КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 518.9

С.В. ПАШКО

МАКСИМАЛЬНОЕ ВРЕМЯ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ СТРАТЕГИИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СБЛИЖЕНИЯ В СЛУЧАЕ РАВЕНСТВА СКОРОСТЕЙ ИГРОКОВ

Работа посвящена дифференциальным играм преследования, в которых несколько игроков догоняют одного, применяя стратегию параллельного сближения. Сформулировано и доказано необходимое условие оптимальности, позволяющее эффективно рассчитывать оптимальные стратегии уклонения.

Введение. Задачи преследования – уклонения занимают одно из центральных мест в теории динамических игр. В данной работе рассматривается задача оптимального уклонения одного убегающего от нескольких преследователей. Предполагается, что каждый преследователь использует стратегию параллельного сближения [1]. В качестве критерия выступает время захвата цели, которое убегающий игрок стремится максимизировать.

Стратегия параллельного сближения состоит в следующем. Каждый преследователь, зная скорость преследуемого в данный момент времени, считает эту скорость постоянной и вычисляет на линии движения убегающего игрока точку захвата, в которой он может догнать его, двигаясь с постоянной максимальной скоростью. В текущий момент времени вектор скорости преследователя направлен на точку захвата, а величина скорости максимальна. Если максимальные скорости преследователя и убегающего равны, а точка захвата отсутствует, преследователь двигается параллельно убегающему игроку.

В данной работе изучается случай равенства максимальных скоростей всех участников игры. Сформулировано и доказано необходимое условие оптимальности стратегии уклонения, позволяющее эффективно производить расчеты. Более общая задача, в которой скорость убегающего игрока не превосходит скоростей преследователей, рассмотрена в работе [2].

Стратегии уклонения и максимальное время преследования. Пусть в точке $X_0 = X_0(t)$ n-мерного действительного евклидового пространства E^n расположен преследуемый игрок E, а в точках $X_i = X_i(t)$ находятся преследователи P_i, $i = 1,2,...,m$. Векторы $V_i = V_i(t)$ размерности n, $i = 0,1,...,m$, обозначают скорости игроков (нулевое значение индекса i относится к игроку E).

Пространство E^n состоит из n-мерных векторов $X = (x_1, x_2,..., x_n)$ с вещественными компонентами, $2 \le n < \infty$. Норма вектора X задается формулой $\|X\| = \langle X, X \rangle^{1/2}$, где $\langle X, Y \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ – скалярное произведение векторов $X = (x_1, x_2,..., x_n)$ и $Y = (y_1, y_2,..., y_n)$.

Игра начинается в момент времени $t = 0$. Уравнения движения игроков имеют вид

$$\dot{X}_i = V_i, \ \ i = 0,1,...,m.$$

Считаем, что выполняются ограничения $0 \le \|V_i(t)\| \le w$, $t \ge 0$, $i = 0,1, ..., m$, где $0 < w < \infty$ – максимальная величина скорости.

Движение игроков предполагается простым. В каждый момент времени игрок может выбрать произвольный вектор скорости движения, норма которого не превосходит заданной величины.

Скорость $V_0(t)$ считается кусочно-непрерывной функцией от времени. Это значит, что в каждом ограниченном временном интервале существует не больше конечного числа точек разрыва первого рода. Поскольку каждый преследователь применяет стратегию параллельного сближения, то функции $V_i(t)$, $i = 1, 2, ..., m$, также являются кусочно-непрерывными.

Игрок E управляет своими координатами, выбирая в каждый момент времени вектор скорости V_0, являющийся функцией от времени и от точек $X_0(t), X_1(t),..., X_m(t)$. Функцию $V_0(t)$, $t \ge 0$, будем называть стратегией убегающего игрока и обозначать S.

Временем окончания игры назовем величину

$$T(S) = \inf\{t : \min_{i=1,...,m} (\|X_i(t) - X_0(t)\| - l_i) < 0\},$$

где $l_i > 0$ – заданные числа. Игрок E стремится максимизировать величину $T(S)$. Максимальным временем преследования назовем число $T^* = \sup\limits_{S} T(S)$. Стратегию S, для которой справедливо равенство $T(S) = T^*$, назовем оптимальной стратегией уклонения. Считаем, что выполняются неравенства $\|X_i(0) - X_0(0)\| > l_i$, $i = 1, 2, ..., m$.

Обозначим $\mathrm{conv}\{X_1, X_2,..., X_m\}$ выпуклую оболочку точек $X_1, X_2,..., X_m$. Пусть $\mathrm{int}\, X$ – внутренность множества X. Считаем, что точка расположения убегающего $X_0(0)$ принадлежит внутренности выпуклой оболочки точек $X_1(0), X_2(0),..., X_m(0)$, т. е. выполняется условие

$$X_0(0) \in \mathrm{int\, conv}\{X_1(0), X_2(0),..., X_m(0)\}. \quad (1)$$

Очевидно, если условие (1) не выполнено, то игрок E может избежать захвата.

Обозначим $N_i = (X_i(0) - X_0(0)) / \|X_i(0) - X_0(0)\|$, $i = 1, 2,..., m.$ Согласно лемме 1 работы [2], величины скоростей сближения $u_i = u_i(t)$ объектов E и P_i вычисляются по формулам

$$u_i = \langle N_i, V_0 \rangle + \sqrt{w^2 - v_0^2 + \langle N_i, V_0 \rangle^2}, \quad i = 1, 2,..., m. \quad (2)$$

Здесь $v_0 = v_0(t) = \|V_0(t)\|$, значение квадратного корня считается неотрицательным.

Задачу поиска оптимальной стратегии уклонения запишем в виде

$$T \to \max,$$

$$\int_0^T u_i(t)dt \le d_i - l_i, \quad i = 1, 2,..., m,$$

где d_i – расстояние между игроками E и P_i в момент $t = 0$.

Важно заметить следующее. Углы между векторами $\overrightarrow{X_0 X_i}$ и $\overrightarrow{X_0 X_j}$ на протяжении игры остаются постоянными, поскольку прямые $X_0(t)X_q(t)$ и $X_0(0)X_q(0)$ параллельны при каждом $t \ge 0$; $q = 1,2,..., m$ [3]. Скорости сближения $u_i(t)$ неотрицательны. Поскольку используется стратегия параллельного сближения, то из условия (1) вытекает соотношение

$$X_0(t) \in \mathrm{int\, conv}\{X_1(t), X_2(t),..., X_m(t)\}, \quad t \in [0, T(S)].$$

Лемма 4 работы [2] утверждает, что время окончания игры для произвольной стратегии уклонения не превосходит некоторую константу $\overline{T} < \infty$.

Из теоремы 1 работы [2] вытекает существование оптимальной стратегии уклонения $S^* = (t_1^*, t_2^*,..., t_m^*, Z_1^*, Z_2^*,..., Z_m^*)$, где величины t_i^*, Z_i^* обозначают следующее. Представим временной промежуток $[0, T^*)$, где $T^* = T(S^*) = \sum_{i=1}^m t_i^*$, в виде объединения m непрерывных непересекающихся промежутков, $[0, T^*) = \bigcup_{i=1}^m [\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)})$. Длина промежутка $[\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)})$ равна t_i^*, а вектор скорости оптимальной стратегии уклонения на промежутке $[\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)})$ равен wZ_i^*, причем $\|Z_i^*\| = 1$, $i = 1, 2,..., m.$

Теорема 2 работы [2] утверждает, что в каждый момент времени $t \in (0, T^*)$ такой, что оптимальная стратегия $V_0^*(t)$ непрерывна, справедливо равенство $\left\| V_0^*(t) \right\| = w$.

Необходимое условие оптимальности. Пусть T^* – момент окончания игры для оптимальной стратегии $V_0^*(t)$. Справедлива теорема.

Теорема. В каждый момент времени $t \in (0, T^*)$, в который стратегия $V_0^*(t)$ непрерывна, существует набор чисел $i_1, i_2, ..., i_{n-1}$, принадлежащих множеству $\{1,2,..., m\}$, такой, что система векторов $\{N_{i_1}, N_{i_2}, ..., N_{i_{n-1}}\}$ линейно независима и выполняются равенства

$$\left\langle N_{i_j}, V_0^*(t) \right\rangle = 0, \quad j = 1,2,..., n-1.$$

Доказательство. Пусть $t' \in (0, T^*)$ и стратегия $V_0^*(t)$ непрерывна в момент времени t'. Согласно теореме 2 работы [2], $\left\| V_0^*(t') \right\| = w > 0$.

Пусть E_0^{n-1} – $(n-1)$-мерное подпространство пространства E^n, такое, что вектор $V_0^*(t')$ ортогонален E_0^{n-1}. Из условия (1) следует, что во множестве $Q = \{N_1, N_2, ..., N_m\}$ имеется n линейно независимых векторов. Предположим, утверждение теоремы не верно, т. е. никакие $(n-1)$ линейно независимых векторов из множества Q не принадлежат подпространству E_0^{n-1}. Покажем, что это предположение противоречит условию оптимальности стратегии $V_0^*(t)$.

Пусть $Q_0 = \{N_{i_1}, N_{i_2}, ..., N_{i_q}\}$ – такое подмножество множества Q, что $N_{i_j} \in E_0^{n-1}$, $j = 1,2,..., q$. Всевозможные линейные комбинации $\sum_{j=1}^{q} \alpha_j N_{i_j}$, где α_j – вещественные числа, а векторы N_{i_j} принадлежат множеству Q_0, образуют линейное подпространство E_1^r размерности r, такое, что $E_1^r \subset E_0^{n-1}$, $r < n-1$. Очевидно, вектор $V_0^*(t')$ ортогонален подпространству E_1^r.

Обозначим E_2^{n-r} подпространство размерности $n-r$, являющееся ортогональным дополнением подпространства E_1^r. Очевидно, $V_0^*(t') \in E_2^{n-r}$. Поскольку $n-r \geq 2$, то в подпространстве E_2^{n-r} существует двумерное подпространство E_3^2, такое, что $V_0^*(t') \in E_3^2$. Подпространства E_1^r и E_3^2 ортогональны.

Обозначим $I = \{1,2,...,m\}$, $I_0 = \{i : i \in I, \left\langle N_i, V_0^*(t') \right\rangle = 0\}$, $I_1 = \{i : i \in I, \left\langle N_i, V_0^*(t') \right\rangle > 0\}$, $I_{-1} = \{i : i \in I, \left\langle N_i, V_0^*(t') \right\rangle < 0\}$. Пусть

$$a = \min_{i \in \{I \setminus I_0\}} \left| \left\langle N_i, N_0^* \right\rangle \right| / 2, \quad b = \sqrt{1 - a^2}, \tag{3}$$

где $N_0^* = V_0^*(t') / w$. Справедливы неравенства $0 < a \le 1/2$, $1/2 \le b < 1$.

Обозначим Δ отрезок $[t' - \delta, t' + \delta]$, на котором функция $V_0^*(t)$ непрерывна, здесь $\delta > 0$. Число $\delta > 0$ выберем настолько малым, чтобы выполнялось соотношение $\Delta \subset (0, T^*)$.

Определим стратегию $\hat{V}_0(t)$ следующим образом:

$$\hat{V}_0(t) = \begin{cases} V_0^*(t), t \in [0, T^*] \setminus \Delta, \\ bV_0^*(t') - aY, t \in [t' - \delta, t'], \\ bV_0^*(t') + aY, t \in (t', t' + \delta]. \end{cases} \tag{4}$$

Здесь Y – вектор, принадлежащий подпространству E_3^2, такой, что $\left\langle Y, V_0^*(t') \right\rangle = 0$ и $\|Y\| = w$. Легко видеть, что $\left\| \hat{V}_0(t) \right\| = w$ для тех значений $t \ge 0$, в которых функция $\hat{V}_0(t)$ непрерывна.

При условии $\|V_0\| = w$ из соотношений (2) следует

$$u_i = \begin{cases} 0, \left\langle N_i, V_0 \right\rangle < 0, \\ 2\left\langle N_i, V_0 \right\rangle, \left\langle N_i, V_0 \right\rangle \ge 0, \end{cases} \quad i = 1, 2, ..., m. \tag{5}$$

Пусть $i \in I_1$. Из соотношений (3) вытекает неравенство $\left\langle N_i, bV_0^*(t') - aY \right\rangle \ge 0.$ Поэтому средняя скорость сближения $\hat{u}_i$ между точками X_0 и X_i на временном отрезке Δ для стратегии $\hat{V}_0(t)$ согласно (5) определяется по формулам:

$$\hat{u}_i = (2\left\langle N_i, bV_0^*(t') - aY \right\rangle + 2\left\langle N_i, bV_0^*(t') + aY \right\rangle) / 2 =$$
$$= 2b\left\langle N_i, V_0^*(t') \right\rangle, \ i \in I_1. \tag{6}$$

Скорость сближения $u_i^*(t')$ между точками X_0 и X_i в момент t' для стратегии $V_0^*(t)$ согласно (5) определяется по формулам:

$$u_i^*(t') = 2\left\langle N_i, V_0^*(t') \right\rangle, \ i \in I_1. \tag{7}$$

Поскольку $b<1$, то из (6) и (7) следуют неравенства $u_i^*(t')>\hat{u}_i$, $i\in I_1$. Из этих соотношений вытекает, что величина $\varepsilon_1=\min\limits_{i\in I_1}(u_i^*(t')-\hat{u}_i)$ положительна. Имеем

$$\hat{u}_i\le u_i^*(t')-\varepsilon_1,\ \ i\in I_1, \tag{8}$$

где $\varepsilon_1>0$.

Если $i\in I_0$, то из ортогональности подпространств E_1^r, E_3^2 и соотношений $Q_0\in E_1^r$, $\{V_0^*(t'),Y\}\in E_3^2$ следует, что на временном отрезке Δ справедливо соотношение $\hat{u}_i=0$.

Пусть $i\in I_{-1}$. В этом случае, как и в предыдущем, на временном отрезке Δ справедливо равенство $\hat{u}_i=0$. Действительно, пусть $\hat{N}_0=\hat{V}_0(t)/w$, $t\in\Delta$. Из соотношений (4) следует соотношение $\hat{N}_0=bN_0^*\mp aY/w$, где $Y\in E_0^{n-1}$. Вектор N_i можно представить в виде: $N_i=-a_iN_0^*+b_iY_i/w$. Здесь $a_i\ge a$, $a_i^2+b_i^2=1$, $Y_i\in E_0^{n-1}$, $\|Y_i\|=w$. Имеем $\left\langle N_i,\hat{N}_0\right\rangle\le -a_ib+a|b_i|=$ $=-a_i\sqrt{1-a^2}+a\sqrt{1-a_i^2}\le 0.$ Последнее неравенство вытекает из соотношений $a_i\ge a>0$. Из неравенства $\left\langle N_i,\hat{N}_0\right\rangle\le 0$ и соотношения (5) следует равенство $\hat{u}_i=0$.

Обозначим $s_i^*,\hat{s}_i$ величины уменьшения расстояния между точками X_0 и X_i на временном отрезке Δ для функций $V_0^*(t)$ и $\hat{V}_0(t)$ соответственно. Скорости сближения u_i^*, $\hat{u}_i$ неотрицательны и в случае $i\in I_{-1}\bigcup I_0$ справедливо равенство $\hat{u}_i=0$. Поэтому

$$s_i^*-\hat{s}_i\ge 0,\ \ i\in I_{-1}\bigcup I_0. \tag{9}$$

Пусть $i\in I_1$. Используя (8), выводим

$$\hat{s}_i=2\delta\hat{u}_i\le 2\delta(u_i^*(t')-\varepsilon_1),\ \ i\in I_1. \tag{10}$$

Величина s_i^* удовлетворяет соотношениям

$$s_i^*=\int_\Delta u_i^*(t)dt=\int_\Delta (u_i^*(t)-u_i^*(t')+u_i^*(t'))dt\ge 2\delta u_i^*(t')-\int_\Delta\left|u_i^*(t)-u_i^*(t')\right|dt.$$

Поскольку функция $u_i^*(t)$ непрерывна на отрезке Δ, то число $\delta > 0$ можно выбрать таким образом, чтобы выполнялось неравенство $\left|u_i^*(t) - u_i^*(t')\right| \le \varepsilon_1 / 2$, $t \in \Delta$. Поэтому справедливо неравенство $s_i^* \ge 2\delta(u_i^*(t') - \varepsilon_1 / 2)$. Из этого неравенства и (10) вытекает $s_i^* - \hat{s}_i \ge 2\delta(u_i^*(t') - \varepsilon_1 / 2 - u_i^*(t') + \varepsilon_1) = \delta\varepsilon_1.$ Таким образом, справедливы соотношения

$$s_i^* - \hat{s}_i \ge \delta\varepsilon_1,\ i \in I_1. \tag{11}$$

Из соотношений (9) и (11) следует, что в момент T^* расстояние между точками X_0 и X_i при условии $i \in I_{-1} \bigcup I_0$ не меньше числа l_i, а при условии $i \in I_1$ не меньше числа $l_i + \delta\varepsilon_1$, причем $\delta\varepsilon_1 > 0$. Поэтому существует число $\tau > 0$ такое, что на временном отрезке $[T^*, T^* + \tau]$ игрок *E* может избежать захвата, если будет двигаться со скоростью $V_0^*(t')$. Это противоречит предположению об оптимальности стратегии $V_0^*(t)$.

Теорема доказана.

Следствие. Пусть $n = 2$. В каждый момент времени $t \in (0, T^*)$, в который стратегия $V_0^*(t)$ непрерывна, существует такое число $i \in \{1, 2, ..., m\}$, что справедливо равенство $\left\langle N_i, V_0^*(t) \right\rangle = 0$.

Расчет оптимальной стратегии. Сформулируем задачу линейного программирования, решение которой определяет оптимальную стратегию уклонения. Пусть $I = \{i_1, i_2, ..., i_{n-1}\}$ – подмножество множества $\{1,2,..., m\}$ такое, что система векторов $H = \{N_{i_1}, N_{i_2}, ..., N_{i_{n-1}}\}$ линейно независима, $\{I\}$ – множество всех таких подмножеств. Пусть N_{I1}, N_{I2} – векторы единичной длины, ортогональные каждому вектору из системы *H*, причем $N_{I1} = -N_{I2}$. Из доказанной теоремы и теорем 1, 2 работы [2] вытекает существование оптимальной кусочно-постоянной стратегии уклонения $V_0^*(t)$ такой, что на каждом промежутке постоянства вектор $V_0^*(t)$ равен некоторому вектору wN_{Ik}, где $I \in \{I\}$, $k \in \{1, 2\}$. Обозначим t_{Ik} время, на протяжении которого игрок *E* имеет скорость wN_{Ik}. Необходимо решить задачу линейного программирования

$$\sum\nolimits_{I \in \{I\}} \sum\nolimits_{k=1}^{2} t_{Ik} \to \max,$$

$$\sum\nolimits_{I \in \{I\}} \sum\nolimits_{k=1}^{2} u_{iIk} t_{Ik} \le d_i - l_i,\ \ i = 1, 2, ..., m,$$

$$t_{Ik} \ge 0,\ \ I \in \{I\},\ k = 1, 2.$$

Здесь u_{iIk} – скорость сближения игроков E и P_i при условии, что вектор скорости убегающего равен wN_{Ik}. В соответствии с (2), величины u_{iIk} вычисляются по формулам:

$$u_{iIk} = \begin{cases} 0, \langle N_i, N_{Ik} \rangle < 0, \\ 2w\langle N_i, N_{Ik} \rangle, \langle N_i, N_{Ik} \rangle \geq 0, \end{cases} \qquad i = 1,2,\ldots,m,\ I \in \{I\},\ k = 1,2.$$

Пример. Пусть три игрока преследуют одного на плоскости, т. е. $m = 3$, $n = 2$ (рисунок).

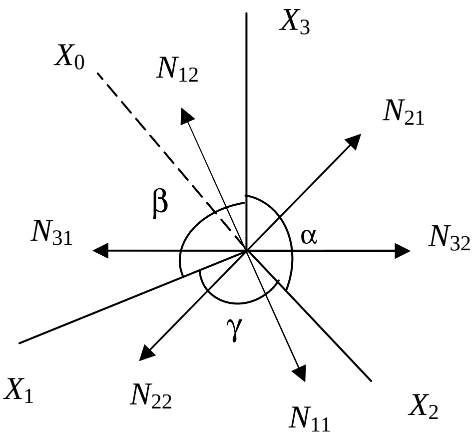

РИСУНОК. Преследование в случае равенства скоростей

Начала векторов N_{Ik} находятся в точке X_0 (рисунок). Символами α, β, γ обозначим углы X_2, X_0, X_3, X_3, X_0, X_1, X_1, X_0, X_2 соответственно. Имеем $\alpha + \beta + \gamma = 2\pi.$ Считаем, что $\gamma \leq \beta \leq \alpha.$ Из условия (1) следуют неравенства $\gamma > 0,$ $\beta + \gamma > \pi,$ $\beta > \pi/2,$ $\alpha < \pi.$ Предположим, $\gamma \geq \pi/2,$ а направления векторов N_{Ik} выбраны таким образом, что справедливы равенства

$$u_{121} = 0,\ u_{132} = 0,\ u_{212} = 0,\ u_{231} = 0,\ u_{311} = 0,\ u_{322} = 0. \qquad (12)$$

Имеем

$$u_{122} = 2w\cos(\gamma - \pi/2) = 2w\sin\gamma,$$

$$u_{131} = 2w\cos(\beta - \pi/2) = 2w\sin\beta,$$

$$u_{211} = 2w\cos(\gamma - \pi/2) = 2w\sin\gamma,$$

$$u_{232} = 2w\cos(\alpha - \pi/2) = 2w\sin\alpha,$$

$$u_{312} = 2w\cos(\beta - \pi/2) = 2w\sin\beta,$$
$$u_{321} = 2w\cos(\alpha - \pi/2) = 2w\sin\alpha.$$

Нужно решить задачу линейного программирования

$$\begin{gathered} t_{11} + t_{12} + t_{21} + t_{22} + t_{31} + t_{32} \to \max, \\ (\sin\gamma)t_{22} + (\sin\beta)t_{31} \le (d_1 - l_1)/(2w), \\ (\sin\gamma)t_{11} + (\sin\alpha)t_{32} \le (d_2 - l_2)/(2w), \\ (\sin\beta)t_{12} + (\sin\alpha)t_{21} \le (d_3 - l_3)/(2w), \\ t_{jk} \ge 0, \quad j = 1,2,3, \quad k = 1,2. \end{gathered}$$

Пусть $(t_{11}^*, t_{12}^*, t_{21}^*, t_{22}^*, t_{31}^*, t_{32}^*)$ – оптимальное решение этой задачи, $T^* = t_{11}^* + t_{12}^* + t_{21}^* + t_{22}^* + t_{31}^* + t_{32}^*$ – максимальное время преследования.

Поскольку $\pi/2 \le \gamma \le \beta \le \alpha < \pi,$ то выполняются неравенства $\sin\gamma \ge \sin\beta \ge \sin\alpha,$ поэтому можно выбрать $t_{11}^* = t_{12}^* = t_{22}^* = 0$, $t_{31}^* = \dfrac{d_1 - l_1}{2w\sin\beta}$, $t_{32}^* = \dfrac{d_2 - l_2}{2w\sin\alpha}$, $t_{21}^* = \dfrac{d_3 - l_3}{2w\sin\alpha}$. Максимальное время преследования T^* вычисляется по формуле

$$T^* = \frac{1}{2w}\left(\frac{d_1 - l_1}{\sin\beta} + \frac{d_2 + d_3 - l_2 - l_3}{\sin\alpha}\right). \tag{13}$$

Последнее соотношение выведено при условиях, что $\gamma \ge \pi/2,$ а векторы N_{Ik} выбраны таким образом, что выполняются равенства (12). Но легко проверить справедливость (13) для всех α, β, γ таких, что $0 < \gamma \le \beta \le \alpha < \pi$ и для всех допустимых векторов N_{Ik}.

Заключение. В работе рассмотрена задача оптимального уклонения одного убегающего от нескольких преследователей в случае, когда каждый преследователь независимо от других использует стратегию параллельного сближения, а убегающий игрок стремится максимизировать время захвата. Считается, что убегающий игрок находится внутри выпуклой оболочки точек расположения преследователей и максимальные скорости всех участников игры равны. Сформулировано и доказано необходимое условие оптимальности, позволяющее эффективно рассчитывать оптимальные стратегии.

С.В. Пашко

МАКСИМАЛЬНИЙ ЧАС ПЕРЕСЛІДУВАННЯ ДЛЯ СТРАТЕГІЇ
ПАРАЛЕЛЬНОГО ЗБЛИЖЕННЯ У ВИПАДКУ РІВНОСТІ ШВИДКОСТЕЙ ГРАВЦІВ

Робота присвячена диференційним іграм переслідування, в яких кілька гравців доганяють одного, застосовуючи стратегію паралельного зближення. Сформу-льована та доведена необхідна умова оптимальності, що дозволяє ефективно розраховувати оптимальні стратегії втечі.

S.V. Pashko

MAXIMUM TIME OF PURSUIT FOR THE STRATEGY OF PARALLEL APPROACH
IN THE CASE OF EQUAL SPEEDS OF THE PLAYERS

The paper deals with differential pursuit-evasion games with several players using the strategy of parallel approach. Necessary optimality condition is formulated and proved. This condition allows us to calculate effectively the optimal evading strategies.

1. *Петросян Л.А., Томский Г.В.* Геометрия простого преследования. – Новосибирск: Наука, 1983. – 140 с.
2. *Пашко С.В., Яловец А.Л.* Максимальное время преследования для стратегии параллельного сближения // Проблеми програмування. – 2014. – № 4. – С. 91 – 105.
3. *Рихсиев Б.Б.* Дифференциальные игры с простыми движениями. – Ташкент: ФАН, 1989. – 232 с.

Получено 08.01.2014

Об авторе:

Пашко Сергей Владимирович,
старший научный сотрудник
Института программных систем НАН Украины.