КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

На практических примерах показаны отличия данных временных рядов и кросс-секционных данных, а также соответствующих требований для получения наилучших линейных несмещенных оценивателей.

УДК 519.8

В.М. ГОРБАЧУК, Ю.Г. КРИВОНОС

ОСОБЕННОСТИ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Введение. В отличие от кросс-секционных данных, наблюдения временных рядов упорядочены во времени: значение занятости (минимальной зарплаты, инфляции) в данной стране в году t может зависеть от значения этого показателя в предыдущие годы $t-1$, $t-2, \ldots$, 1. Статистические свойства оценивателей обычного метода наименьших квадратов (ОМНК-оценивателей) как случайных переменных основаны на том, что выборки являются случайно ными из соответствующей генеральной совокупности. Поскольку разные случайные выборки содержат разные значения зависимой и независимых переменных (дохода, зарплаты, образовательного уровня, стажа физического лица), то ОМНК-оцениватели, вычисленные на разных выборках, будут отличаться.

Так как значения индекса Dow Jones Industrial Average к концу торгового дня 12 апреля 2013 г. или изменения валового внутреннего продукта (ВВП) Украины за 2013 г. неизвестны заранее, то такие переменные могут считаться случайными. Последовательность случайных величин, упорядоченных во времени, называют стохастическим (случайным) процессом, или процессом временного ряда. Набор данных временного ряда – это реализация (один из возможных исходов) случайного процесса [1].

Стандартные условия ОМНК для кросс-секционных данных видоизменяются для конечных (малых) выборок временных рядов (time series, TS) и предполагают следующие свойства [2]:

TS1) линейность модели по параметрам;

TS2) нулевое условное математическое ожидание погрешности;

TS3) отсутствие совершенной коллинеарности между переменными;

TS4) гомоскедастичность погрешностей;

TS5) отсутствие серийной корреляции погрешностей;

TS6) нормальность погрешностей.

Свойства TS1) – TS3) дают несмещенность ОМНК-оценивателей параметров, свойства TS4) и TS5) необходимы для вычисления дисперсий ОМНК-оценивателей, а свойство TS6) – для статистических выводов [3–5]. Свойства TS1) – TS5) называют предположениями Гаусса – Маркова.

Свойство TS1) означает, что стохастический процесс $\{x_{t1}, x_{2t}, \ldots, x_{tk}, y_t\}_{t=1}^n$ описывается некоторой линейной по параметрам $\{\beta_i\}_{i=0}^k$ моделью

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \ldots + \beta_k x_{tk} + u_t , \quad (1)$$

где n – число наблюдений (периодов времени); y_t – значение объясняемой (зависимой) переменной (регрессанда) в период (времени) t; $\{u_t\}_{t=1}^n$ – последовательность погрешностей измерения (возмущений); x_{ti} – значение объясняющей (независимой) переменной (регрессора) x_i в период t, $i = 1, 2, \ldots, k$; β_i – оцениваемый параметр; $i = 0, 1, \ldots, k$.

Модель, учитывающая предысторию,

$$y_t = \alpha_0 + \delta_0 z_t + \delta_1 z_{t-1} + \delta_2 z_{t-2} + u_t , \quad (2)$$

где y_t – общий уровень рождаемости (количество новорожденных на 1000 женщин детородного возраста) в период t, z_t – реальная денежная ценность (обеспеченного законом права) личного освобождения от уплаты налогов (налоговая ценность рождения ребенка) в период t, принимает во внимание поведенческие мотивации и биологические обстоятельства решений о рождении ребенка. Модель (2) сводится к модели (1), если положить $x_{ti} = z_{t-i}$, $i = 0, 1, 2$.

Свойство TS2) требует, чтобы в каждый период среднее значение погрешности не зависело от объясняющих переменных:

$$E(u_t \mid X) = 0 \ \ \forall t = 1, 2, \ldots, n, \quad (3)$$

где X – массив из n строк $(x_{t1}, x_{t2}, \ldots, x_{tk})$ и соответственно k столбцов, $t = 1, 2, \ldots, n$. Это свойство означает, что погрешность u_t в период t является некоррелированной с каждой объясняющей переменной x_i , $i = 1, 2, \ldots, k$, в каждый период $\tau = 1, 2, \ldots, n$. Если u_t не зависит от X и $E(u_t) = 0$, то свойство TS2) выполняется автоматически.

При $\tau = t$ из соотношения (3) следует известное для кросс-секционных данных условие

$$E(u_t \mid x_{t1}, x_{t2}, \ldots, x_{tk}) = 0 .$$

Если это условие выполняется, то каждую переменную $x_{t\,i}$ называют текуще (contemporaneously) экзогенной, $i = 1, 2, \ldots, k$. Из данного условия вытекает, что u_t – текуще некоррелированная с каждой объясняющей переменной $x_{t\,i}$:

$$Corr\,(u_t, x_{t\,i}) = 0\,,\ i = 1, 2, \ldots, k\,;\ t = 1, 2, \ldots, n\,. \tag{4}$$

Свойство (3) требует большего, чем равенство (4):

$$Corr\,(u_t, x_{s\,i}) = 0\,;\ i = 1, 2, \ldots, k;\ \ t = 1, 2, \ldots, n\,;\ \ s = 1, 2, \ldots, n\,. \tag{5}$$

Если условие (5) выполняется, то объясняющие переменные x_i называют строго (strictly) экзогенными, $i = 1, 2, \ldots, k$. Условия (4) достаточно для доказательства состоятельности ОМНК-оценивателей. Для доказательства их несмещенности используют условие (5).

Для кросс-секционных демографических данных не указывают явной зависимости между погрешностью u_t (физического) лица a и объясняющей переменной другого лица b данной выборки, поскольку при случайности выборок (стандартном условии ОМНК для кросс-секционных данных) данная погрешность может касаться исключительно лица a и автоматически не зависит от объясняющих переменных других лиц. Для данных временных рядов случайности выборок не требуется, но требуется свойство TS2).

Свойство TS2) не удовлетворяется, когда ненаблюдаемые величины (пропущенные (omitted) переменные и погрешности измерения некоторых регрессоров) коррелируют с какими-либо регрессорами в какой-то период. В простой модели статической регрессии

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + u_t \tag{6}$$

свойство TS2) предусматривает отсутствие корреляции u_t с прошлыми и будущими значениями независимой переменной z:

$$Corr\,(u_t, z_s) = 0\,;\ \ t = 1, 2, \ldots, n\,;\ \ s = 1, 2, \ldots, n.$$

Поэтому TS2) исключает запаздывающее влияние z на y (если такое влияние есть, то следует оценивать модель с распределенными лагами). Кроме того, TS2) исключает возможность влияния сегодняшних изменений погрешности u на будущие изменения объясняющей переменной z, что фактически исключает обратную связь от сегодняшнего значения y на будущие значения z.

Если в модели (6) y_t – уровень убийств (число убийств на 10000 людей) в данном городе за год t, z_t – количество полицейских на душу населения города в году t, то можно полагать, что u_t не коррелирует с z_t, $z_{t-1}, \ldots, z_1$. При этом можно предположить, что город изменяет значения z, исходя из прошлых значений y. Тогда, поскольку большая погрешность u_t связана с большим уровнем y_t, то u_t может коррелировать с z_{t+1}, что нарушает условие TS2). Для модели с распределенными лагами, обобщающей модель (6), сохраняются аналогичные соображения о нарушении условия TS2). В отличие от возможной корреляции между u_t и z_{t+1}, $z_{t+2},\ldots,z_n$, возможную корреляцию между u_t и z_{t-1}, $z_{t-2},\ldots,$ z_1 можно контролировать.

Строго экзогенная объясняющая переменная z не реагирует на прошлое объясняемой переменной y: например, количество осадков в любом будущем году не связано с урожаями за текущий или прошлые годы. При этом затраты труда (labor input) в сельскохозяйственном производстве выбирает фермер, который может учитывать прошлогодний урожай. Такие переменные политики, как прирост предложения денег, расходы на общественное благосостояние (public welfare), пределы скорости на автомагистралях, часто подвержены влиянию прошлых значений объясняемой переменной.

Если объясняющие переменные являются неслучайными или фиксированными в повторяющихся выборках, то свойство TS2) выполняется. Однако в наблюдениях временных рядов объясняющие переменные следует считать случайными.

Свойство TS3) предполагает, что в данной выборке (и поэтому в соответствующем процессе временного ряда) нет независимой переменной, являющейся константой или точной линейной комбинацией других независимых переменных. Как и аналогичное свойство для кросс-секционных данных, свойство TS3) допускает корреляцию объясняющих переменных, но не совершенную корреляцию в выборке.

Теорема 1. Если выполняются условия TS1), TS2), TS3), то ОМНК-оцениватели $\hat{\beta}_i$ являются несмещенными:

$$E(\hat{\beta}_i \mid X) = E(\hat{\beta}_i) = \beta_i,\ i = 0,1,\ldots,k\,.$$

Доказательство теоремы 1 повторяет доказательство соответствующей теоремы для кросс-секционных данных. Анализ смещенности вследствие пропущенных переменных также повторяет соответствующий анализ для кросс-секционных данных.

Свойство TS3) в сокращенной модели (2) с конечными распределенными лагами

$$y_t = \alpha_0 + \delta_0 z_t + \delta_1 z_{t-1} + u_t \tag{7}$$

и независимыми переменными $x_{t1} = z_t$, $x_{t2} = z_{t-1}$ исключает то, что в данной выборке x_{t1} является константой (значения z_1, $z_2,\ldots,$ z_n одинаковы) или x_{t2} – константа (значения z_0, $z_1,\ldots,$ z_{n-1} одинаковы), а также исключает то, что в данной выборке x_{t1} – точная линейная комбинация x_{t2} (если $z_t = a + bt$, то $z_{t-1} = a + b(t-1) = a + bt - b = z_t - b$ – точная линейная функция z_t).

Свойство TS4) предусматривает то, что дисперсия $Var(u_t \mid X)$ не зависит от X и равна $Var(u_t)$, а также то, что $Var(u_t)$ не зависит от $t = 1,2,\ldots,n$ и равна σ^2 (гомоскедастичность погрешностей). Если свойство TS4) не выполняется, то погрешности u_t являются гетероскедастичными. При определенных условиях проверка на гетероскедастичность для кросс-секционных данных переносится на данные временных рядов.

Свойство TS4) для сокращенной модели (1)

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + u_t, \tag{8}$$

где y_t – средняя ставка 3-месячных гособлигаций (за год t), x_{1t} – уровень (%) инфляции, x_{2t} – отношение (%) бюджетного дефицита к ВВП, означает, что ненаблюдаемые величины (unobservables), влияющие на y_t, имеют постоянную во времени дисперсию. Поскольку изменения переменных экономической политики влияют на изменчивость процентных ставок, то свойство TS4) может нарушаться. Свойство TS4) будет нарушаться, если изменчивость процентных ставок зависит от x_{1t} или x_{2t}.

Свойство TS5) требует отсутствия условной серийной корреляции между погрешностями в любые разные периоды времени: $Corr(u_t, u_s \mid X) = 0 \ \ \forall t \neq s$.

Если массив X считать неслучайным, то свойство TS5) имеет вид

$$Corr(u_t, u_s) = 0 \ \ \forall t \neq s. \tag{9}$$

Когда соотношение (9) не удовлетворяется, то погрешности u_t испытывают серийную корреляцию (автокорреляцию). Если погрешность u_t положительна (значение y_t в модели (8) является высоким) и среднее последующей во времени погрешности u_{t+1} также положительно (значение y_{t+1} также высокое), то $Corr(u_t, u_{t+1}) > 0$ и соотношение (9) не удовлетворяется.

Свойство TS5) не исключает корреляции во времени для независимой переменной x_{1t} или независимой переменной x_{2t}.

Для кросс-секционных данных не требовалось условия об отсутствии условной серийной корреляции между погрешностями u_t, u_h в любые разные периоды времени t, h, так как из предположения случайности выборок вытекает независимость погрешностей u_t, u_h.

Иногда свойства Гаусса – Маркова TS1) – TS5) удовлетворяются для кросс-секционных приложений, для которых условие случайности выборок не выполняется, если размеры выборок велики по сравнению с размером генеральной совокупности. Свойство TS5) удовлетворяется, если t, s в соотношении (8) интерпретировать не как периоды времени, а как города.

Теорема 2. В предположениях Гаусса – Маркова TS1) – TS5) условная дисперсия каждой оценки $\hat{\beta}_i$ имеет вид

$$Var(\hat{\beta}_i \mid X) = \frac{\sigma^2}{SST_i(1 - R_i^2)}, \ i = 1, 2, \ldots, k,$$

где SST_i – общая сумма квадратов (total sum of squares) ошибок при объясняющей переменной x_i; R_i^2 – коэффицент детерминации при регрессии x_i по остальным независимым переменным $x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_k$.

Доказательство теоремы 2 повторяет соответствующее доказательство для кросс-секционных данных. Для данных временных рядов и кросс-секционных данных одинаковы причины больших дисперсий, в частности мультиколлинеарности между независимыми переменными.

В модели (7) с конечными распределенными лагами мультиколлиреарность объясняющих переменных z_t, z_{t-1} может быть следствием природы этих переменных: если $\{z_t\}$ – последовательность уровней безработицы в стране, то эти уровни изменяются во времени медленно.

Теорема 3. В предположениях Гаусса – Маркова TS1) – TS5) оцениватель

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSR}{df}$$

является несмещенным для σ^2, где число степеней свободы (degrees of freedom) $df = n - k - 1$.

Теорема 4. В предположениях Гаусса – Маркова TS1) – TS5) ОМНК-оцениватели – наилучшие линейные несмещенные оцениватели (best linear unbiased estimators, BLUEs), условные по X.

Теоремы 2–4 сохраняют на конечных выборках данных временных рядов желаемые свойства множественной линейной регрессии на кросс-секционных данных.

Свойство TS6) предполагает, что погрешности u_t не зависят от X, являются независимо и одинаково нормально распределенными со средним 0 и дисперсией σ^2 (принадлежат классу $N(0, \sigma^2)$).

Из свойства TS6) вытекают свойства TS3) – TS5).

Теорема 5. В предположениях TS1), TS2), TS6), условиях центральной предельной теоремы (central limit theorem, CLT), ОМНК-оцениватели являются нормально распределенными случайными величинами, условными по X. Для ОМНК-оценивателей каждая t-статистика имеет t-распределение, а каждая F-статистика имеет F-распределение, что позволяет строить обычные для кросс-секционных данных доверительные интервалы.

Теорема 6 (центральная предельная теорема). Если $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ – случайная выборка со средним μ и дисперсией σ^2, то случайная величина

$$Z_n = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j - \mu}{n} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)^{-1}$$

стремится к стандартному нормальному распределению при $n \to \infty$.

Согласно теореме 5, оценивание и проверка гипотез для кросс-секционных регрессий непосредственно переносятся на регрессии временных рядов: t-статистику можно использовать для проверки статистической значимости отдельных объясняющих переменных, а F-статистику – для проверки их совместной значимости. При этом предположения TS2) и TS5) классической линейной модели для данных временных рядов являются более жесткими, чем аналогичные предположения для кросс-секционных данных.

По данным США табл. 1 (с помощью MS Excel) оценим параметры зависимости (6), которую называют статической кривой Филлипса [6], если y_t и z_t – рост P_t (%) средних потребительских цен (consumer price index, CPI) и уровень U_t (%) безработицы (unemployment) соответственно в году t:

$$\hat{P}_t = \underset{(1.72)}{1.42} + \underset{(0.289)}{0.468}\, U_t . \tag{10}$$

Здесь выражение в круглых скобках означает стандартную ошибку соответствующей оценки параметра; $n = 1996 - 1947 = 49$; $R^2 = 0.053$; нормированная (adjusted) величина $\overline{R}^2 = 0.033$.

ТАБЛИЦА 1. Значения уровня U (%) гражданской (civilian) безработицы и среднегодового роста P (%) потребительских цен США в 1948–1996 гг., где период t времени (time) соответствует году $1900+t$ [7]

t	**48**	**49**	**50**	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**	**61**	**62**	**63**	
U	3,8	5,9	5,3	3,3	3	2,9	5,5	4,4	4,1	4,3	6,8	5,5	5,5	6,7	5,5	5,7	
P	8,1	–1,2	1,3	7,9	1,9	0,8	0,7	–0,4	1,5	3,3	2,8	0,7	1,7	1,0	1,0	1,3	
t	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	
U	5,2	4,5	3,8	3,8	3,6	3,5	4,9	5,9	5,6	4,9	5,6	8,5	7,7	7,1	6,1	5,8	
P	1,3	1,6	2,9	3,1	4,2	5,5	5,7	4,4	3,2	6,2	11	9,1	5,8	6,5	7,6	11	
t	**80**	**81**	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**
U	7,1	7,6	9,7	9,6	7,5	7,2	7,0	6,2	5,5	5,3	5,6	6,8	7,5	6,9	6,1	5,6	5,4
P	14	10,3	6,2	3,2	4,3	3,6	1,9	3,6	4,1	4,8	5,4	4,2	3,0	3,0	2,6	2,8	3,0

Для поиска взаимообмена (trade-off) между безработицей и инфляцией можно проверять гипотезу $H_0 : \beta_1 = 0$ относительно $H_1 : \beta_1 < 0$ в модели (10).

Так как значение оцениваемого параметра положительно ($\hat{\beta}_1 = 0.468 > 0$), то увеличению безработицы сопутствует рост цен, т. е. нельзя уменьшить безработицу за счет увеличения инфляции (нет краткосрочного взаимообмена между безработицей и инфляцией). Поскольку значение t-статистики для $\hat{\beta}_1$ равно 1.62 и p-значение равно 0.11, то может быть положительная взаимосвязь между инфляцией и безработицей.

Можно убедиться, что погрешности в зависимости (6) на данных табл. 1 серийно коррелированы. Поэтому вместо зависимости (6) изучают модифицированную на ожидания (expectations augmented) кривую Филлипса

$$y_t - y_t^e = \beta_0 + \beta_1(z_t - z_0) + u_t, \tag{11}$$

где y_t^e – ожидаемое (expected) в период $(t-1)$ значение y_t; z_0 – так называемый естественный уровень для z_t.

По данным США табл. 2 оценим параметры (статической) кривой Филлипса:

$$\hat{P}_t = \underset{(1.89)}{2.17} + \underset{(0.290)}{0.233}\, U_t; \tag{12}$$

$n = 2010-1979 = 31$; $R^2 = 0.022$; нормированная величина $\bar{R}^2 = -0.012$. Из оценок (10) и (12) следует, что в США после 1996 г. чувствительность инфляции к безработице уменьшилась, величины R^2 ухудшились.

ТАБЛИЦА 2. Значения уровня U (%) безработицы и роста P (%) средних потребительских цен США в 1980–2010 гг., где период t соответствует году $1900+t$ [8]

t	**80**	**81**	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**
U	7,2	7,6	9,7	9,6	7,5	7,2	7,0	6,2	5,5	5,3	5,6	6,9	7,5	6,9	6,1	5,6
P	13,5	10,4	6,2	3,2	4,4	3,5	1,9	3,6	4,1	4,8	5,4	4,2	3,0	3,0	2,6	2,8
t	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**	**101**	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**	**109**	**110**	
U	5,4	4,9	4,5	4,2	4,0	4,7	5,8	6,0	5,5	5,1	4,6	4,6	5,8	9,3	9,6	
P	2,9	2,3	1,5	2,2	3,4	2,8	1,6	2,3	2,7	3,4	3,2	2,9	3,8	–0,3	1,6	

По данным Украины (табл. 3) оценим параметры кривой Филлипса:

$$\hat{P}_t = \underset{(78.87)}{-200.09} + \underset{(8.135)}{25.474}\, U_t; \tag{13}$$

$n = 2010-1994 = 16$; $R^2 = 0.412$; нормированная величина $\bar{R}^2 = 0.370$. Если отбросить аномальные 1995–1996 гг., то параметры кривой Филлипса таковы:

$$\hat{P}_t = \underset{(10.43)}{7.32} + \underset{(1.133)}{0.696}\, U_t; \tag{14}$$

$n = 2010-1996 = 14$; $R^2 = 0.030$; нормированная величина $\bar{R}^2 = -0.050$.

ТАБЛИЦА 3. Значения уровня U (%) безработицы и роста P (%) средних потребительских цен Украины в 1995–2010 гг., где период t соответствует году $1900+t$ [8]

t	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**	**101**	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**	**109**	**110**
U	14,8	10,0	9,8	11,3	11,9	11,5	10,8	9,6	9,1	8,6	7,2	6,8	6,4	6,4	8,8	8,1
P	375	80,2	15,9	10,5	22,7	28,2	11,9	0,7	5,2	9,0	13,5	9,1	12,8	25,2	15,9	9,4

По данным Польши табл. 4 оценим параметры кривой Филлипса:

$$\hat{P}_t = \underset{(89.29)}{207.92} - \underset{(6.416)}{12.436}\, U_t; \qquad (15)$$

$n = 2010 - 1989 = 21$; $R^2 = 0.165$; нормированная величина $\bar{R}^2 = 0.121$. Если отбросить аномальные 1990–1991 гг., то параметры кривой Филлипса таковы:

$$\hat{P}_t = \underset{(11.51)}{16.20} - \underset{(0.805)}{0.298}\, U_t; \qquad (16)$$

$n = 2010 - 1991 = 19$; $R^2 = 0.008$; нормированная величина $\bar{R}^2 = -0.050$. Статические кривые Филлипса Польши (15), (16) качественно отличаются знаком оценки $\hat{\beta}_1$ от статических кривых Филлипса Украины (13), (14) и США (10), (12). Кроме того, данные 1990-х и 2000-х годов вносят заметную нестабильность в статическую модель Филлипса США, Украины, Польши, благодаря чему модифицированная на ожидания кривая Филлипса (11) сменила статическую кривую Филлипса (6) в современных исследованиях.

ТАБЛИЦА 4. Значения уровня U (%) безработицы и роста P (%) средних потребительских цен Польши в 1990–2010 гг., где период t соответствует году $1900+t$ [8]

t	**90**	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**
U	6,3	11,8	13,6	16,4	11,4	13,4	12,4	11,3	10,6	13,8	16,1
P	586	70,3	43,0	35,3	32,2	27,9	19,9	14,9	11,8	7,3	10,1
t	**101**	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**	**109**	**110**	
U	18,3	19,9	19,6	19,0	17,7	13,8	9,6	7,1	8,2	9,6	
P	5,5	1,9	0,8	3,5	2,1	1,0	2,5	4,2	3,5	2,6	

По данным США (табл. 1 и 5) оценим параметры зависимости

$$B_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 D_t,$$

где B_t и D_t – ставка 3-месячных казначейских векселей (3-month treasury bills) и отношение (%) бюджетного дефицита (deficit) к ВВП в году t. Полученные оценки достаточно точны и имеют значение для бюджетной политики:

$$\hat{B}_t = \underset{(0.44)}{1.25} + \underset{(0.076)}{0.610}\, P_t + \underset{(0.119)}{0.709}\, D_t;$$

$n = 1996 - 1947 = 49$; $R^2 = 0.698$; нормированная величина $\bar{R}^2 = 0.685$.

ТАБЛИЦА 5. Значения годовых ставок 3-месячных казначейских векселей B (%) и отношения D (%) бюджетного дефицита к ВВП США в 1948–1996 гг., где период t соответствует году 1900+t [7]

t	**48**	**49**	**50**	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**	**61**	**62**	**63**	
B	1,0	1,1	1,2	1,6	1,8	1,9	1,0	1,8	2,7	3,3	1,8	3,4	2,9	2,4	2,8	3,2	
D	–4,6	–0,2	1,2	–1,9	0,4	1,7	0,3	0,8	–1	–0,7	0,6	2,6	0	0,6	1,2	0,8	
t	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	
B	3,6	4,0	4,9	4,3	5,3	6,7	6,5	4,4	4,1	7,0	7,9	5,8	5,0	5,3	7,2	10	
D	0,9	0,2	0,5	1,0	2,9	–0,3	0,3	2,2	2,0	1,1	0,4	3,4	4,3	2,7	2,7	1,6	
t	**80**	**81**	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**
B	11,5	14	10,7	8,6	9,6	7,5	6,0	5,8	6,7	8,1	7,5	5,4	3,5	3,0	4,3	5,5	5,0
D	2,7	2,6	3,9	6,1	4,8	5,1	5,0	3,2	3,1	2,9	3,8	4,5	4,6	3,9	2,9	2,2	1,4

В.М. Горбачук, Ю.Г. Кривонос

ОСОБЛИВОСТІ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ ЧАСОВИХ РЯДІВ

На практичних вправах показані відмінності даних часових рядів і крос-секційних даних, а також відповідних вимог для отримання найкращих лінійних незсунених оцінювачів.

V.M. Gorbachuk, Y.G. Krivonos

FEATURES OF REGRESSION ANALYSIS FOR TIME SERIES

Based on the practical exercices, the differences between time series data and cross-sectional data, between the corresponding requirements for obtaining best linear unbiased estimators, are shown.

1. *Сергієнко І.В., Парасюк І.М.* Статистичні пакети програм широкого призначення // Вісник АН УРСР. – 1982. – № 10. – С. 25–34.
2. *Wooldridge J.M.* Introductory econometrics: a modern approach. 4-th edition. – Mason, OH: Cencage Learning, 2009. – 865 p.
3. *Веревка О.В., Парасюк И.Н., Сергиенко И.В.* Программно-аналитическое обеспечение семейства программ статистической обработки данных. – Киев, 1981. – 79 с. – (Препр. / Ин-т кибернетики АН УССР; 81-36.
4. *Горбачук В. М.* Економетричне програмування TSP та EViews. – К.: 1996. – 24 с. – (Препр. / Ін-т кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України; 96-14.
5. *Gorbachuk V.M.* Regression analysis of time series and Granger causality // 14 Міжнародна наук. конф. імені академіка М. Кравчука. Т. 3. – К.: НТУУ «КПІ», 2012. – С. 11.
6. *Phillips A.W.* The relationship between unemployment and the rate of change of money wages in the United Kingdom, 1861–1957 // Economica. – 1958, November. – P. 283–299.
7. *Economic* report of the President. – Washington, DC: U. S. Government Printing Office, 1997. – 424 p.
8. *World* economic outlook [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.imf.org

Получено 16.05.2012

Об авторах:

Горбачук Василий Михайлович,
кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины, GorbachukVasyl@netscape.net

Кривонос Юрий Георгиевич,
академик НАН Украины,
зам. директора Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.