язана з переробкою сільськогосподарської сировини, перевезення пасажирським транспортом тощо.

Для виявлення сезонності необхідно використовувати дані за декілька років. Це обумовлено тією обставиною, що у відхиленнях по окремих роках сезонні коливання можуть бути змішаними з випадковими.

Індикатором сезонних коливань є індекс сезонності, що визначається за формулою:

$$y_{s_i} = \frac{y_i}{y_{t_i}} 100, \quad (1.11)$$

де  $y_i$  й  $y_{t_i}$  – фактичне й вирівняне значення рівня динамічного ряду в момент часу  $i$ .

Залежно від способу вирівнювання вихідних даних розрізняють методи розрахунку індексу сезонності за простою середньою, ковзною середньою та метод аналітичного вирівнювання.

Метод розрахунку індексів сезонності за простою середньою не важкий у розрахунку й досить точний у випадках, коли аналізовані явища не мають стійкої інтенсивної тенденції до зростання або падіння в часі. У протилежному випадку застосовують розрахунок індексу сезонності за ковзною середньою або за допомогою аналітичного вирівнювання.

Для підвищення точності пропонується використовувати метод *Census II*, що дозволяє врахувати ряд особливостей. Цей метод є подальшим розвитком і уточненням звичайного методу корегування. Протягом багатьох років різні варіанти методу *Census II* використовувалися в Бюро Перепису США (*US Census Bureau*).

Основна ідея даного методу сезонної декомпозиції полягає в представленні часового ряду, що складається із чотирьох різних компонентів: (1) сезонного компонента ( $S_t$ , де  $t$  – момент часу), (2) тренда ( $T_t$ ), (3) циклічного компонента ( $C_t$ ) і (4) випадкового, нерегулярного компонента або флуктуації ( $I_t$ ). Різниця між циклічним і сезонним компонентом полягає в тому, що останній має регулярну (сезонну) періодичність, тоді як циклічні фактори звичайно мають більше тривалий ефект, що до того ж змінюється від циклу до циклу. Конкретні

## Розділ 2. Математичні та інформаційні моделі в економіці

функціональні взаємозв'язки між цими компонентами можуть мати різний вид. Для цілей ІАСБП рекомендується мультиплікативна модель:

$$X_t = T_t C_t S_t I_t, \quad (1.12)$$

де  $X_t$  – значення часового ряду в момент часу  $t$ .

Основний метод сезонної декомпозиції може бути поліпшено різними способами. На відміну від багатьох методів моделювання часових рядів, що реалізують ідеї певної апріорної теоретичної конструкції, варіант X-11 методу Census II є результатом постійних удосконалень, що довели свою працездатність у багаторічній практиці вирішення реальних завдань [2; 3; 4; 5]. Деякі з найбільш важливих удосконалень наведено нижче.

**К о р е г у в а н н я н а ч и с л о р о б о ч и х д н і в .** У окремих місяцях різне число днів, у тому числі робочих. Необхідно перевірити, чи є присутнім у часовому ряді цей ефект, і якщо так, то внести відповідні корективи.

**В и к и д и .** Реальні часові ряди часто містять "викиди", тобто різко відмінні спостереження, обумовлені винятковими подіями. Значення змінних, які виходять за певний діапазон (визначається в термінах, кратних стандартним відхиленням), можуть бути скориговані або зовсім пропущені, і тільки після цього обчислюються остаточні оцінки параметрів сезонності.

**П о с л і д о в н і у т о ч н е н н я .** Корегування, пов'язані з наявністю викидів і різним числом робочих днів, можна здійснювати багаторазово, щоб послідовно одержувати для компонентів оцінки все кращої якості. Відповідно до методу X-11 виконується кілька послідовних уточнень оцінок для одержання остаточних компонентів тренд-циклічності і сезонності, нерегулярної складової і самого часового ряду із сезонними виправленнями.

Собівартість продукції, випущеної за 1 період в галузі  $\varepsilon$  ( $C_{i\varepsilon}$ ), визначається як

$$C_{i\varepsilon} = \beta_\varepsilon (Y_{i,\varepsilon})^{\rho_\varepsilon} (k_\varepsilon^a K_{i\varepsilon}^f)^{g_\varepsilon} (L_{i\varepsilon} (1 + t_\varepsilon^l g_\varepsilon))^{r_\varepsilon} (B_{i,\varepsilon}^p)^{s_\varepsilon}, \quad (1.13)$$

де  $k_\varepsilon^a$  – середня норма амортизації у розрахунку на 1 півріччя;

$t_\varepsilon^l$  – сукупна ставка нарахувань на заробітну платню (до фондів соціального страхування і забезпечення), у частках одиниці;

$\beta_\varepsilon$  – параметр інших витрат;

$s_\varepsilon$  – інтенсивність сплати відсотків за надані кредити;

$f_\varepsilon$  – параметр витрат, залежних від об'єму виробництва (матеріальних та інших масштабних витрат);

$g_\varepsilon$  – інтенсивність використання основних фондів;

$r_\varepsilon$  – інтенсивність використання трудових ресурсів;



## Математичне моделювання в економіці

$\mathcal{G}_\varepsilon$  – рівноважна еластичність праці по заробітній платі,  $\beta_\varepsilon = 1^2$ ;

$B_{i,\varepsilon}^p$  – відсотки за наданими кредитами,  $B_{i,\varepsilon}^p = \begin{cases} B_{i\varepsilon} r_i^B \Leftarrow B_{i\varepsilon}^v > 0 \\ 1 \Leftarrow B_{i\varepsilon}^v \leq 0 \end{cases}$ ;

$B_{i\varepsilon}$  – залишок заборгованості по кредитах в  $i$ -ому півріччі;

$B_{i\varepsilon}^v$  – потреба в короткостроковому кредиті в  $i$ -ому півріччі;

$r_i^B$  – поточна ставка відсотка за кредитами в  $i$ -ому півріччі.

Відносно залучених кредитів приймаються допущення, що кредити (для поповнення оборотних коштів) беруться строком на шість місяців під відповідним чином приведену (у розрахунку на 1 півріччя) процентну ставку<sup>3</sup>:

$$r_i^B = \frac{r_l^B}{2}, \quad (1.14)$$

де  $r_l^B$  – річна процентна ставка за кредитами (для того року  $l$ , до якого відноситься півріччя  $i$ ).

Випущена продукція продається на товарних ринках за рівноважними цінами. Фактична пропозиція продукції  $Y_{i\varepsilon}^s$  у кожному періоді складається з випущеної протягом  $i$ -го півріччя продукції ( $Y_{i\varepsilon}$ ) і залишків нереалізованої продукції на складі ( $\Delta Y_{(i-1)\varepsilon}$ ):

$$Y_{i\varepsilon}^s = Y_{i\varepsilon} + \Delta Y_{(i-1)\varepsilon}; \quad (1.15)$$

$$\Delta Y_{i-1,\varepsilon} = Y_{i-1,\varepsilon}^s - Y_{i-1,\varepsilon}^r, \quad (1.16)$$

де  $Y_{i-1,\varepsilon}^r$  – рівноважна пропозиція продукції у періоді  $(i-1)$ .

Реалізована продукція ( $Y_{i\varepsilon}^r$ ) розраховується як

$$Y_{i\varepsilon}^r = \min(Y_{i\varepsilon}^d k_{i\varepsilon}^c; Y_{i\varepsilon}^s k_{i\varepsilon}^c), \quad (1.17)$$

$$k_{i\varepsilon}^c = (R_i^e / R_{i-1}^e)^X, X \in [0,1] \quad (1.18)$$

де  $k_{i\varepsilon}^c$  – індекс зміни валютного курсу (долару США);

$X$  – частка валютної виручки у загальній виручці від реалізації галузі  $\varepsilon$ .

На основі інформації про обсяги реалізованої продукції визначається прибуток або збиток від реалізації.

<sup>2</sup> Для першої черги моделі приймається, що  $\beta = 1$ . У подальшому значення коефіцієнту еластичності труда по заробітній платі буде розраховуватися в особливому порядку.

<sup>3</sup> Іншими словами, зроблено логічне припущення, що для цілей моделювання не має особливого значення, на які саме завдання (фінансування основного чи оборотного капіталу) використовуються залучені гроші. Важливо тільки, щоб цих грошей було достатньо і була прийнятною їх середньозважена ціна.

## **Розділ 2. Математичні та інформаційні моделі в економіці**

Для цілей прогнозування попиту на продукцію галузей зручно використовувати змішану модель сезонності. Прогнозування в цьому випадку складається з таких етапів.

1. Поділ ряду на компоненти.
2. Прогноз тренда. Найбільш хороші результати дають методи гармонійних ваг, експонентного згладжування, аналітичні тренди, тому що ряд виходить достатньо гладким.
3. Прогноз нерегулярної складової методом авторегресій або методом Бокса-Дженкінса [6].
4. Накладення виявлених сезонних ефектів і підсумовування отриманих компонентів.

На основі розрахунків обсягів реалізації продукції та її собівартості можна визначити фінансові результати функціонування підприємств реального сектору, від яких залежать суми податку на прибуток та інші показники. При цьому важливо враховувати складовий характер фінансового результату.

У ньому можна виділити фінансовий результат, що формується в результаті здійснення основної (виробничої) діяльності підприємств, і фінансовий результат, що одержується від іншої діяльності.

Результат виробничої діяльності залежить від наявних виробничих потужностей, використовуваних технологій (що знаходить відображення у виробничих функціях), виробничих витрат і, як наслідок – обсягів товарної та реалізованої продукції.

Результат іншої діяльності залежить від вкладень у фінансові активи, перепродажі продукції, виробленої іншими підприємствами, здачі в оренду або продажі приміщень і обладнання тощо. Тобто інша діяльність має нерегулярний характер, відрізняється залежністю від непередбачуваних факторів, часто має спекулятивні ознаки.

Таким чином, фінансовий результат від виробничої діяльності може бути змодельований і досить обґрунтовано й адекватно прогнозований, у той час як результат іншої діяльності носить зазвичай випадковий характер. Тому, при прогнозуванні доходів бюджету й оцінці впливу на них законодавчих рішень, виділяється прогнозований за допомогою економіко-математичних моделей результат виробничої діяльності й результат іншої діяльності, що визначається переважно на базі експертних оцінок.

Прибуток (збиток) від виробничої діяльності галузі визначається за формулою

$$P_{i\varepsilon} = Y_{i\varepsilon}^r - C_{i\varepsilon}. \quad (1.19)$$

Чистий прибуток ( $\hat{P}_{i\varepsilon}$ ), що залишається у розпорядженні підприємств галузі після сплати податку на прибуток за ставкою  $t_i^p$  (у долях одиниці), обчислюється за формулою

$$\hat{P}_{i\varepsilon} = \max(P_{i\varepsilon}(1 - t_{i\varepsilon}^p); 0). \quad (1.20)$$

Ставка  $t_{\varepsilon}^p$  – це реальна ставка, яка показує, яку частину коштів галузь фактично перераховує до бюджету з урахуванням наданих їй пільг, наявності переплат і недоплат, а також

## Математичне моделювання в економіці

таких інституційних чинників, як неформальні особливості розрахунків за податковими зобов'язаннями, схильність підприємств до ухилення від сплати податків через типові для даного виду економічної діяльності механізми і т.п. Тому її можна представити як

$$t_{i\varepsilon}^p = t_i^p - t_{i\varepsilon}^{px}, \quad (1.21)$$

де  $t_i^p$  – номінальна (встановлена законом) ставка податку на прибуток;

$t_{i\varepsilon}^{px}$  – умовна (розрахункова) ставка податкових преференцій галузі (що враховує сукупність галузевих пільг, наявність переplat і недоплат, особливості розрахунків за податковими зобов'язаннями і т.п.).

У (1.19) враховані 2 можливих варіанти фінансових результатів від реалізації продукції: прибуток ( $P_{i\varepsilon} \geq 0$ ) або збиток ( $P_{i\varepsilon} \leq 0$ ), (варіант ( $P_{i\varepsilon} = 0$ ) без обмеження спільності може бути віднесений до обох віток).

Збитки галузі ( $P_{i\varepsilon} \leq 0$ ) приводять до скорочення її оборотних коштів.

Якщо ж ( $P_{i\varepsilon} \geq 0$ ), то чистий прибуток спрямовується на інвестиції в основний капітал

$$I_{i\varepsilon} = k_{\varepsilon}^I (Y_{i\varepsilon}^r)^{\mu_{\varepsilon}} (P_{i\varepsilon})^{\chi_{\varepsilon}}, \quad (1.22)$$

де  $k_{\varepsilon}^I$  – коефіцієнт схильності до інвестування в галузі, що визначається на основі статистичних даних;

$\mu_{\varepsilon}$  – вплив виручки від реалізації на інвестування;

$\chi_{\varepsilon}$  – вплив чистого прибутку на інвестування.

Тобто інвестиції залежать від двох основних чинників: (а) попиту на продукцію галузі, що виражається через суму реалізації, яка враховує обмеження товарних ринків відповідних галузей; (б) розміру чистого прибутку, що визначає можливості самофінансування інвестицій, що є менш ризикованим, ніж позикове фінансування.

Якщо ( $P_{i\varepsilon} > I_{i\varepsilon}$ ), то залишок спрямовується на інвестиції в оборотний капітал і потім на виплату дивідендів.

Відзначимо особливості впливу фінансового результату на діяльність дотаційних галузей. Головною особливістю останніх є те, що вони можуть тривалий час працювати в збиток, не банкрутуючи. При цьому не відбувається зменшення оборотних коштів на величину збитків, а відбувається накопичення збитків (у вигляді, наприклад, боргів по заробітній платі тощо). У міру надходження державних дотацій відбувається списання боргів.

Якщо результат діяльності дотаційної галузі є негативним ( $P_{i\varepsilon} \leq 0$ ), то має місце нагромадження збитків  $UP_{i\varepsilon} = UP_{(i-1)\varepsilon} + P_{i\varepsilon}$ , якщо позитивний – списання накопичених збитків до нуля  $UP_{i\varepsilon} = UP_{(i-1)\varepsilon} - P_{i\varepsilon}$ . Якщо накопичених збитків немає, то розподіл прибутку проходить так само, як і в інших галузях.

## Розділ 2. Математичні та інформаційні моделі в економіці

Інвестований прибуток трансформується в основні фонди галузі після закінчення періоду освоєння капітальних вкладень  $\mathcal{G}_\varepsilon$ :

$$\mathcal{G}_\varepsilon = \tau_\varepsilon \theta_\varepsilon, \quad (1.23)$$

де  $\tau_\varepsilon$  – тривалість розрахункового періоду;

$\theta_\varepsilon$  – коефіцієнт освоєння капітальних вкладень ( $\theta_\varepsilon = 0, 1, 2, \dots$ ).

В ІАСПБ прийнято, що для всіх галузей період освоєння інвестицій дорівнює 1, а фактично різна швидкість освоєння регулюється коефіцієнтом схильності до інвестування – індивідуальним для кожної галузі.

Знос основних фондів в періоді  $(i-1)$  компенсується інвестиціями на суму амортизації, що надійшла у складі виручки від реалізації продукції. З урахуванням цих обставин основний капітал на початок періоду  $i$  визначається за формулою:

$$K_{i\varepsilon}^f = (K_{i-1,\varepsilon}^f)(1 - k^a) + k^a K_{i-1,\varepsilon}^f + I_{i,\varepsilon}. \quad (1.24)$$

Оборотний капітал розраховується з урахуванням технологічних коефіцієнтів, що відображають характерні для кожної галузі співвідношення основного і оборотного капіталу. Виходячи з вказаних умов, попит галузі на обігові гроші складає  $f_2(K_{i\varepsilon}^f - K_{i-1,\varepsilon}^f)$ , а потреба в кредиті

$$B_{i\varepsilon}^{vd} = f_2(K_{i\varepsilon}^f - K_{i-1,\varepsilon}^f) + (I_{i,\varepsilon} - P_{i,\varepsilon}), \quad (1.25)$$

де  $B_{i,\varepsilon}^{vd}$  – попит на кредит в оборотний капітал галузі в  $i$ -ому господарському обороті;

$f_2(K_{i\varepsilon}^f - K_{i-1,\varepsilon}^f)$  – функція, яка відображає технологічну залежність між основним та обіговим капіталом у кожній галузі;

$B_{i,\varepsilon}^v$  – вдоволений попит на кредит в оборотний капітал (реально отриманий кредит) галузі в  $i$ -ому періоді<sup>4</sup>.

Крім того, для обслуговування капіталу потрібен труд, витрати на який визначаються в залежності від очікуваного попиту на продукцію в поточному періоді:

$$L_{i\varepsilon} = f_3(Y_{i\varepsilon}^d). \quad (1.26)$$

Середня заробітна плата працюючих залежить від витрат на оплату праці та кількості працівників у галузі  $\varepsilon$ :

---

<sup>4</sup> Механізм визначення вдоволеного попиту на кредити в обіговий капітал по галузях описано в моделі фінансового посередника.

$$w_{i\varepsilon} = f_4(L_{i\varepsilon}, Q_{i\varepsilon}^L), \quad (1.27)$$

де  $Q_{i\varepsilon}^L$  – кількість зайнятих в  $i$ -ому періоді у галузі  $\varepsilon$ .

У свою чергу, робітники галузі обслуговують устаткування, тому кількість зайнятих в  $i$ -ому періоді у галузі  $\varepsilon$  залежить від обсягів капіталу

$$Q_{i\varepsilon}^L = f_5(K_{i\varepsilon}). \quad (1.28)$$

Відповідно попит галузі на робочу силу на ринку праці  $Q_{i\varepsilon}^{LD}$  складає

$$Q_{i\varepsilon}^{LD} = Q_{i\varepsilon}^L - Q_{i-1,\varepsilon}^L Q_{i\varepsilon}^{LD} = Q_{i-1,\varepsilon}^L \frac{K_{i\varepsilon} - K_{i-1,\varepsilon}}{K_{i-1,\varepsilon} \sigma_{\varepsilon}^L}, \quad (1.29)$$

$\sigma_{\varepsilon}^L$  – еластичність заміщення ресурсів (кількості працюючих та труда).

Інформація про попит на капітал і труд поступає на відповідні ринки, де з урахуванням чинника пропозиції формуються рівноважні кількості труда і капіталу, що надходять у дану галузь, а також їх рівноважні ціни.

Кількість безробітних для  $i$ -го періоду визначається як

$$U_i = \max \left( U_{i-1} - \sum_{\varepsilon \in E} Q_{i\varepsilon}^L; 0 \right) \quad (1.30)$$

$\Delta Q_{i\varepsilon}^L$  – загальна кількість працівників, залучених/звільнених у  $i$ -й період в галузь  $\varepsilon$ ;

$U_{i-1}$  – кількість безробітних в минулому періоді;

$\Delta Q_{i\varepsilon}^L = Q_{i\varepsilon}^L - Q_{i-1,\varepsilon}^L$  – загальна зміна потреби в працівниках галузі  $\varepsilon$  у  $i$ -ому періоді.

**Висновки.** Таким чином, було проведено моделювання реального сектору економіки регіону з використанням моделі цілочислового лінійного програмування, методів кластеризації та математичних моделей з використанням чинника сезонності.

### Список використаної літератури

1. Ивахненко А.Г., Мюллер Й.А. Самоорганизация прогнозирующихся моделей / А.Г. Ивахненко, Й.А. Мюллер. – К. Техніка, 1985; Берлин: ФЕБ Ферлаг Техник, 1984. – 223 с.
2. Мандель И.Д. Кластерный анализ / И.Д. Мандель. – М.: Финансы и статистика. 1988. – 176 с.
3. Burman J.P. Seasonal Adjustment – a Survey / J.P. Burman // Forecasting, Studies in Management Science. – 1979. – № 12. – P. 45–57.

4. Kendall M., Ord J.K. Time series (3rd ed.) / M. Kendall, J.K. Ord. – London: Edward Arnold, 1990. – 296 p.
5. Makridakis, S. G., Wheelwright, S. C. Forecasting Methods for Management (5th ed.) / S. G. Makridakis, S. C. Wheelwright. – New York: Wiley, 1989. – 362 p.
6. Wallis K. F. Seasonal Adjustment and Relations Between Variables / K. F. Wallis // Journal of the American Statistical Association. – 1974. – № 69. – P. 18–31.
7. Ханк Джон Э., Уичерн Дин У., Райтс Артур Дж. Бизнес-прогнозирование / Джон Э. Ханк, Дин У. Уичерн, Артур Дж. Райтс. – Williams, 2003. – 656 с.

*Стаття надійшла до редакції 04.02.13 українською мовою*

**© В.П. Вишневский, Р.В. Прокопенко**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕАЛЬНОГО СЕКТОРА ЭКОНОМИКИ РЕГИОНА**

*В статье выполнено моделирование реального сектора экономики региона с использованием модели целочисленного линейного программирования, методов кластеризации и математических моделей с использованием фактора сезонности.*

**© V.P. Vishnevsky, R.V. Prokopenko**

**SIMULATION OF THE REAL ECONOMY OF THE REGION**

*In the article the simulation of the real sector of the economy of the region using integer linear programming model, clustering methods and mathematical models using seasonal factors are developed.*