

УДК 519.6

*А.Н. Химич, А.В. Попов, Т.В. Чистякова, М.Ф. Яковлев*Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, г. Киев  
Украина, 03680, г. Киев-187, пр-т Академіка Глушкова 40, *dept150@insyg.kiev.ua***Интеллектуальная система компьютерной математики  
для высокопроизводительных вычислений***A.N. Khimich, A.V. Popov, T.V. Chistyakov, M.F. Yakovlev**V.M. Glushkov Institute of Cybernetics NAS of Ukraine, c. Kyiv  
Ukraine, 03680, c. Kyiv-187, Glushcova ave., 40****Intelligent System of Computer Mathematics  
for High-Performance Computing****О.Н. Хіміч, А.В. Попов, Т.В. Чистякова, М.Ф. Яковлев*Институт кібернетики ім В.М. Глушкова НАНУ, м Київ  
Україна, 03680, м. Київ-187, пр-т Академіка Глушкова 40**Интеллектуальная система комп'ютерної математики  
для високопродуктивних обчислень**

В статье рассматриваются и иллюстрируются на ряде примеров из различных классов задач вычислительной математики проблемы компьютерного моделирования при решении научно-технических задач. Решение проблем предлагается в рамках интеллектуальной системы компьютерной математики для высокопроизводительных вычислений: реализации компьютерной математики средствами интеллектуализации процесса исследования и решения задач.

**Ключевые слова:** интеллектуальные системы, достоверность решений, параллельные вычисления, компьютерная математика, интеллектуальное численное программное обеспечение.

In the article and are illustrated on several examples from different classes of problems of computational mathematics problem solving in computer simulation of scientific and engineering problems. Addressing offered under intellectual system of computer mathematics for high performance computing: computer mathematics means of intellectualization process research and problem solving.

**Key words:** intelligent systems, reliability of the results, parallel computation, computer mathematics, intelligent numerical software

У статті розглядаються і ілюструються на ряді прикладів з різних класів задач обчислювальної математики проблеми комп'ютерного моделювання при вирішенні науково-технічних завдань. Рішення проблем пропонується в рамках інтелектуальної системи комп'ютерної математики для високопродуктивних обчислень: реалізації комп'ютерної математики засобами інтелектуалізації процесу дослідження і вирішення завдань.

**Ключові слова:** інтелектуальні системи, достовірність розв'язків, паралельні обчислення, комп'ютерна математика, інтелектуальне чисельне програмне забезпечення.

**Введение**

Высокопроизводительная вычислительная техника является одним из основных средств научных и инженерных исследований.

Вместе с ростом возможностей компьютеров для научных и инженерных исследований растут и проблемы их создания и эксплуатации. Увеличение числа процессоров в

параллельных компьютерах в этой ситуации будет означать существенное увеличение коммуникационных потерь и снижение их эффективности. Уже сейчас имеются существенные различия за счет коммуникационных потерь между максимальной и эксплуатационной производительностями. Разработке компьютерных методов высокопроизводительных вычислений (параллельных, распределенных, гибридных) посвящены работы [1-4].

Кроме того проблема достоверности компьютерных решений с ростом объемов решаемых задач на таких компьютерах также усугубляется. Известно, что в ряде случаев при решении научных и инженерных задач на компьютерах пользователи получают машинные решения, не содержащие физического смысла. Это происходит по многим причинам, но прежде всего из-за погрешности в исходных данных, различия свойств математических и машинных моделей задач, различия арифметики и машинной арифметики и т.д. Проблема исследования достоверности компьютерных решений остается одной из практически важных.

Другой, не менее важной, актуальной проблемой практической реализации высокопроизводительных вычислений является создание программного обеспечения уровня конечного пользователя – интеллектуальных программных средств, обеспечивающих общение с компьютером на языке предметной области и автоматизацию решения задачи на компьютере (алгоритмизация, программирование, выбор топологии, решение задачи в условиях приближенных исходных данных с анализом достоверности компьютерных решений).

Решение перечисленных проблем предлагается в рамках концепции создания интеллектуальной системы компьютерной математики (ИСКМ): реализации компьютерной математики для высокопроизводительных вычислений средствами интеллектуализации процесса исследования и решения задач. Ее применение позволит существенно перераспределить работы по постановке и решению задач между пользователем и компьютером по сравнению с традиционными технологиями, сократить сроки разработки приложений для решения научно-технических задач и повысить качество получаемых компьютерных решений, даст возможность решать новые научно-технические задачи и организовывать численные эксперименты, существенно сокращающие средства и время разработок объектов современной техники.

## 1 Особенности компьютерной математики

Математические модели, описывающие прикладные задачи, всегда содержат погрешности в исходных данных. Но в подавляющем большинстве случаев при исследовании математических уравнений предполагается неявно, что исходные данные задачи точны. Характерной особенностью математических моделей с приближенными исходными данными является то, что их математические свойства априори неизвестны. В пределах заданного уровня погрешности могут быть как совместные, так и несовместные задачи, как корректно, так и некорректно поставленные, как плохо, так и хорошо обусловленные. При этом машинная модель задачи, которую в конечном итоге и приходится решать на компьютере, всегда имеет приближенный по отношению к исходной задаче характер (из-за наследственной погрешности исходных данных, из-за погрешности дискретизации, из-за погрешности получения (ввода) числовых данных о задаче в компьютер).

Влияние погрешности исходных данных на точность полученных решений проиллюстрируем на простейших примерах.

Свободные члены систем уравнений

$$\begin{aligned} 100x_1 + 500x_2 &= 1700 & 100x_1 + 500x_2 &= 1700 \\ 15x_1 + 75,01x_2 &= 255 & 15x_1 + 75,01x_2 &= 255,03 \end{aligned}$$

различаются в пятой значащей цифре. Решением первой системы является  $x_1 = 17$ ,  $x_2 = 0$ , а второй –  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$ . Отметим, что определитель обеих систем равен единице.

Не всегда близость элементов матриц обеспечивает близость их собственных значений. Так, собственными значениями матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 10^4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  являются  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 1$ , а

матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 10^4 \\ 10^{-4} & 1 \end{pmatrix}$  –  $\lambda_1 = 2$ ,  $\lambda_2 = 0$ . В этом случае из-за возмущения элементов меняется каноническая форма матрицы от Жордановой клетки до матрицы простой структуры.

Уравнение  $x^{1/3} - 2x^{1/6} + 1 = 0$  имеет один действительный корень  $x_1 = 1$ , а уравнение  $x^{1/3} - 2x^{1/6} + 0,99 = 0$ , отличающееся от предыдущего уравнения лишь погрешностью свободного члена  $\varepsilon = 10^{-2}$ , имеет два действительных корня  $x_1 = 1,771561$ ,  $x_2 = 0,531441$ .

Иллюстрацию таких примеров можно продолжить также из других классов задач вычислительной математики.

Следующий пример показывает, что увеличение точности задания исходных данных далеко не всегда может приводить к уточнению результатов решения. Чтобы проиллюстрировать этот факт для примера рассмотрим матрицы

$$H = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } \bar{H} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 10^{-10} \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что соответствующие псевдообратные матрицы

$$H^+ = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } \bar{H}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 \\ 0 & 10^{10} \end{pmatrix}$$

будут иметь сильно отличающиеся элементы.

Используя представление

$$H^+ = \sum_{i=1}^m \lambda_i^+ t_i t_i^T,$$

где  $t_i$  – собственный вектор матрицы  $H$ ,  $\lambda_i$  – собственные значения,

$$\lambda_i^+ = \begin{cases} 1/\lambda, & \text{если } \lambda \neq 0 \\ 0, & \text{если } \lambda = 0 \end{cases},$$

легко понять этот факт, поскольку функция  $\lambda_i^+$  имеет разрыв в точке  $\lambda = 0$ . Причем, как следует из представления  $H^+$ , различие между  $H^+$  и  $\bar{H}^{-1}$  будет тем больше, чем меньше погрешность в исходных данных. Выше приведены примеры плохообусловленных и некорректных задач в условиях приближенных исходных данных.

В этом случае чрезвычайно усложняет ситуацию тот факт, что большое математическое различие между матрицами полного и неполного ранга существует только в математически идеальном мире вещественных чисел. Поскольку действия

над матрицами проводятся с округлением, то это различие становится неопределенным. Таким образом, некоторая невырожденная матрица может стать в компьютере вырожденной. С другой стороны, очень вероятно, что вырожденная в действительности матрица за счет погрешностей округлений будет превращена в близкую, но невырожденную.

Решение проблемы состоит в том, чтобы в машинной среде определить свойства решаемой задачи и сформировать машинный алгоритм получения приближенного решения математической задачи как для корректных задач, так и для некорректных, как плохо, так и хорошо обусловленных.

Анализ особенностей реализации компьютерной арифметики показал, что:

– континуум всех вещественных чисел в компьютере аппроксимируется конечным множеством конечных дробей (уже при вводе численных данных возникают ошибки округления);

– феномен «машинного нуля» порождает ряд трудностей при реализации вычислительных алгоритмов (любой современный компьютер имеет наименьшее положительное число, которое может быть в нем представлено, и все числа, меньше по абсолютной величине этого числа, заменяются нулем);

– арифметические операции на компьютере отличаются от математических: законы ассоциативности и дистрибутивности не выполняются ни на одном современном компьютере, а законы коммутативности в операциях с плавающей запятой выполняются только при правильной процедуре округления.

Таким образом, аксиоматика математики, в том числе вычислительной математики, отличается от аксиоматики компьютерной математики.

В ходе численного решения уравнений машинных моделей задач алгоритмами прямых методов, которые представлены в компьютерах в машинных кодах, в зависимости от длины мантииссы машинного слова происходит накопление погрешностей вычислений. Влияние вычислительной погрешности на решение систем линейных алгебраических уравнений видно на примере решения системы алгоритмами методов Банча и Гаусса.

Так, после ввода системы линейных алгебраических уравнений

$$Ax = b,$$

где  $A$  и  $b$  имеют следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0.1348531574394 & 0.1878970588235 & 0.1909117647058 & 0.17792647058823 \\ 0.1878970588232 & 0.262 & 0.265 & 0.247 \\ 0.1909117647058 & 0.265 & 0.281 & 0.266 \\ 0.1779264705882 & 0.247 & 0.266 & 0.255 \end{pmatrix}$$

$$b = 0.3516, 0.4887, 5105, 0.4818,$$

а решение:

$$x = 0.666216...e12, -0.401689...e12, -0.166554...e12, 0.979729...e11,$$

в компьютере возникает система

$$A_1 x_1 = b_1,$$

с матрицей  $A_1$  и правой частью  $b_1$ , имеющих вид:

$$= \begin{pmatrix} 0.1348531574394 & 0.1878970588235 & 0.19091176470588 & 0.17792647058823 \\ 0.1878970588235 & 0.2620000000000 & 0.265 & 0.246999999999999 \\ 0.1909117647058 & 0.2650000000000 & 0.2810000000000 & 0.2660000000000 \\ 0.1779264705882 & 0.2469999999999 & 0.2660000000000 & 0.2550000000000 \end{pmatrix}$$

$b_1 = 0.3516, 0.4887, 5105, 0.4818,$

точное решение которой:

$x_1 = 3.547...e12, -2.138...e12, -8.867...e12, 5.216...e11.$

Машинные решения этой системы как алгоритмом метода Банча

$x_{\text{Banch}} = 2.810...e12, -1.694...e12, \dots -7.027...e11, 4.133...e11,$

так и алгоритмом метода Гаусса

$x_{\text{Gauss}} = 3.164...e12, -1.908...e12, \dots -7.911...e11, 4.653...e11$

весьма далеки как от решения машинной модели задачи, так и от математического ее решения.

Кроме того, при разработке вычислительных схем и программ возникает проблема неоднозначной машинной реализации математических операций.

Рассмотрим уравнение:

$$f(x) = 0,001 - 100e^{-\left(10 + \frac{x}{5}\right)} = 0, \quad 0 \leq x \leq 10,$$

имеющее математическое решение

$$x = 5(5 \ln 10 - 10) = 7,567.$$

Для решения этого уравнения можно использовать метод простой итерации, реализуемый по формуле:

$$x_{k+1} = x_k = 0,001 + 100e^{-\left(10 + \frac{x_k}{5}\right)},$$

так как выполнены достаточные условия сходимости этого метода

$$\varphi'(x) = \left| 1 - 20e^{-\left(10 + \frac{x}{5}\right)} \right| < 1, \quad 0 \leq x \leq 10.$$

Решение, полученное на компьютере с длиной машинного слова в четыре десятичных знака и с условием окончания итераций  $\frac{|x_{k+1} - x_k|}{|x_k|} < \inf |f'(x)| \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}$ , для

$\varepsilon = 10^{-3}$  было получено за 3145 итераций:

$$x = 5,005,$$

в то время как математическое решение есть 7,565, т.е. относительная погрешность машинного решения 33,8%. Увеличение длины машинного слова до 8 десятичных знаков по той же программе и с тем же условием окончания итераций для  $\varepsilon = 10^{-3}$  позволило получить решение за 33 237 итераций:

$$x = 7,559 6341$$

с относительной погрешностью 0,53%.

Исходя из вышеизложенного, приходим к необходимости исследования математических свойств компьютерных моделей задач.

Например, для систем линейных алгебраических уравнений с целью выбора необходимого алгоритма решения и получения достоверных результатов целесообразно исследовать:

- корректность постановки математических задач,
- определить или оценить число обусловленности сформулированной системы линейных алгебраических уравнений,
- оценить погрешность машинного решения.

Известно, что определяющим фактором при исследовании корректности систем линейных алгебраических уравнений является ранг матрицы и, в частности, для

квадратных матриц – исследование матрицы на сингулярность. Но использование классического определения ранга матрицы сводится, как известно, к вычислению определителя. Однако точно вычислить определитель матрицы на компьютере невозможно из-за огромного объема операций вычислений и погрешностей машинной реализации, которые исказят истинный ранг матрицы. Сравнение вычисленного определителя с машинным нулем, очевидно, не даст правильного результата. Поэтому разработаны алгоритмы определения ранга матрицы в условиях приближенных исходных данных, в том числе, и в условиях машинной погрешности.

И, таким образом, для каждого класса математических задач с приближенными исходными данными возникает необходимость создания компьютерного инструментария для исследования математических свойств машинных моделей задач, построения алгоритма их решения с учетом структуры и архитектуры компьютеров и оценки достоверности полученных результатов. В [1] представлены компьютерные алгоритмы высокопроизводительных вычислений. Вопросам достоверности получения компьютерных решений задач различных классов посвящены работы [5-10].

## 2 Интеллектуальное численное программное обеспечение

Исследования в области компьютерной математики являются теоретической основой создания интеллектуального численного и прикладного программного обеспечения [11-17].

Под интеллектуальным программным обеспечением решения класса научно-технических задач будем понимать комплекс программ, позволяющий на языке предметной области сформулировать в компьютере задачу, автоматически исследовать свойства машинной модели задачи с приближенными исходными данными, в соответствии с выявленными свойствами и учетом математических и технических возможностей компьютера определить необходимое для решения задачи число процессоров и построить алгоритм решения, сформировать для решения задачи конфигурацию из процессоров параллельного компьютера, синтезировать программу параллельных вычислений, решить задачу, оценить достоверность полученного машинного решения и визуализировать результаты решения на языке предметной области.

С функциональной точки зрения интеллектуальное программное обеспечение в автоматическом режиме реализует исследовательскую функцию и адаптивную настройку алгоритма, синтезированной программы и архитектуры компьютера на свойства решаемой задачи и получение компьютерного решения с оценкой достоверности.

Алгоритмической основой интеллектуального программного обеспечения являются алгоритмы исследования и решения задач с приближенными исходными данными и оценкой погрешности получаемых компьютерных решений [2-4].

Возможности использования компьютеров для исследования математических свойств машинных моделей задач и их решения автоматически построенным алгоритмом и программой были показаны в ходе выполнения проектов ISPAR (Интеллектуальное программное обеспечение для исследования и решения задач вычислительной математики на параллельных компьютерах) [18] и ISKON (Интеллектуальное программное обеспечение для исследования и решения задач анализа прочности конструкций) [19], выполнявшихся для Немецкого центра по авиакосмическим полетам (DLR).

На рис. 1 представлен состав интеллектуального программного обеспечения Inparsoft, а также его взаимодействие с прикладным программным обеспечением.

Структурно Inparsoft состоит из интеллектуального программного средства Inpartool для автоматического исследования и решения задач и библиотеки интеллектуальных программ Inparlib.

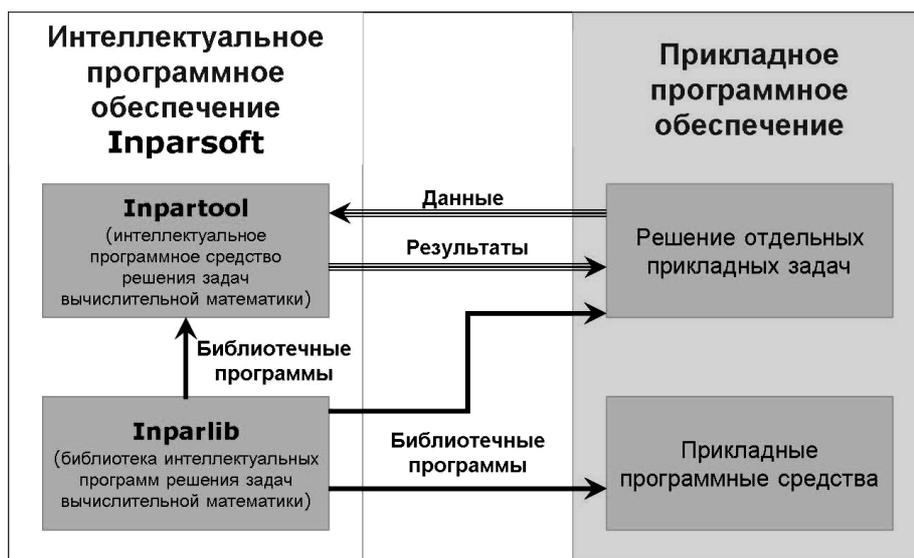


Рисунок 1 – Состав Inparsoft и его взаимодействие с прикладным программным обеспечением

Интеллектуальное программное средство Inpartool предназначено для исследования и решения основных классов задач вычислительной математики, а именно:

- систем линейных алгебраических уравнений;
  - алгебраической проблемы собственных значений;
  - уравнений и систем нелинейных уравнений;
  - систем обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями
- и реализует следующие возможности:

- исследование математических свойств и решение задач с приближенными исходными данными;
- автоматический выбор эффективных алгоритмов в соответствии с выявленными свойствами решаемых задач, математическими и техническими характеристиками MIMD-компьютера;
- исследование достоверности компьютерных решений;
- реализация принципа скрытого параллелизма.

Реализация принципа скрытого параллелизма обеспечивает:

- автоматическое управление распределением и перераспределением информации между процессами; исключение эффекта Гайдна;
- автоматическое определение необходимого для эффективного решения задачи числа процессов;
- автоматическое построение эффективной топологии межпроцессорных связей.

Inpartool состоит из четырех отдельных компонент – каждая для исследования и решения задач одного из четырех названных выше основных классов задач вычислительной математики.

Функционально Inparsoft является, с одной стороны, инструментом для автоматического исследования и решения перечисленных выше основных классов задач вычислительной математики, а с другой стороны, параллельные программы библио-

теки Inparlib служат материалом (как geuse-программы) для создания прикладного программного обеспечения решения научных и инженерных задач. С точки зрения пользователя Inpartool – продукт конечного пользователя, а Inparlib – инструмент пользователя-разработчика прикладных программных систем.

На рис. 2 представлена блок-схема клиент-серверной архитектуры Inpartool. Клиентская часть состоит только из диалоговой системы, а в серверную часть входят системы, обеспечивающие локальный и удаленный доступ пользователей к Inpartool, а также системы, с помощью которых на MIMD-компьютере проводится исследование и решение задач с приближенными данными.

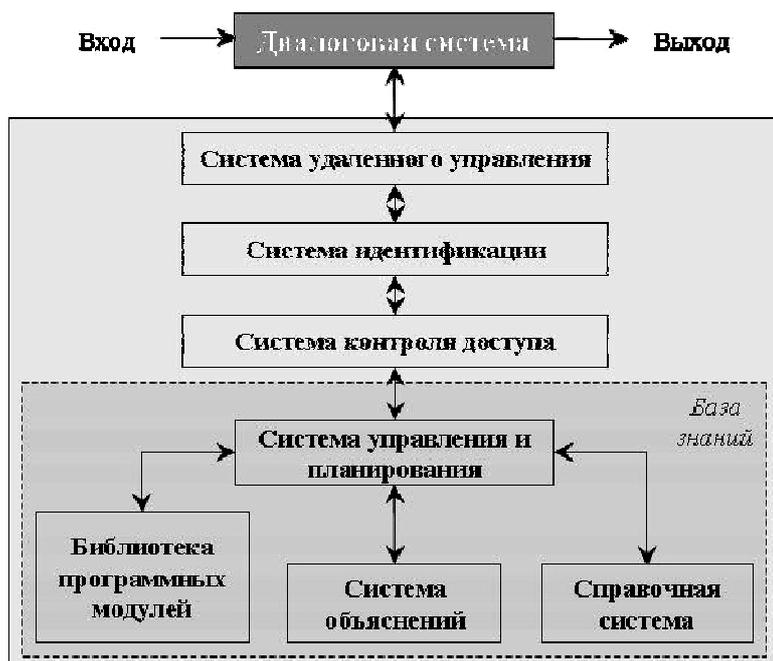


Рисунок 2 – Блок-схема архитектуры Inpartool

Далее приведен фрагмент протокола автоматического исследования и решения задач на параллельном MIMD-компьютере Инпарком.

```

P R O B L E M :
  solving of the linear algebraic system
  with a symmetric positive defined matrix
D a t a :
  - matrix dimension                = 1000
  - number of the right-hand side
    of the systems                  = 1
  - maximum relative error
    of the matrix elements          = 0.00000e+00
  - maximum relative error
    of elements of the right-hand sides = 0.00000e+00
P r o c e s s   o f   i n v e s t i g a t i n g
  a n d   s o l v i n g
M e t h o d :
  - Cholesky decomposition
R E S U L T S :
  !!! THE MATRIX IS NOT POSITIVE DEFINED !!!
  Number of processors: 4

```

```
Method:
- Gauss elimination with partial pivoting
RESULTS:
!!! THE MATRIX IS MACHINE-SINGULAR !!!
Number of processors: 4
Method:
- singular value decomposition
of a general matrix
RESULTS:
SOLUTION WAS CALCULATED
first 4 components of solution (vector 1) are:
-3.7747582837255322e-010    1.00000000000000031e+000
3.8857805861880479e-010    3.6489927986770073e-010
The vector(s) of solution are successfully stored      in the file
result.out
Error estimations:    4.99145e-08
Properties:
- estimation of conditional number: 7.49316e+07
- matrix rank: 999
Number of processors: 12
```

Из протокола видно, что в качестве пробного алгоритма исследования задачи с помощью Inpartool выбран алгоритм метода Холецкого как наиболее экономичный алгоритм для решения систем с симметричными матрицами. Однако в процессе исследования оказалось, что матрица не является положительно определенной, и для дальнейшего исследования с помощью Inpartool выбран алгоритм метода Гаусса. В процессе исследования матрица СЛАУ оказалась вырожденной. Для такой СЛАУ с использованием сингулярного разложения матрицы получено нормальное псевдорешение компьютерной задачи. Задача решена с оценками достоверности решения. В процессе исследования и решения задачи автоматически устанавливалось оптимальное количество процессов для каждого алгоритма, строилась эффективная топология, в соответствии с алгоритмом решения распределялись (перераспределялись) данные между процессами.

На базе интеллектуального программного обеспечения создан программный комплекс для автоматизации прочностных расчетов уникальных сооружений в гражданском и промышленном строительстве (<http://www.lira.com.ua>). На Инпарком проанализирована прочность конструкций двухкорпусного 80-ти этажного офисного центра в Москве [20]. Показано существенное сокращение времени расчетов с использованием компьютерных технологий параллельных вычислений.

Совместно с Институтом электросварки имени Е.О. Патона НАН Украины решена задача нахождения кинетики температурных напряжений и деформаций (напряженно-пластическая задача) при сварке титановых балок пола в конструкциях самолетов [21]. Использование технологии высокопроизводительных вычислений дало существенную экономию времени проведения расчетов.

## Заключение

Возросшие возможности вычислительной техники (высокая производительность и значительные объемы запоминающих устройств) дают возможность решать новые научно-технические задачи и организовывать численные эксперименты, существенно сокращающие средства и время разработки объектов современной техники. Отметим, что организация и стоимость натуральных экспериментов требует затрат времени и стоимости на два – три порядка больше, чем организации численного эксперимента.

Теоретическое исследование возникающих математических и дискретных моделей является необходимым, но не достаточным условием получения достоверных компьютерных решений, так как из-за погрешностей свойства машинных моделей всегда будут отличаться от свойств дискретных моделей.

Поэтому, интеллектуальные системы компьютерной математики для высокопроизводительных вычислений является эффективным инструментом для автоматического исследования, решения и анализа получаемых результатов задач инженерии и науки, максимально освобождая из этих процессов конечного пользователя, существенно повышая его производительность.

## Литература

1. Параллельные алгоритмы решения задач вычислительной математики / [Химич А.Н., Молчанов И.Н., Попов А.В., Чистякова Т.В., Яковлев М.Ф.]. – Киев : Наук. думка, 2008. – 247 с.
2. Химич А.Н. Некоторые вопросы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений на MIMD-компьютерах / А.Н. Химич, М.Ф. Яковлев, Т.А. Герасимова // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 2. – С. 175-182.
3. Численное программное обеспечение MIMD-компьютера Инпарком / [Химич А.Н., Молчанов И.Н., Мова В.И. и др.]. – Киев : Наук. думка, 2007. – 221 с.
4. Intelligente Umgebung zur Untersuchung und Lösung wissenschaftlich-technischer Aufgaben auf Parallelrechnern (ISPAR), 01 IR 64113, des BMBF / [Moltschanow I., Galba Ye., Popov A., Chimitsch A., Tschistyakowa T., Jakowlew M.]. – Germany, 1998. – 192 S.
5. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры / Воеводин В.В. – М.: Наука, 1977. – 303 с.
6. Молчанов И.Н. Машинные методы решения задач прикладной математики. Алгебра, приближение функций, обыкновенные дифференциальные уравнения / Молчанов И.Н. – Киев : Наук. думка, 2007. – 550 с.
7. Химич А.Н. Некоторые вопросы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений на MIMD-компьютерах / А.Н. Химич, М.Ф. Яковлев, Т.А. Герасимова // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 2. – С. 175–182.
8. Химич А.Н. О полной погрешности расчета линейных математических моделей итерационными методами / А.Н. Химич, М.Ф. Яковлев // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 5. – С. 1-12.
9. Химич А.Н. Оценки полной погрешности решения систем линейных алгебраических уравнений для матриц произвольного ранга / А.Н. Химич // Компьютерная математика. – 2002. – № 2. – С. 41-49.
10. Химич А.Н. Анализ достоверности компьютерных решений систем линейных алгебраических уравнений с приближенно заданными исходными данными / А.Н. Химич, Е.А. Николаевская // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 6. – С. 83-95.
11. Молчанов И.Н. Проблемы интеллектуализации MIMD-компьютеров / И.Н. Молчанов // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 1. – С. 37–46.
12. Молчанов И.Н. Алгоритмическое обеспечение и вычислительные возможности интеллектуального программного средства LINSYST / И.Н. Молчанов, А.Н. Химич, Т.В. Чистякова // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 3. – С. 40-50.
13. Молчанов И.Н. Алгоритмические основы создания интеллектуального программного средства исследования и решения задач Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Н. Молчанов, М.Ф. Яковлев // Кибернетика и системный анализ. – 2001. – № 5. – С. 3-16.
14. Интеллектуальный интерфейс для исследования и решения задач прочностного анализа конструкций / [И.Н. Молчанов, Е.Ф. Галба, А.В. Попов и др.] // Проблемы программирования. – 2002. – № 1–2. – С. 532-537.
15. Интеллектуальная система для исследования и решения матричных задач на собственные значения / [И.Н. Молчанов, Т.А. Герасимова, О.В. Попов и др.] // Проблемы программирования. – № 2-3. – 2004. – С. 570-576.
16. Интеллектуальный интерфейс для дослідження та розв'язування задач обчислювальної математики з наближено заданими вхідними даними на MIMD-комп'ютері / [И.Н. Молчанов, Е.Ф. Галба, О.В. Попов и др.] // Проблемы программирования. – 2000. – № 1–2. – С. 102-112.
17. Численное программное обеспечение MIMD-компьютера Инпарком / [А.Н. Химич, И.Н. Молчанов, В.И. Мова и др.]. – Киев : Наук. думка, 2007. – 221 с.

18. Intelligente Umgebung zur Untersuchung und Lösung wissenschaftlich-technischer Aufgaben auf Parallelrechnern (ISPAR), 01 IR 64113, des BMBF / Moltschanow I., Galba Ye., Popov A., Chimitsch A., Tschistyakowa T., Jakowlew M., 1998, Germany. – 192 S.
19. Untersuchung und Lösung der ersten Haupttrandaugabe der Elastizitätstheorie auf MIMD-Rechnern, 2. Zwischenbericht zum Projekt ISKON, Fördermaßnahme: 01IR 9053 des BMBF / Moltschanow I., Galba Ye., Popov A., Chimitsch A., Tschistyakowa T., Jakowlew M. – Germany, 2001. – 33 S.
20. Решение задач расчета прочности конструкций на MIMD-компьютере / А.Н. Химич, В.В. Поляно, А.В. Попов, О.В. Рудич // Искусственный интеллект – 2006. – № 4 – С. 138-147.
21. Математическое моделирование на MIMD-компьютерах физических процессов при сварке / В.И. Махненко, А.В. Попов, А.П. Семенов, А.Н. Химич, М.Ф. Яковлев // УСИМ. – 2007. – № 6. – С.80-87.

## Literatura

1. Parallel'nye algoritmy reshenija zadach vychislitel'noj matematiki / [Himich A.N., Molchanov I.N., Popov A.V., Chistjakova T.V., Jakovlev M.F.]. – Kiev : Nauk. dumka, 2008. – 247 s.
2. Himich A.N. Nekotorye voprosy reshenija sistem obyknovennyh differencial'nyh uravnenij na MIMD-komp'juterah / A.N. Himich, M.F. Jakovlev, T.A. Gerasimova // Kibernetika i sistemnyj analiz. – 2007. – № 2. – S. 175-182.
3. Chislennoe programmnoe obespechenie MIMD-komp'jutera Inparkom / [Himich A.N., Molchanov I.N., Mova V.I. i dr. ]. – Kiev : Nauk. dumka, 2007. – 221 s.
4. Intelligente Umgebung zur Untersuchung und Lösung wissenschaftlich-technischer Aufgaben auf Parallelrechnern (ISPAR), 01 IR 64113, des BMBF / [Moltschanow I., Galba Ye., Popov A., Chimitsch A., Tschistyakowa T., Jakowlew M.]. – Germany, 1998. – 192 S.
5. Voevodin V.V. Vychislitel'nye osnovy linejnoy algebry / Voevodin V.V. – M.: Nauka, 1977. – 303 s.
6. Molchanov I.N. Mashinnye metody reshenija zadach prikladnoj matematiki. Algebra, priblizhenie funkcyj, obyknovennye differencial'nye uravnenija / Molchanov I.N. – Kiev : Nauk. dumka, 2007. – 550 s.
7. Himich A.N. Nekotorye voprosy reshenija sistem obyknovennyh differencial'nyh uravnenij na MIMD-komp'juterah / A.N. Himich, M.F. Jakovlev, T.A. Gerasimova // Kibernetika i sistemnyj analiz. – 2007. – № 2. – S. 175–182.
8. Himich A.N. O polnoj pogreshnosti rascheta linejnyh matematicheskikh modelej iteracionnymi metodami / A.N. Himich, M.F. Jakovlev // Kibernetika i sistemnyj analiz. – 2002. – № 5. – S. 1-12.
9. Himich A.N. Ocenki polnoj pogreshnosti reshenija sistem linejnyh algebraicheskikh uravnenij dlja matric proizvol'nogo ranga / A.N. Himich // Komp'juternaja matematika. – 2002. – № 2. – S.41-49.
10. Himich A.N. Analiz dostovernosti komp'juternyh reshenij sistem linejnyh algebraicheskikh uravnenij s priblizhenno zadannymi ishodnymi dannymi / A.N. Himich, E.A. Nikolaevskaja // Kibernetika i sistemnyj analiz. – 2008. – № 6. – S. 83-95.
11. Molchanov I.N. Problemy intellektualizacii MIMD-komp'juterov / I.N. Molchanov // Kibernetika i sistemnyj analiz. – 1998. – № 1. – S. 37–46.
12. Molchanov I.N. Algoritmicheskoe obespechenie i vychislitel'nye vozmozhnosti intellektual'nogo programmno sredstva LINSYST / I.N. Molchanov, A.N. Himich, T.V. Chistjakova // Kibernetika i sistemnyj analiz. – 1998. – № 3. – S. 40-50.
13. Molchanov I.N. Algoritmicheskie osnovy sozdaniya intel-lektual'nogo programmno sredstva issledovaniya i reshenija zadach Koshi dlja sistem obyknovennyh differencial'nyh uravnenij / I.N. Molchanov, M.F. Jakovlev // Kibernetika i sistemnyj analiz. – 2001. – № 5. – S. 3-16.
14. Intellektual'nyj interfejs dlja issledovaniya i reshenija zadach prochnostnogo analiza konstrukcij / [I.N. Molchanov, E.F. Galba, A.V. Popov i dr.] // Problemy programmirovaniya. – 2002. – № 1–2. – S. 532-537.
15. Intellektual'naja sistema dlja issledovaniya i reshenija matrichnyh zadach na sobstvennye znachenija / [I.N. Molchanov, T.A. Gerasimova, O.V. Popov i dr.] // Problemy programmirovaniya. – № 2-3. – 2004. – S. 570-576.
16. Intellektual'nyj interfejs dlja doslidzhennija ta rozv'jazuvannija zadach obchisljuval'noï matematiki z nablizhenno zadannymi vhidnimi danimi na MIMD-komp'juteri / [I.N. Molchanov, E.F. Galba, O.V. Popov i dr.] // Problemy programmirovaniya. – 2000. – № 1–2. – S. 102-112.
17. Chislennoe programmnoe obespechenie MIMD-komp'jutera Inparkom / [A.N. Himich, I.N. Molchanov, V.I. Mova i dr.]. – Kiev : Nauk. dumka, 2007. – 221 s.
18. Intelligente Umgebung zur Untersuchung und Lösung wissenschaftlich-technischer Aufgaben auf Parallelrechnern (ISPAR), 01 IR 64113, des BMBF / Moltschanow I., Galba Ye., Popov A., Chimitsch A., Tschistyakowa T., Jakowlew M., 1998, Germany. – 192 S.

19. Untersuchung und Lösung der ersten Haupttrandaugabe der Elastizitätstheorie auf MIMD-Rechnern, 2. Zwischenbericht zum Projekt ISKON, Fördermaßnahme: 01IR 9053 des BMBF / Moltschanow I., Galba Ye., Popov A., Chimitsch A., Tschistyakowa T., Jakowlew M. – Germany, 2001. – 33 S.
20. Reshenie zadach rascheta prochnosti konstrukcij na MIMD-komp'jutere / A.N. Himich, V.V. Poljanko, A.V. Popov, O.V. Rudich // *Iskusstvennyj intellekt* – 2006. – № 4 – S. 138-147.
21. Matematicheskoe modelirovanie na MIMD-komp'juterah fizicheskikh processov pri svarke / V.I. Mahnenko, A.V. Popov, A.P. Semenov, A.N. Himich, M.F. Jakovlev // *USiM*. – 2007. – № 6. – S.80-87.

#### **RESUME**

*A.N. Khimich, A.V. Popov, T.V. Chistyakova, M.F. Yakovlev*

#### *Intelligent System of Computer Mathematics for High-Performance Computing*

The paper deals with resolving of actual problem concerning practical implementation of high-performance computing by means of creation of software at the end user's level – intelligent systems of the computer mathematics providing both the communication with computer in the terms of the subject area language and automation of the problem's solving on computer (algorithmization, programming, a choice of topology, the solving of problem within the approximate initial data together with analyzing of the reliability of computer solutions).

*Статья поступила в редакцию 19.04.2013.*