УДК 681.5

УПРАВЛЕНИЕ СООТНОШЕНИЯМИ КООРДИНАТ КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ НЕУСТОЙЧИВОМ ИМПУЛЬСНОМ ПРОЦЕССЕ

В.Д. РОМАНЕНКО, Ю.Л. МИЛЯВСКИЙ

Рассмотрен вопрос управления соотношениями координат когнитивных карт (КК) в условиях неустойчивых импульсных процессов в КК. Для решения этой задачи разработан метод стабилизации координат вершин КК на заданных уровнях путем формирования управляющих воздействий, действующих на все вершины КК. Для этого динамика КК представлена в виде модели типа «вход–выход» в полных значениях координат вершин КК. Для обеспечения устойчивости замкнутой системы управления, сформирована эталонная модель динамики с наперед заданными значениями полюсов системы. На основе тождественности этой модели и характеристического полинома замкнутой системы определяются параметры закона управления. Задача управления соотношениями координат КК решена без введения обратной связи путем формирования вектора задающих воздействий на основе линейного соотношения между координатами КК. Рассмотрен практический пример КК функционирования коммерческого банка. На основе цифрового моделирования решена задача поддержки заданного соотношения между объемами кредитного и депозитного портфелей при неустойчивом импульсном процессе.

ВВЕДЕНИЕ

Для изучения поведения слабоформализуемых сложноструктурированных процессов применяется когнитивное моделирование, в основе которого лежит понятие КК. При воздействии внешних возмущений в КК происходят импульсные переходные процессы, динамика которых описывается разностным уравнением первого порядка [1–3]:

$$\Delta y_i(k+1) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \Delta y_j(k), \tag{1}$$

где $\Delta y_i(k) = y_i(k) - y_i(k-1)$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

В векторной форме (1) можно записать как

$$\Delta \overline{y}(k+1) = W^T \Delta \overline{y}(k), \tag{2}$$

где W — весовая матрица смежности КК.

В работе [4] выполнена разработка модели управляемого импульсного процесса КК типа «вход–выход» при воздействии внешних управлений в виде

$$(I - Aq^{-1}) \Delta \overline{y}(k) = Bq^{-1} \Delta \overline{u}(k), \tag{3}$$

где q^{-1} — оператор обратного сдвига на один период квантования, а матрица A составлена из коэффициентов КК (1), $A = W^T$. В модели (3) введен вектор приращений внешних управлений $\Delta\overline{u}(k)=\overline{u}(k)-\overline{u}(k-1)$, которые воздействуют непосредственно на вершины КК и формируются по отдельному закону управления. При этом диагональную матрицу B можно принимать единичной. В [4] выполнена разработка и исследование системы стабилизации неустойчивого импульсного процесса (3) в приращениях переменных.

Модель КК (3) отличается отсутствием динамических связей по управлению и сложной динамикой между координатами (вершинами) КК.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача управления соотношениями координат КК до настоящего времени не рассматривалась. Однако актуальность этой задачи является очевидной, поскольку в сложных системах разной природы (социально-экономических, политических, административных, финансовых, экологических и прочих) возникает необходимость обеспечивать заданное соотношение между отдельными наиболее важными координатами. При этом предполагается, что исходная динамическая модель импульсного процесса (3) в КК является неустойчивой.

Цель работы — зная динамику неустойчивого импульсного процесса КК в приращениях координат вершин получить алгоритм управления, обеспечивающий соблюдение заданных соотношений между установившимися значениями координат.

Для решения задачи управления соотношениями координат КК необходимо представить управляемую динамическую модель переходного процесса (3) типа «вход–выход» не в приращениях, а в полных значениях координат КК.

Для стабилизации неустойчивого переходного процесса КК в полных значениях координат необходимо выполнить синтез закона управления $\overline{u}(k)=\phi\{\overline{G}-\overline{y}(k)\}$, который эффективно обеспечивает стабилизацию координат $\overline{y}(k)$ КК на заданных уровнях $\overline{G}$ путем непосредственного воздействия управлений на вершины КК.

Управление соотношениями координат КК необходимо выполнять на основе сформированной матрицы соотношений R.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ НЕУСТОЙЧИВОГО ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА КООРДИНАТ ВЕРШИН КК НА ЗАДАННЫХ УРОВНЯХ

Модель переходного процесса КК при представлении импульсного процесса (1) в полных координатах вершин имеет вид

$$[I-(I+A)q^{-1}+Aq^{-2}]\overline{y}(k)=0. \tag{5}$$

При этом, корни $\det[I-(I+A)q^{-1}+Aq^{-2}]=0$ по модулю могут быть больше единицы, что приводит к неустойчивости (5). Для стабилизации координат процесса (5) необходимо формировать вектор внешних управлений, которые будут воздействовать непосредственно на вершины КК $y_i(k)$, $k=1,2,...,n$. Тогда динамику вынужденного движения вершин КК при воздействии внешних управлений можно представить так:

$$[I-(I+A)q^{-1}+Aq^{-2}]\bar{y}(k)=Bq^{-1}\bar{u}(k), \tag{6}$$

где диагональная матрица B выбирается проектировщиком системы когнитивного управления и на начальном этапе проектирования равна $B=I$.

Закон управления регулятора системы стабилизации выбирается в следующей форме:

$$\bar{u}(k)=(P_1+P_2q^{-1})[\bar{G}-\bar{y}(k)], \tag{7}$$

где $\bar{G}$ — вектор задающих воздействий, на уровнях составляющих которого необходимо стабилизировать вершины КК y_i.

Подставим (7) в (6), тогда после элементарных преобразований получим уравнение замкнутой системы стабилизации:

$$[I+(BP_1-I-A)q^{-1}+(A_1+BP_2)q^{-2}]\bar{y}(k)=B(P_1q^{-1}+P_2q^{-2})\bar{G}, \tag{8}$$

из которого определяется

$$\bar{y}(k)=[I+(BP_1-I-A)q^{-1}+(A_1+BP_2)q^{-2}]^{-1}B(P_1q^{-1}+P_2q^{-2})\bar{G}. \tag{9}$$

Для обеспечения устойчивости замкнутой системы корни характеристического уравнения

$$\det[I+(BP_1-I-A)q^{-1}+(A_1+BP_2)q^{-2}]=0 \tag{10}$$

должны быть по модулю меньше единицы. Для этого сформируем эталонную модель динамики замкнутой системы с наперед выбранными корнями, которые по модулю будут меньше единицы. Сформированную эталонную модель приравняем к характеристическому полиному замкнутой системы:

$$I+(BP_1-I-A)q^{-1}+(A_1+BP_2)q^{-2}=I+A_{\text{M}_1}q^{-1}+A_{\text{M}_2}q^{-2}. \tag{11}$$

Для определения параметров закона управления (7) приравниваем в (11) коэффициенты при одинаковых степенях оператора q:

$$A_{M_1}=BP_1-I-A,$$

$$A_{M_2}=A+BP_2.$$

Из полученных равенств вычисляем матрицы параметров закона управления (7):

$$P_1=B^{-1}(I+A+A_{\text{M}_1}),\quad P_2=B^{-1}(A_{\text{M}_2}-A). \tag{12}$$

Если выбрать $B=I$, тогда

$$P_1=I+A+A_{\text{M}_1},$$

$$P_2=A_{\text{M}_2}-A. \tag{13}$$

В результате закон управления (7) будет иметь вид:

$$\bar{u}(k) = (I + A + A_{M_1} + (A_{M_2} - A)q^{-1})[\bar{G} - \bar{y}(k)].$$

При подстановке матриц параметров (12) в (8) уравнение замкнутой системы управления динамикой КК примет вид

$$\bar{y}(k) = -A_{M_1}\bar{y}(k-1) - A_{M_2}\bar{y}(k-2) + (I + A_{M_1} + A_{M_2})\bar{G}, \qquad (14)$$

откуда можно сделать вывод, что переходной процесс в управляемой КК будет определяться сформированной динамикой эталонной модели.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СООТНОШЕНИЯМИ КООРДИНАТ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ

В работе рассматривается проблема синтеза системы управления динамическим режимом КК, которая должна обеспечить выполнение двух задач, а именно: задачи стабилизации неустойчивого импульсного процесса в КК и задачи координации вершин КК. Под задачей координации будем понимать управление с целью соблюдения линейных соотношений между координатами КК в виде

$$R\bar{G} = \bar{b}, \qquad (15)$$

где R — заданная невырожденная матрица соотношений (размерности $n \times n$), $\bar{G}$ — вектор задающих воздействий замкнутой системы стабилизации, $\bar{b}$ — заданный вектор размерности n. Задача стабилизации неустойчивого импульсного процесса решена выше. Задача управления соотношениями выходных координат КК решается без обратной связи (рис. 1) согласно [5]. Другими словами, задающие воздействия выбираются так, чтобы удовлетворять желаемым соотношениям. Тогда в случае, если стабилизация на заданных уровнях выполняется успешно, соотношение также выполняется.

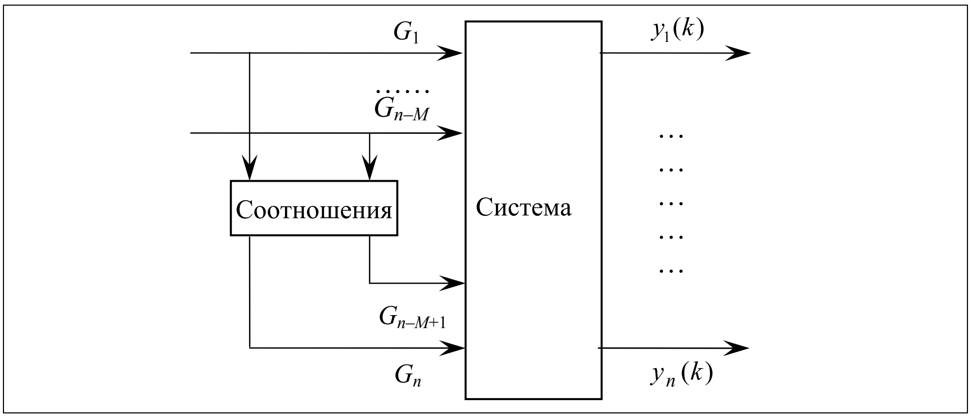

Рис. 1. Схема координирующего управления

Преимуществом схемы, изображенной на рис. 1, является простота и «чистота» задающих сигналов $\overline{G}$, не связанных с качеством замкнутой системы управления КК. Недостатком данной схемы является то, что заданное соотношение (15) выполняется только в установившемся состоянии, что вполне достаточно при неустойчивом исходном импульсном процессе КК. Согласно (15) вектор задающих воздействий определяется как

$$\overline{G} = R^{-1}\overline{b}, \tag{16}$$

и стабилизация координат вершин КК выполняется при установленном соотношении между ними.

В случае, если количество соотношений меньше, чем количество координат, то имеет смысл объединить задачу стабилизации и координации. А именно — дополнить множество соотношений уравнениями типа $G_i = b_i$, где b_i — фиксированные значения задающих воздействий, так, чтобы их суммарное количество было равно n.

ПРИМЕР СТАБИЛИЗАЦИИ И КООРДИНАЦИИ ВЕРШИН КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ ДЛЯ КОММЕРЧЕСКОГО БАНКА

Рассмотрим следующую КК [4], описывающую в первом приближении работу коммерческого банка (рис. 2).

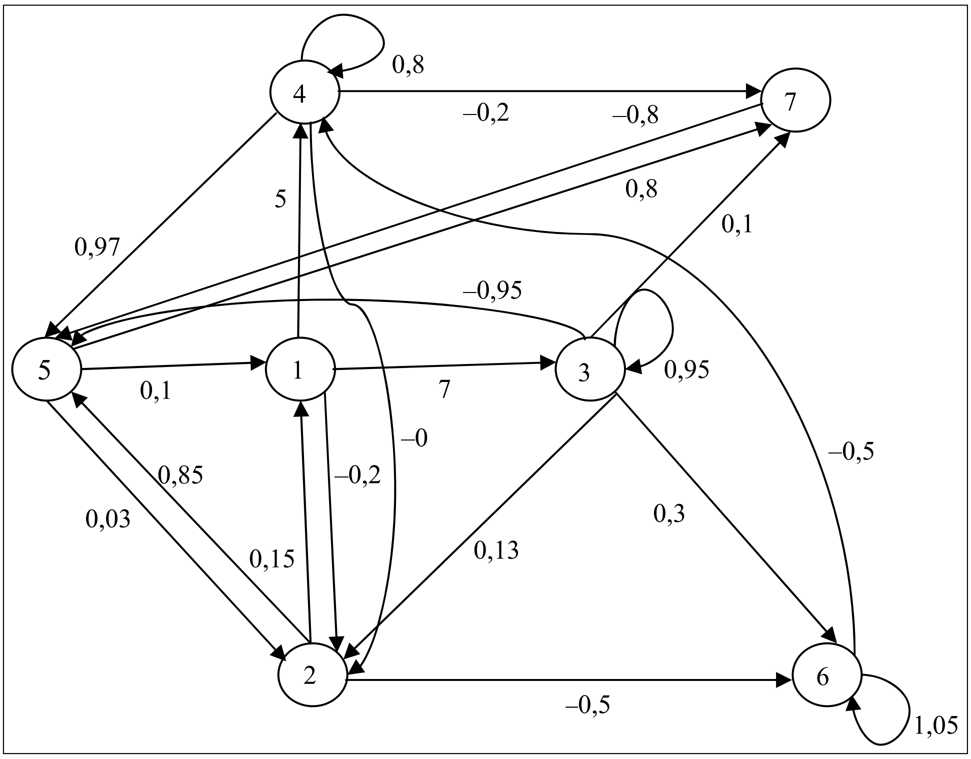

Рис. 2. Когнитивная карта для коммерческого банка, где: 1 — региональная сеть, 2 — капитал, 3 — кредиты, 4 — депозиты, 5 — ликвидные активы, 6 — мера риска стабильности, 7 — мера риска ликвидности

Весовая матрица смежности этой КК имеет вид:

$$W=\begin{pmatrix} 0 & -0{,}2 & 7 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}15 & 0 & 0 & 0 & 0{,}85 & -0{,}5 & 0 \\ 0 & 0{,}13 & 0{,}95 & 0 & -0{,}95 & 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0 & -0{,}2 & 0 & 0{,}8 & 0{,}9 & 0 & -0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}5 & 0 & 1{,}05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}8 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Собственные числа этой матрицы равны 0,1127 $\pm$ 0,7289i, –0,0873 $\pm$ 0,1701i, 0,6415, 1,0538 $\pm$ 0,3134i (по модулю больше единицы). Следовательно, система неустойчива.

Переходя к системе типа «вход–выход», в принятых обозначениях получим $A=W^T$, $B=I$. Все величины измеряются в миллионах гривен. Примем начальные значения вектора координат вершин КК равными 100, 500, 1500, 1000, 200, 150, 250, а начальные приращения равными –2, 0, – 20, –18, 2, 0, 0. Пусть соотношение, которое должно быть выполнено, заключается в том, чтобы объем кредитов был в 1,5 раза больше, чем объем депозитов. Для остальных координат зададим некоторые желаемые значения (задающие воздействия) и представим уравнение (15) в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \\ G_6 \\ G_7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 210 \\ 520 \\ 0 \\ 1100 \\ 220 \\ 150 \\ 250 \end{pmatrix}.$$

В качестве эталонной модели замкнутой системы возьмем диагональный матричный полином с одинаковыми полиномами на главной диагонали. Пусть корни характеристического уравнения равны 0,1 и 0,2, и соответственно коэффициенты $A_{M_1}=-0{,}3I$, $A_{M_2}=0{,}02I$.

В итоге получим графики изменения координат вершин КК (рис. 3). На рис. 4 показаны графики ошибки управления $\bar{e}=\overline{G}-\bar{y}$, т.е. разности между задающими воздействиями и координатами КК. На рис. 5 представлено значение соотношения между кредитами и депозитами, желаемое значение которого равно 1,5. На рис. 6 — графики изменения управлений.

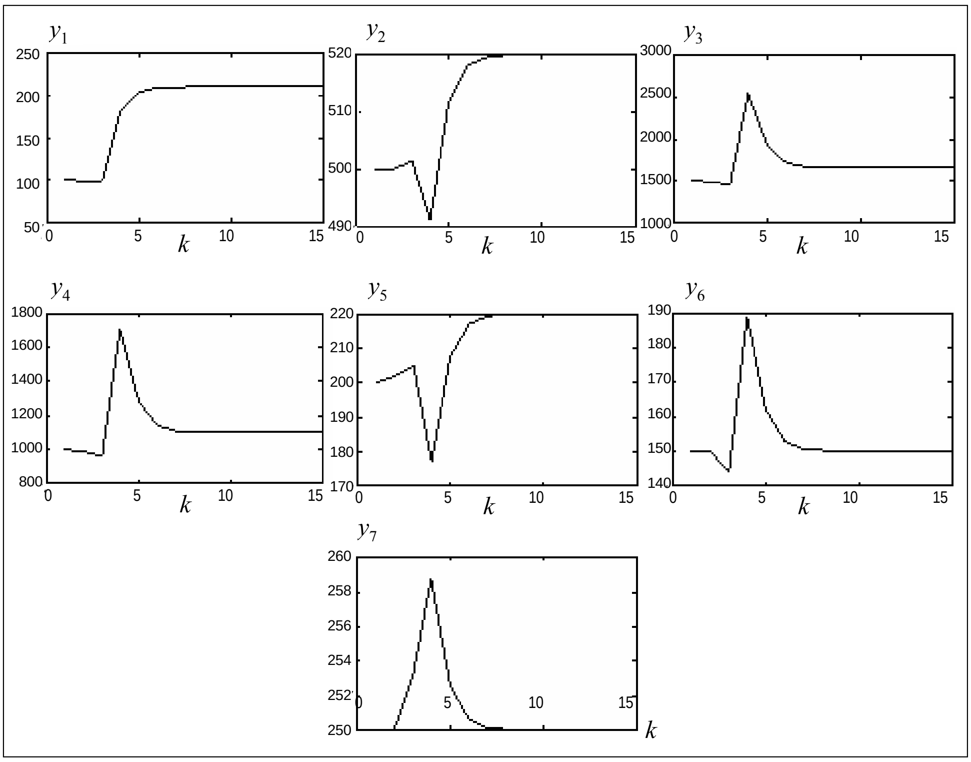

Рис. 3. Графики изменения координат вершин КК

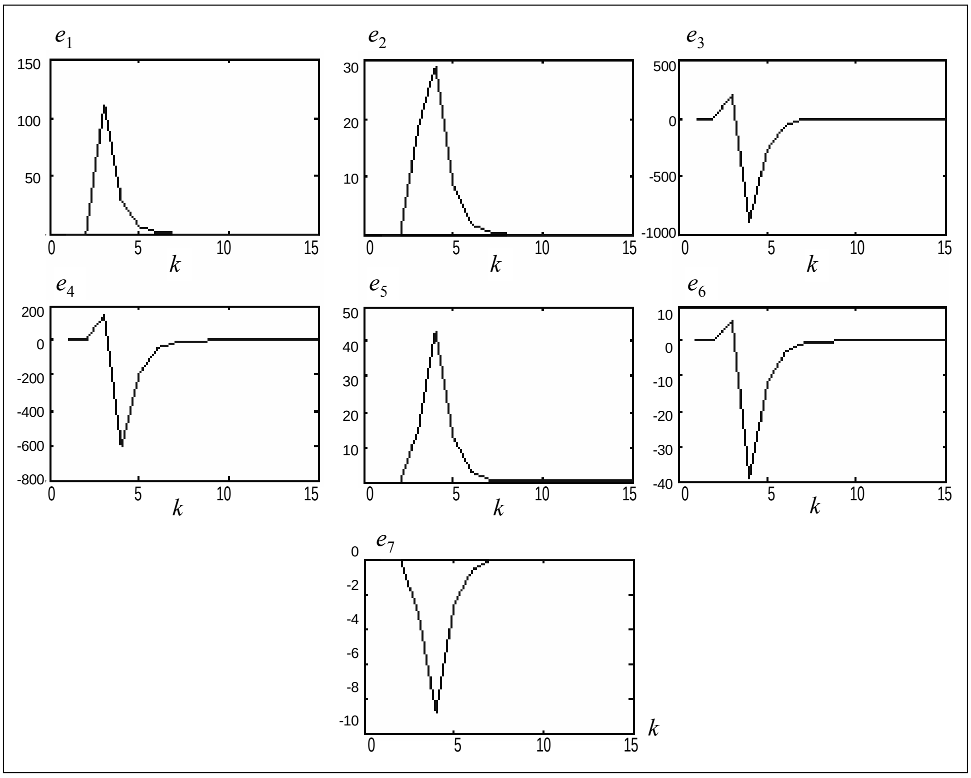

Рис. 4. Графики изменения ошибок управления

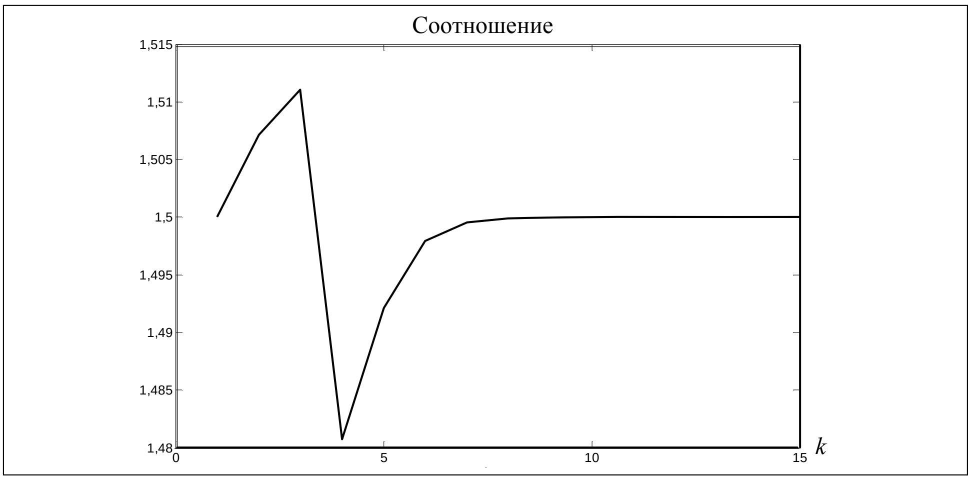

Рис. 5. Динамика изменения соотношения между кредитами и депозитами

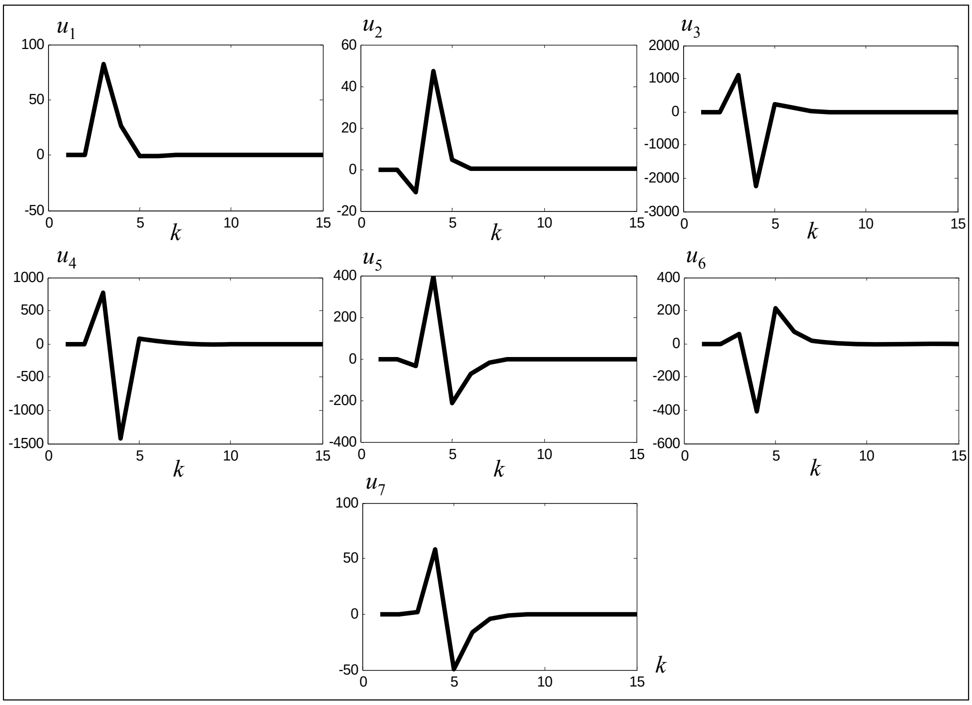

Рис. 6. Графики изменения управляющих воздействий

ВЫВОДЫ

В данной работе впервые рассмотрен вопрос об управлении соотношениями в когнитивных картах. Был разработан метод стабилизации координат вершин КК на заданных уровнях путем формирования управляющих воздействий, действующих на все вершины КК. Для этого КК представлена в виде модели типа «вход – выход» в полных значениях координат вершин КК. Проектировщиком задаются желаемые значения полюсов замкнутой системы управления. Закон управление обеспечивает желаемую динамику координат в переходном процессе. Задача координации решена без обратной связи путем формирования задающих воздействий, удовлетворяющих желаемым соотношениям. Теоретические результаты проиллюстрированы на примере КК, описывающей работу коммерческого банка, в которой необходимо соблюсти соотношение между объемом кредитного и депозитного портфелей при неустойчивом импульсном процессе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Робертс Ф.С.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. Пер. с англ. — М.: Наука, 1986. — 496 с.
2. *Авдеева З.К., Коврига С.В., Макаренко Д.И., Максимов В.И.* Когнитивный подход в управлении // Проблемы управления. — 2002. — № 3. — С. 2–8.
3. *Романенко В.Д., Милявский Ю.Л.* Обеспечение устойчивости импульсных процессов в когнитивных картах на основе моделей в пространстве состояний // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2014. — № 1. — С. 26 – 42.
4. *Романенко В.Д., Милявский Ю.Л., Реутов А.А.* Метод адаптивного управления неустойчивыми импульсными процессами в когнитивных картах на основе эталонных моделей // Проблемы управления и информатики. — 2015. — № 2. — С. 35–45.
5. *Романенко В.Д., Мілявський Ю.Л.* Синтез багатовимірних координуючих систем керування з різнотемповою дискретизацією в детермінованому середовищі // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 4. — С. 7–20.

Поступила 15.09.2014