МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

УДК 519.866

К ПОСТРОЕНИЮ МОДЕЛИ РАВНОВЕСИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МАКРОСИСТЕМЫ

Н.Д. ПАНКРАТОВА, А.В. ШЕЛЕСТ

Рассмотрены вопросы, связанные с равновесием и устойчивостью экономической макросистемы. Основной целью работы является построение такой модели экономического равновесия, которая позволяет оценивать устойчивость экономики государства на основании данных об основных макроэкономических показателях. Новизна работы заключается в разработке чёткого формального критерия устойчивости экономической системы, который позволяет оценивать данный параметр и, согласно этому, делать вывод о текущей ситуации в экономике. В качестве примера выбрана экономическая система Украины. Результаты численного эксперимента подтверждают неустойчивый характер развития национальной экономики, что свидетельствует о возможности практического применения построенной модели для исследования экономических макросистем на устойчивость.

ВВЕДЕНИЕ

Мировой финансово-экономический кризис выявил проблемы развития мировой экономики, показал несостоятельность современной экономической теории адекватно осмыслить и описать принципы функционирования экономической системы и её элементов, их взаимодействие, понять природу происходящих в ней процессов и закономерностей. Несмотря на то, что многие симптомы свидетельствовали о приближении мирового кризиса, его масштабы и последствия для многих оказались неожиданными. Мировая экономика еще не полностью восстановилась от последствий мирового финансового кризиса. Многие эксперты в этой области сходятся во мнениях о том, что перспективы выхода из кризиса продолжают оставаться достаточно туманными, а рецептов его преодоления, рассчитанных на все случаи жизни, просто-напросто не существует.

Высокий уровень безработицы, долги и низкие темпы роста в развитых странах, а также доступ к финансированию для развивающихся стран остаются основными угрозами для экономического развития. Помимо этого, в 2011 году отмечалась высокая волатильность цен на продукты питания, которые приблизились к их пиковому значению 2008 года. Засуха и конфликты в странах Африки привели к тому, что миллионы людей нуждаются в безотлагательной помощи [1].

Стало очевидным, что недостаточное владение проблемами экономики и пренебрежительное отношение к их объективному разрешению может привести к неизбежному краху экономической системы. В соответствии с этим, перед мировой общественностью остро стал вопрос об устойчивом развитии экономики, при котором бы риск дефолта был минимальным [1].

Цель работы — построение модели равновесия позволяющей оценивать степень экономической устойчивости государства.

МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

Исследованию равновесия экономических систем посвящено большое количество научных трудов. Первые исследования в этой области появились ещё в XVIII веке — модель Ф. Кенэ (1694–1774 гг.) [2]. В данной модели экономическое равновесие достигается путем установления обменных процессов между основными классами общества: классом фермеров (производственный класс), классом собственников (дворяне, духовенство, чиновники) и бесплодным классом (ремесленники). В модели Ж.Б. Сэя (1767–1832 гг.) [2] экономическое равновесие достигается путём обмена одних продуктов на другие. Каждый продавец является одновременно и покупателем. К. Маркс (1818–1883 гг.) [2] рассматривал установление равновесия экономической системы при обеспечении обмена при производстве между двумя подразделениями общества: I подразделение — производящее средства производства; II подразделение — производящее предметы потребления.

В конце XIX века появились модели равновесия экономической системы А. Маршалла, Л. Вальраса, Эрроу-Дебре, Эванса, паутинообразная модель Самюэльсона и др. [3]. Указанные модели считаются классическими моделями экономического равновесия и предполагают достижение равновесного состояния экономической системы при равенстве совокупного спроса и совокупного предложения.

В теории Дж. М. Кейнса (30-х годов XX века) [4] экономическое равновесие достигается при точном соответствии количества закупленных товаров количеству произведенных товаров. Уже в эпоху кейнсианства стало очевидным, что развитие экономики происходит циклически (мультипликатор Кейнса [4], теория циклов Кондратьева [5]). И хотя до сих пор в современной экономической теории состояние экономического равновесия считается естественным (модель экономического равновесия AD-AS [6]) (рисунок), реальные факты свидетельствуют о том, что экономическая система (как правило) не является равновесной [7].

Мировой финансово-экономический кризис (2008–2009 гг.) подтвердил факт того, что реальная экономическая система развивается циклично и не может находиться в состоянии равновесия продолжительное время (не более 50–60 лет, согласно теории больших циклов Кондратьева [5]). Большое значение в исследовании экономических циклов имеют выводы М.Д. Кондратьева, которые подтверждены анализом исторических фактов, о том, что полупериоды возрастающих волн больших циклов, как правило, намного богаче большими социальными потрясениями и переворотами в жизни общества (революции, войны и т.д.), чем полупериоды спадающих волн.

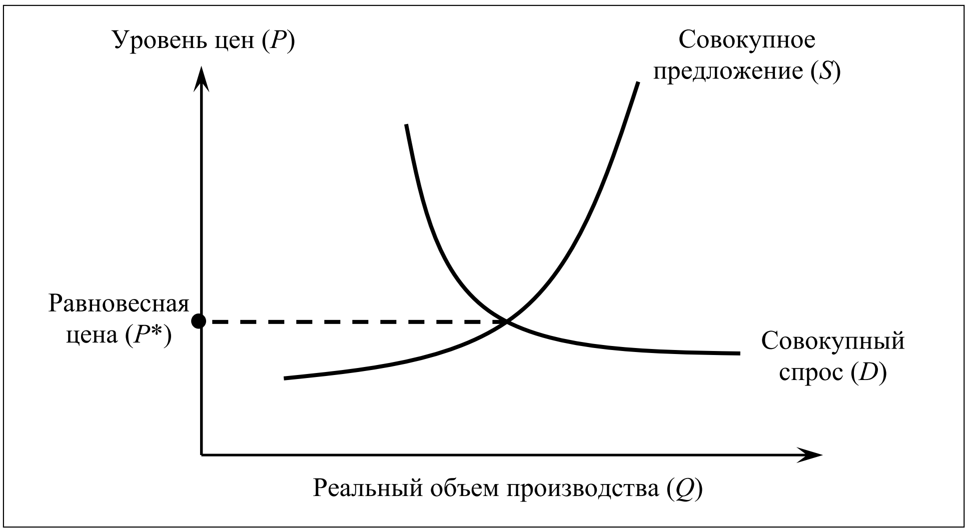

Рисунок. Схема модели макроэкономического равновесия AD-AS

В настоящее время перед мировой экономической наукой возник вопрос о том, может ли макросистема благополучно развиваться, не находясь постоянно при этом в состоянии равновесия, насколько опасно отклонение от равновесного состояния, будет ли оно увеличиваться в продолжение времени и насколько данная экономическая система подвержена факторам, усиливающим это отклонение? Иначе, насколько экономическая система устойчива?

На данный момент существуют различные определения устойчивого развития экономической системы. В частности, под устойчивым развитием экономической системы понимается непрерывный процесс создания оптимального прибыльного взаимодействия между всеми её элементами с проявлением дочерних связей между ними, которые позволят максимально долго поддерживать жизненно важные параметры деятельности системы на развивающемся равновесном уровне, необходимом для достижения её целей, эффективно и своевременно противодействуя возмущающему воздействию циклов внешней среды [8].

Несмотря на резкий рост в последние годы количества научных трудов в области устойчивого развития экономики, многие из них несут в основном описательный характер [8]. Вследствие этого, за исключением общих рекомендаций, на данный момент существует недостаточно конкретных методик обеспечения устойчивости макросистемы и управления устойчивым развитием экономики государства.

Задачей данной работы является формализация понятий равновесного состояния и устойчивого развития экономической системы, строгое математическое обоснование устойчивости/неустойчивости развития конкретной экономики, разработка математической модели, описывающей динамику развития экономической системы с точки зрения устойчивости, а также апробация модели на основе использования реальных экономических данных.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ РАВНОВЕСИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МАКРОСИСТЕМЫ

Устойчивое развитие макросистемы предполагает либо невыход системы из состояния равновесия в течение времени (равновесная динамика), либо такое развитие, при котором система стремится к равновесному состоянию, но не находится в нём в каждый момент времени (неравновесная динамика). При исследовании устойчивости экономической системы возникает необходимость определения понятия экономического равновесия.

В частности под экономическим равновесием понимается состояние экономической системы, при котором пропорции в народном хозяйстве обеспечивают оптимальную согласованность цели экономического развития и доступных ресурсов, спроса и предложения, товарных и денежных потоков, накопления и потребления, сбережения и накопления и других элементов и показателей системы, а, в конечном счете — отсутствие экономических кризисов [9].

Под макросистемой понимается экономическая система государства. При формализации понятия равновесного состояния макросистемы полагается, что равновесие макросистемы достигается при равенстве совокупного спроса и совокупного предложения (модель AD-AS [7]), а также при выполнении следующих трёх условий (модель IS-LM-BP [10]):

- равенство валовых инвестиций и валового накопления ($I = S$, где I — валовые инвестиции, а S — валовое накопление);
- равенство денежного спроса и денежного предложения ($L = M$, где L — спрос на деньги, а M — денежная масса в макросистеме (денежное предложение);
- равновесие платёжного баланса ($BP = 0$, где BP — платёжный баланс).

В реальных условиях с приемлемой точностью определить спрос на денежную массу невозможно. В связи с тем, что при адаптации модели используются реальные данные, аспект равновесия $L = M$, намеренно опускается по причине невозможности его применения для предлагаемой модели.

С учетом вышеприведенного, равновесие макросистемы определяется одновременным выполнением следующих условий:

$$\begin{cases} AD = AS \\ I = S \\ BP = 0 \end{cases} . \tag{1}$$

Пусть $\Omega = \{\omega : \omega = \omega(AD, AS, I, S, BP)\}$ — пространство состояний макросистемы.

Пусть задано отображение $\varphi : \Omega \to R^3$, действующее по правилу:

$$\varphi(\omega(AD, AS, I, S, BP)) = \ln\left(\begin{pmatrix} AD - AS \\ I - S \\ BP \end{pmatrix} + \vec{1}\right) = \ln(\vec{y} + \vec{1}) = \vec{Y}. \tag{2}$$

Тогда согласно определению (1) уравнение

$$\vec{y} = \vec{0} \qquad (3)$$

будет характеризовать состояние равновесия макросистемы. При этом естественно считать, что вектор $\vec{y}$ характеризует отклонение макросистемы от равновесного состояния.

Зададим отображение $\omega(\cdot): R \to \Omega$, которое каждому моменту времени t ставит в соответствие состояние макросистемы в данный момент времени:

$$\omega(t) = \omega(AD(t), AS(t), I(t), S(t), BP(t)). \qquad (4)$$

Тогда кривая $\omega(t),\ t \in T$ в пространстве Ω — траектория развития макросистемы, где T — исследуемый промежуток времени.

При отображении $\varphi(\omega(t)) = \vec{Y}(t),\ t \in T$ получаем кривую в пространстве R^3.

Пусть кривая $\vec{Y}(t)$ — дифференцируемая в каждый момент времени $t \in T$, а так же $\vec{Y}(t)$ является одним из решений линейной динамической системы дифференциальных уравнений

$$\vec{Y}'(t) = A\vec{Y}(t) + \vec{f}(t). \qquad (5)$$

При этом,

$\left\|\vec{f}(t)\right\|_1 = \inf_{f \in C}\left\{\left\|\vec{f}(t)\right\|\right\}$, где C — класс непрерывных функций,

$$\left\|\vec{f}(t)\right\|_1 = \sqrt{\left\|f_1(t)\right\|^2 + \left\|f_2(t)\right\|^2 + \left\|f_3(t)\right\|^2},\quad \left\|x(t)\right\| = \max_t\{|x(t)|\}.$$

Согласно определению устойчивости по Ляпунову [11], решение $\vec{Y}(t)$ системы дифференциальных уравнений (5) устойчиво, если для любых $t_0 \in T$ и $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$, зависящее только от ε и t_0 и не зависящее от t, такое, что для всякого $\vec{Y}_0$, для которого $\left\|\vec{Y}_0\right\| < \delta$, решение $\vec{Y}$ системы с начальными условиями $\vec{Y}(t_0) = \vec{Y}_0$ продолжается на всю полуось $t > t_0$ и удовлетворяет неравенству $\left\|\vec{Y}(t)\right\| < \varepsilon$.

Линейная система (5) называется устойчивой (вполне неустойчивой), если все её решения устойчивы (соответственно — неустойчивы) по Ляпунову [11]:

$$\vec{Y}'(t) = A\vec{Y}(t). \qquad (6)$$

Устойчивость линейной системы (5) эквивалентна устойчивости соответствующей однородной системы (6). Однородная система (6) устойчива тогда и только тогда, когда устойчивым является её нулевое решение [11].

Линейная однородная система

$$\vec{Y}'(t) = A\vec{Y}(t)$$

с постоянной матрицей $A=\{a_{ij}\}_{i,j=1}^{3}$ устойчива тогда и только тогда, когда все собственные значения $\lambda_{j},\ j=\overrightarrow{1,3}$ матрицы A обладают неположительными вещественными частями, т.е. $\operatorname{Re}\lambda_j \le 0,\ j=\overrightarrow{1,3}$, причём собственные значения λ_j, имеющие нулевые вещественные части, характеризуются тем свойством, что соответствующие им клетки Жордана сводятся к одному элементу (т.е. допускают лишь простые делители, что равносильно выполнению равенства $n-\operatorname{rang}(A-\lambda_j I)=k_j$, где k_j — кратность корня λ_j) [11].

Поскольку решение динамической системы $\vec{Y}(t)$ описывает траекторию развития макросистемы, то факт $\vec{Y}(t)\to\vec{Y}_{\text{eq}}(t)$, где $\vec{Y}_{\text{eq}}(t)$ — равновесное состояние системы (5) (выполняется при условии устойчивости системы) будет означать, что данная макросистема стремится к некоторому устойчивому равновесному состоянию, характеризующемся кривой $\vec{Y}_{\text{eq}}(t)$, и чем меньше норма $\left\|\vec{Y}_{\text{eq}}(t)\right\|$ (и, соответственно $\left\|\vec{f}(t)\right\|_1$), тем ближе это состояние к равновесному.

Каждой макросистеме ставится в соответствие некоторая линейная динамическая система (5), исследование которой позволяет делать вывод об устойчивости/неустойчивости макросистемы. Корректность данных действий обусловлена тем, что для любой макросистемы существует динамическая система дифференциальных уравнений (5), что будет подтверждено далее путем конструктивного построения указанной системы дифференциальных уравнений.

РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ РАВНОВЕСИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МАКРОСИСТЕМЫ

На практике исследовать в целом макросистему в непрерывном времени не представляется возможным. Поскольку большое количество макроэкономических показателей (ВВП, государственные расходы, валовые инвестиции и др.) измеряется поквартально, то целесообразно выбрать период квантования показателей — 3 месяца.

Приведем систему (5) к разрешающему виду, привлекая конечно-разностное представление. В соответствии с этим производная в (5) заменяется конечно-разностным отношением. При этом требование о дифференцируемости траектории $\vec{Y}(t)$ снимается.

Вводится функциональная зависимость $\vec{y}=F(\vec{X})$, описывающая влияние макроэкономических факторов на поведение траектории $\vec{y}$ (3). Здесь $\vec{X}=\{\vec{X}_i, i=\overrightarrow{1,n}\}$ — вектор факторов, влияющих на развитие экономики, со следующими компонентами: $\vec{X}_i=\{\vec{X}_{ik},\ i_k=\overline{1,n_i}\}$, $\vec{X}_{ik}=\{\vec{X}_{ik_j},\ i_{k_j}=\overline{1,n_{ik}}\}$. В таблице показана структура вектора $\vec{X}$ макроэкономических показателей.

Т а б л и ц а

$\vec{X}_1$ — **внешний сектор**
$\vec{X}_{11}$ — государственный долг
X_{111} — сектор государственного управления
X_{112} — органы денежно-кредитного регулирования
X_{113} — банки
X_{114} — другие секторы
$\vec{X}_{12}$ — динамика международной инвестиционной позиции
X_{121} — сальдо прямых инвестиций
X_{122} — сальдо портфельных инвестиций
X_{123} — другие инвестиции (сальдо)
X_{124} — резервные международные активы
$\vec{X}_2$ — **реальный сектор**
X_{21} — государственный бюджет
X_{22} — инвестиции в основной капитал
$\vec{X}_{23}$ — доходы и затраты населения
X_{231} — доходы
X_{232} — затраты
X_{24} — промышленное производство
$\vec{X}_{25}$ — рынок труда
X_{251} — безработица
X_{26} — население
$\vec{X}_{27}$ — цены и тарифы
X_{271} — индекс потребительских цен
X_{272} — индекс цен производителей промышленной продукции
X_{28} — розничный товарооборот
$\vec{X}_3$ — **финансовый сектор**
$\vec{X}_{31}$ — денежно-кредитная политика
X_{311} — чистые активы центрального банка
X_{312} — другие депозитные корпорации
X_{313} — валовые депозиты (кроме центрального банка)
X_{314} — валовые кредиты (кроме центрального банка)
$\vec{X}_{32}$ — финансовые рынки
X_{321} — ставка по кредитам (коммерческие банки)
X_{322} — ставка по депозитам (коммерческие банки)
X_{323} — курс национальной валюты

Для нахождения функции $F(\vec{X})$ применяется метод восстановления функциональных зависимостей в мультипликативном виде по дискретной выборке [12].

В результате этого получим следующую иерархию моделей:

$$y_i = F_i(\vec{X}), \tag{7}$$

где $\vec{y} = \{y_i, \overrightarrow{1,3}\}$, $F = \{F_i, i = \overrightarrow{1,3}\}$,

$$1 + F_i(\vec{X}) = \prod_{ik=1}^{n_i} [1 + \beta_{ik} F_{ik}(\vec{X}_k)]^{\alpha_{ik}}, \tag{8}$$

$$1 + \beta_{ik} F_{ik}(\vec{X}_k) = \prod_{ikj=1}^{n_{ik}} [1 + \beta_{ikj} F_{ikj}(\vec{X}_{ik})]^{\alpha_{ikj}}, \tag{9}$$

$$1 + \beta_{ikj} F_{ikj}(\vec{X}_{ik}) = \prod_{ikjp=1}^{n_{ikj}} [1 + \beta_{ikjp} F_{ikjp}(\vec{X}_{ikj})]^{\alpha_{ikjp}}, \tag{10}$$

$$1 + \beta_\theta F_\theta(\vec{X}_{ikj}) = \prod_{\theta q=1}^{P} [1 + \beta_{\theta q} F_{\theta q}(\vec{X}_{ikj})]^{\alpha_{\theta q}}. \tag{11}$$

Здесь $\theta = ikjp$ в качестве $\varphi_{\theta q}(\cdot)$ выбираются смещенные полиномы Чебышева, P — степень смещенных полиномов Чебышева.

Функция F находится по следующей схеме моделей [12]:

$$\varphi_{\theta q} \to F_\theta \to F_{ikj} \to F_{ik} \to F_i \to F. \tag{12}$$

Путём последовательного нахождения коэффициентов:

$$\{\alpha_{\theta q}, \beta_\theta\} \to \{\alpha_{ikjp}, \beta_{ikj}\} \to \{\alpha_{ikj}, \beta_{ik}\} \to \{\alpha_{ik}\} \tag{13}$$

получаем:

$$y_i + 1 = \prod_{ik=1}^{n_i} \left[\prod_{ikj=1}^{n_{ik}} \left[\prod_{ikjp=1}^{n_{ikj}} \left[\prod_{\theta q=1}^{P} \left[1 + \varphi_{\theta q}(X_{ikj})\right]^{\alpha_{\theta q}} \right]^{\alpha_{ikjp}} \right]^{\alpha_{ikj}} \right]^{\alpha_{ik}}, \tag{14}$$

$$y_i + 1 = \prod_{ik, ikj, \theta, \theta q} [1 + \varphi_{\theta q}(X_{ikj})]^{\alpha_{ik} \cdot \alpha_{ikj} \cdot \alpha_\theta \cdot \alpha_{\theta q}}, \tag{15}$$

$$\ln(y_i + 1) = \sum\nolimits_s c_{is} z_s , \tag{16}$$

где

$$c_{is} = \alpha_{ik} \cdot \alpha_{ikj} \cdot \alpha_{ikjp} \cdot \alpha_{\theta q}, z_{is} = [1 + \varphi_{\theta q}(X_{ikj})], \tag{17}$$

$$s = \overrightarrow{1,N},\ N = \sum\nolimits_{ikj} n_{ikj} \cdot P \text{ при } k = \overrightarrow{1,3},\quad ikj = \overrightarrow{1,n_i},\ \theta = \overrightarrow{1,n_{ik}},\ \theta q == \overrightarrow{1,P}.$$

Перепишем (16) в матричном виде:

$$\ln(\vec{y} + 1) = CZ, \tag{18}$$

где

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{31} & \cdots & c_{3N} \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_N \end{pmatrix}. \tag{19}$$

Рассмотрим следующую функциональную зависимость:

$$\tilde{\tilde{\vec{y}}} = \exp\left(\frac{1}{\vec{y}+1}\vec{y}_{-}^{(1)}\right) - 1 = \tilde{F}(\vec{X}). \tag{20}$$

Для нового вектора $\tilde{\tilde{\vec{y}}}$ повторим процедуру (7)–(18). Получим уравнение:

$$\ln(\tilde{\vec{y}}+1) = \tilde{C}Z, \tag{21}$$

где

$\tilde{C} = \begin{pmatrix} \tilde{c}_{11} & \cdots & \tilde{c}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{c}_{31} & \cdots & \tilde{c}_{3N} \end{pmatrix}$ — матрица, полученная аналогично матрице C.

Используя (20), получим:

$$\ln(\tilde{\vec{y}}+1) = \frac{1}{\vec{y}+1}\vec{y}_{-}^{(1)} \approx \frac{1}{\vec{y}+1}\vec{y}\,' = (\ln(\vec{y}+1))'. \tag{22}$$

Определим матрицу C^{+} следующим образом:

$\{C^{+} \in M_{N\times 3} : \| C^{+}C - I \| \to \min\}$, где $I \in M_{3\times 3}$ — единичная матрица,

$$\left\| \{a_{ij}\}_{i,j=1}^{n} \right\| = \sum_{i,j} | a_{ij} | .$$

Помножим обе части уравнения (18) на матрицу $\tilde{C}C^{+}$:

$$\tilde{C}C^{+} \ln(\vec{y}+1) = \tilde{C}C^{+}CZ = \tilde{C}Z + \tilde{C}\delta Z, \tag{23}$$

где

$$\delta = C^{+}C - I.$$

Из (21)–(23) имеем:

$$(\ln(\vec{y}+1))' \approx \tilde{C}C^{+} \ln(\vec{y}+1) - \tilde{C}\delta Z, \tag{24}$$

$$(\ln(\vec{y}+1))' = \tilde{C}C^{+} \ln(\vec{y}+1) - \tilde{C}\delta Z + o(\Delta t). \tag{25}$$

В результате, система (25) — конструктивное построение динамической системы дифференциальных уравнений (5) для траектории $\vec{y}$.

Таким образом, для проверки устойчивости траектории $\vec{y}$ достаточно исследовать собственные числа квадратной матрицы $\tilde{C}C^{+}$.

Приведенная в данной работе математическая модель позволяет определить состояние экономической макросистемы с точки зрения устойчивости развития, меру отклонения системы от равновесного состояния, природу влияния факторов экономической системы на устойчивость её развития.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ПОИСКА РАЦИОНАЛЬНОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Запишем систему (25) в следующем виде:

$$\vec{Y}'(t) = A(\vec{X}(t))\vec{Y}(t) + \vec{f}(t),$$

где

$$\vec{Y}(t) = \ln(\vec{y}+1), \ \vec{f}(t) = -\widetilde{C}\delta Z(t) + o(\Delta t), \ A(\vec{X}(t)) = \widetilde{C}C^{+}.$$

Приведенная модель позволяет оценивать прогноз устойчивости/неустойчивости развития экономической системы, при прогнозировании макроэкономических факторов $\vec{X}$ и показателей AD, AS, I, S, BP, что, в свою очередь, делает возможной задачу поиска рационального управления $U = \{U(\vec{X}), U(AD), U(AS), U(I), U(S), U(BP)\}$, такого, что система

$$\ln\left(\begin{pmatrix} U(AD)-U(AS) \\ U(I)-U(S) \\ U(BP) \end{pmatrix} + \vec{1}\right)' = A(U(\vec{X}))\ln\left(\begin{pmatrix} U(AD)-U(AS) \\ U(I)-U(S) \\ U(BP) \end{pmatrix} + \vec{1}\right) + \vec{f}(t)$$

будет устойчивой, а, следовательно, устойчивой будет и исходная экономическая система.

АДАПТАЦИЯ МОДЕЛИ РАВНОВЕСИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МАКРОСИСТЕМЫ К ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ УКРАИНЫ

Для адаптации предлагаемой модели к экономической системе Украины используются поквартальные данные с 2005 по 2012 год для макроэкономических показателей $\vec{X} = \{\vec{X}_i, i = \overrightarrow{1,n}\}$, $\vec{X}_i = \{\vec{X}_{ik}, i_k = \overrightarrow{1,n}\}$, $\vec{X}_{ik} = \{\vec{X}_{ik_j}$, $i_{k_j} = \overrightarrow{1,n}\}$ (таблица) (32 значения для каждого показателя).

В качестве совокупного предложения используется валовый внутренний продукт (ВВП). Совокупный спрос рассчитывается по формуле:

$$AD = C + G + I + Xn, \tag{26}$$

где C — совокупное потребление; G — государственные расходы; I — совокупные инвестиции; Xn — чистый экспорт.

Для программной реализации модели используется пакет прикладных программ MATLAB.

Значения макроэкономических показателей (таблица), значения ВВП, совокупного потребления, государственных расходов, совокупных инвестиций и чистого экспорта взяты с сайта национального банка Украины [13].

На первом шаге при применении метода восстановления функциональных зависимостей [12] получаются следующие значения матрицы C:

$$C = \begin{pmatrix} 8{,}8471e-05 & -0{,}0011 & 0{,}0006 \\ -0{,}0012 & 0{,}0001 & 0{,}0006 \\ -0{,}0049 & 0{,}0077 & -0{,}079 \\ 0{,}0019 & 0{,}0083 & -0{,}0089 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix},$$

$$C \in M_{N\times 3}, \quad N = Number(P+1) = 26\cdot 16 = 416,$$

где $Number$ — количество макроэкономических показателей в векторе $\vec{X}$, а P — степень полиномов Чебышева.

На следующем шаге вычисляется матрица C^+:

$$C^+ = \begin{pmatrix} -0{,}0096 & -0{,}1386 & -0{,}4436 & 0{,}3516 & \cdots \\ -0{,}0750 & -0{,}0195 & 0{,}4284 & 0{,}6121 & \cdots \\ 0{,}0045 & -0{,}0054 & -0{,}0593 & -0{,}0268 & \cdots \end{pmatrix}, \quad C^+ \in M_{3\times 416}.$$

Далее вычисляется матрица $\widetilde{C}$:

$$\widetilde{C} = \begin{pmatrix} 9{,}4885e-05 & -0{,}0018 & 0{,}0036 \\ -0{,}0014 & -5{,}2804e-04 & 0{,}0088 \\ -0{,}0041 & 0{,}0063 & -0{,}0105 \\ 0{,}0020 & -0{,}0019 & -0{,}0097 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}.$$

После чего находится квадратная матрица $\widetilde{C}C^+$:

$$\widetilde{C}C^+ = \begin{pmatrix} 1{,}1230 & 0{,}0565 & -1{,}2443 \\ 0{,}1967 & 1{,}1350 & -1{,}2460 \\ 0{,}0366 & 0{,}0060 & 0{,}9298 \end{pmatrix}.$$

Затем вычисляются собственные числа матрицы $\widetilde{C}C^+$:

$$\operatorname{Re}\lambda_1 = 1{,}0521 > 0, \ \operatorname{Re}\lambda_2 = 1{,}0521 > 0, \ \operatorname{Re}\lambda_3 = 1{,}0835 > 0.$$

Поскольку полученные действительные части собственных чисел матрицы $\widetilde{C}C^+$ положительные, то, как следует из [11], система уравнения (6) является неустойчивой. Из приведенного следует, что экономическая система Украины не является устойчивой.

ВЫВОДЫ

Приведена формализация математической модели равновесия экономической макросистемы, позволяющая определить ее состояние с точки зрения устойчивости развития, меру отклонения системы от равновесного состояния, природу влияния факторов экономической системы на устойчивость её развития. Данная модель имеет непосредственное практическое применение для исследования устойчивости развития экономической макросистемы. Для адаптации приведенной модели использовались макроэкономические данные для Украины.

Результаты работы модели согласовываются с другими исследованиями в области экономической устойчивости стран мира [14], что свидетельствует о достоверности получаемых результатов при практическом применения модели.

Построенную модель можно применять для исследования устойчивости экономических систем других стран, для сравнительного анализа устойчивости стран между собой.

Данная модель может быть использована для поиска рационального управляющего воздействия на экономику со стороны государственного регулирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сайт* Всемирного банка. — http://www.worldbank.org/eca/russian/topics/financialcrisis/.
2. *Журавлева Г.П.* Экономика. — М.: Юрист, 2002. — 574 с.
3. *Попов А.И.* Экономическая теория: учебник для вузов. 4-е изд. — СПб.: Питер, 2006. — 544 с.
4. *Кейнс Дж. М.* Общая теория занятости, процента и денег. — М.: Гелиос–АРВ, 2002. — 352 с.
5. *Кондратьев Н.Д.* Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения: Избр. тр. — М.: Экономика, 2002. — 767 с.
6. *Макконнелл К.Р., Брю С.Л.* Экономикс: принципы, проблемы и политика. В 2 т. — М.: Республика, 1993. — 400 с.
7. *Нижегородцев Р.М.* Неравновесная динамика макросистем и механизмы преодоления мирового кризиса. — Новочеркасск: НОК, 2011. — 100 с.
8. *Гордеев С.С.* Устойчивость как свойство экономических систем // Известия ИГЭА. 2010. № 3. — http://cyberleninka.ru/article/n/ustoychivost-kak-svoystvo-ekonomicheskih-sistem.
9. *Економічна* енциклопедія: У трьох томах. Т. 1. — К.: Видавничий центр «Академія», 2000. — 864 с.
10. *Каталог* статей и учебных пособий «JourClub». — http://www.jourclub.ru/17/941/.
11. *Ногин В.Д.* Теория устойчивости движения. — СПбГУ: ф-т ПМ-ПУ, 2008. — 153 с.
12. *Панкратова Н.Д.* Рациональный компромисс в системной задаче концептуальной неопределенности // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 4. — С. 162–180.
13. *Сайт* Национального банка Украины. — http://www.bank.gov.ua/control/uk/index.
14. *Рейтинг* стран мира по уровню устойчивости общества — информация об исследовании // Центр гуманитарных технологий. — http://gtmarket.ru/ratings/sustainable-society-index/info.

Поступила 15.03.2013