КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 681.3: 06.51

О.В. ВЕРЕВКА

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В НЕЧЕТКИХ ДРЕВОВИДНЫХ БАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ

Рассмотрены модели, методы и алгоритмические схемы для решения комплекса задач вероятностного вывода и организации вычислений в нечетких байесовских сетях с линейными и дивергентными связями переменных.

Введение. Байесовские сети, граф которых является деревом или лесом, образуют особый класс. Как последовательный, так и дивергентный тип соединения имеют одну и ту же замечательную особенность: у каждой некорневой вершины есть единственная отцовская, причем расположенная в смежном ярусе. Вследствие этого для процесса распространения информации характерна некая «марковость», а формулы для пересчета априорных, групповых и апостериорных оценок существенно проще, чем для сетей, в графах которых присутствуют конвергентные соединения.

Рассмотрим распространение вероятностей в древовидных нечетких сетях с ярусной структуризацией графа в детерминированном случае [1]. Используются следующие обозначения для оценок вероятностей событий, указанных в скобках: $\widetilde{P}$ – начальные экспертные оценки; P – вычисляемые априорные оценки; $\hat{P}$ – апостериорные оценки. Каждая вершина дерева v_D (допустимые состояния $V_D = V_D^1$ и $\overline{V_D} = V_D^2$) имеет следующие атрибуты: номер яруса, на котором расположена вершина v_D (корневой ярус считается нулевым); для корня – нечеткая априорная оценка вероятности $\widetilde{P}\,(V_D)$; имена дочерних вершин; имя отцовской вершины v_F, если ярус не корневой, и связь с допустимыми состояниями $V_F = V_F^1$ и $\overline{V_F} = V_F^2$ отцовской вершины – оценки условных вероятностей

$\tilde{P}\,(V_D\;/\;V_F)$ и $\tilde{P}\,(V_D\,/\overline{V_F}\,)$, являющиеся нечеткими отношениями,

$$\tilde{P}\,(V_D/\,V_F) + \tilde{P}\,(\overline{V_D}\,/\,V_F) = 1, \quad \tilde{P}\,(V_D/\overline{V_F}\,) + \tilde{P}\,(\overline{V_D}\,/\overline{V_F}\,) = 1.$$

Априорное оценивание в нечетком случае выполняется последовательно ярус за ярусом в соответствии с формулой полной вероятности

$$P(V_D) := \tilde{P}\,(V_D/V_F) \times P(V_F) + \tilde{P}\,(V_D/\overline{V_F}\,) \times [1 - P(V_F)].$$

Групповое оценивание. Сворачивание вершин. В дальнейшем изложении используется понятие статуса вершины. Вершина v с допустимыми состояниями V и $\overline{V}$ имеет статус «фиксированная», если известно состояние V, в котором она пребывает по условию решаемой задачи. Вершина имеет статус «свободная», если она может пребывать в любом из допустимых состояний. Вершина, для которой уже выполнено апостериорное оценивание, имеет статус «учтенная»; вершина, для которой непосредственно производится оценивание, имеет статус «текущая».

При групповом и апостериорном оценивании для деревьев выполняется операция, которую назовем сворачиванием вершин. Суть ее состоит в замене нескольких родственных дочерних вершин одного яруса («родных сестер»), имеющих дивергентное соединение с отцовской, одной воображаемой вершиной, соединенной с отцовской вершиной последовательно и аккумулирующей всю необходимую для расчетов информацию, или в пошаговой замене нескольких последовательно соединенных родственных вершин («отец» $\to$ «дочь» $\to$ «внучка» $\to\ldots$) парой «отец» $\to$ «воображаемая дочь» с учетом влияния промежуточных звеньев. Рассмотрим операцию сворачивания вершин подробнее.

Основной для операции сворачивания является формула Байеса: если фиксированная дочерняя вершина v_D находится в состоянии V_D, то $\hat{P}\,(V_F) := P(V_F\,/\,V_D)$, и удобным является выражение с независимыми компонентами:

$$1/\,\hat{P}\,(V_F) = 1 + [P(V_D/\overline{V_F}\,)\,/\,P(V_D/V_F)] \times [1/\,P(V_F) - 1]. \qquad (1)$$

Пусть имеется куст из корня v_F и M листьев $\{\,v_{D_m}\,\}_{m=1}^{M}$, $M > 1$; $\forall\, m = \overline{1, M}$ заданы связи $P(V_{D_m}\;/\;V_F)$ и $P(V_{D_m}\;/\overline{V_F}\,)$. Фиксированные вершины v_{D_m}, $m = \overline{1, M}$ пребывают соответственно в состояниях V_{D_m}. Тогда $\hat{P}\,(V_F) := P(V_F\,/\bigcap_{m=1}^{M} V_{D_m}\,)$, или

$$1/\,\hat{P}\,(V_F) = 1 + \{[\prod_{m=1}^{M} P(V_{D_m}\,/\,\overline{V_F}\,)]\,/\,[\prod_{m=1}^{M} P(V_{D_m}\,/\,V_F)]\} \times [1/\,P(V_F) - 1]. \qquad (2)$$

Формально выражение (2) получим, если заменим вершины $\{\,v_{D_m}\,\}_{m=1}^{M}$ последовательно соединенной с v_F воображаемой вершиной $v_{D_{1\div M}}$, $v_F \to v_{D_{1\div M}}$ с допустимыми состояниями $V_{D_{1\div M}} = \bigcap_{m=1}^{M} V_{D_m}$, $\overline{V}_{D_{1\div M}} = \{\bigcap_{m=1}^{M} [\bigcup_{j_m=1}^{2} V_{D_m}^{j_m}\,] : \prod_{m=1}^{M} j_m \neq 1\}$, и оценками

$$P(V_{D_{1\div M}}/V_F) = \prod_{m=1}^{M} P(V_{D_m}\,/\,V_F), \quad P(V_{D_{1\div M}}\,/\overline{V_F}\,) = \prod_{m=1}^{M} P(V_{D_m}\,/\,\overline{V_F}\,) \qquad (3)$$

для вычислений (1). Очевидно, в соответствии с (3) можно свернуть столько фиксированных дочерних вершин, сколько необходимо для решения задачи.

Теперь пусть имеется цепочка из трех последовательно соединенных вершин $v_F \to v_{D_1} \to v_{D_2}$, причем v_{D_1} является свободной (допустимые состояния V_{D_1} и $\overline{V}_{D_1}$), а v_{D_2} – фиксированной (состояние V_{D_2}). Свернем вершины v_{D_1} и v_{D_2} в фиксированную воображаемую вершину $v_{D_{1\div 2}}$, $v_F \to v_{D_{1\div 2}}$, в состоянии $V_{D_{1\div 2}} = V_{D_2}$, следующим образом:

$$P(V_{D_{1\div 2}}/V_F) = P(V_{D_2}/V_{D_1}) \times P(V_{D_1}/V_F) + P(V_{D_2}/\overline{V}_{D_1}) \times [1 - P(V_{D_1}/V_F)], \tag{4}$$

$$P(V_{D_{1\div 2}}/\overline{V_F}) = P(V_{D_2}/V_{D_1}) \times P(V_{D_1}/\overline{V_F}) + P(V_{D_2}/\overline{V}_{D_1}) \times [1 - P(V_{D_1}/\overline{V_F})]. \tag{5}$$

Тогда $\hat{P}(V_F) := P(V_F/V_{D_{1\div 2}}) = P(V_F, V_{D_{1\div 2}}) / P(V_{D_{1\div 2}})$, или

$$1/\hat{P}(V_F) = 1 + \{ [P(V_{D_{1\div 2}}/\overline{V_F}) / P(V_{D_{1\div 2}}/V_F)] \} \times [1/P(V_F) - 1]. \tag{6}$$

В случае, когда обе вершины v_{D_1} и v_{D_2} являются фиксированными, вместо соотношений (4) и (5) для подстановки в (6) используются (7):

$$P(V_{D_{1\div 2}}/V_F) = P(V_{D_2}/V_{D_1}) \times P(V_{D_1}/V_F),\ \ P(V_{D_{1\div 2}}/\overline{V_F}) = P(V_{D_2}/V_{D_1}) \times P(V_{D_1}/\overline{V_F}). \tag{7}$$

Апостериорное оценивание. Апостериорное оценивание в случае, когда граф нечеткой сети является деревом, требует создания специальных алгоритмов, предназначенных для нечетких вычислений при наличии ограниченного количества базовых вариантов взаимного расположения вершин, показанных на рис. 1. Вершинам различных статусов соответствуют следующие обозначения:

– «свободная», – «фиксированная», – «текущая», – «учтенная».

Оценивание выполняется для вершины v_* (статус «текущая»). Вершина, обозначенная w_0, – фиксированная и находится в состоянии W_0. Вершина, обозначенная w_j, $j \geq 1$, является либо воображаемой фиксированной вершиной, полученной в результате сворачивания множества всех фиксированных вершин младших ярусов, имеющих v_* в своем множестве достижимости, либо обычной фиксированной вершиной, если указанное множество пусто; вершина w_j находится в состоянии W_j. Вершины с обозначением v_j, $j \geq 1$ – обычные вершины со статусом «свободная» и допустимыми состояниями V_j и $\overline{V_j}$. Вершина v_{*1} уже учтена и имеет оценку $\hat{P}(V_{*1})$. Сплошная стрелка на графе означает обязательность присутствия указанной связи в рассматриваемой структуре. Пунктирная стрелка (на рис. 1, е и 1, ж) означает, что рассмотренный базовый вариант учитывает два случая: как с наличием обозначенной связи, так и с ее отсутствием. Последовательно рассмотрим оценивание для каждой из представленных конфигураций.

а) Все фиксированные вершины находятся на старших относительно v_* ярусах. Ближайшей из них является w_0, причем она не принадлежит множествам достижимости всех остальных фиксированных вершин. В случае, когда v_* – дочерняя вершина для w_0, т. е. $M = 0$, имеем $\hat{P}(V_*) = P(V_*/W_0)$. Если же родство является более удаленным, $M \geq 1$, имеем последовательность соотношений (9):

$$\hat{P}(V_1) = P(V_1/W_0);$$

....

$$\hat{P}(V_M) = P(V_M/V_{M-1}) \times \hat{P}(V_{M-1}) + P(V_M/\overline{V}_{M-1}) \times [1 - \hat{P}(V_{M-1})]; \qquad (9)$$
$$\hat{P}(V_*) = P(V_*/V_M) \times \hat{P}(V_M) + P(V_*/\overline{V}_M) \times [1 - \hat{P}(V_M)].$$

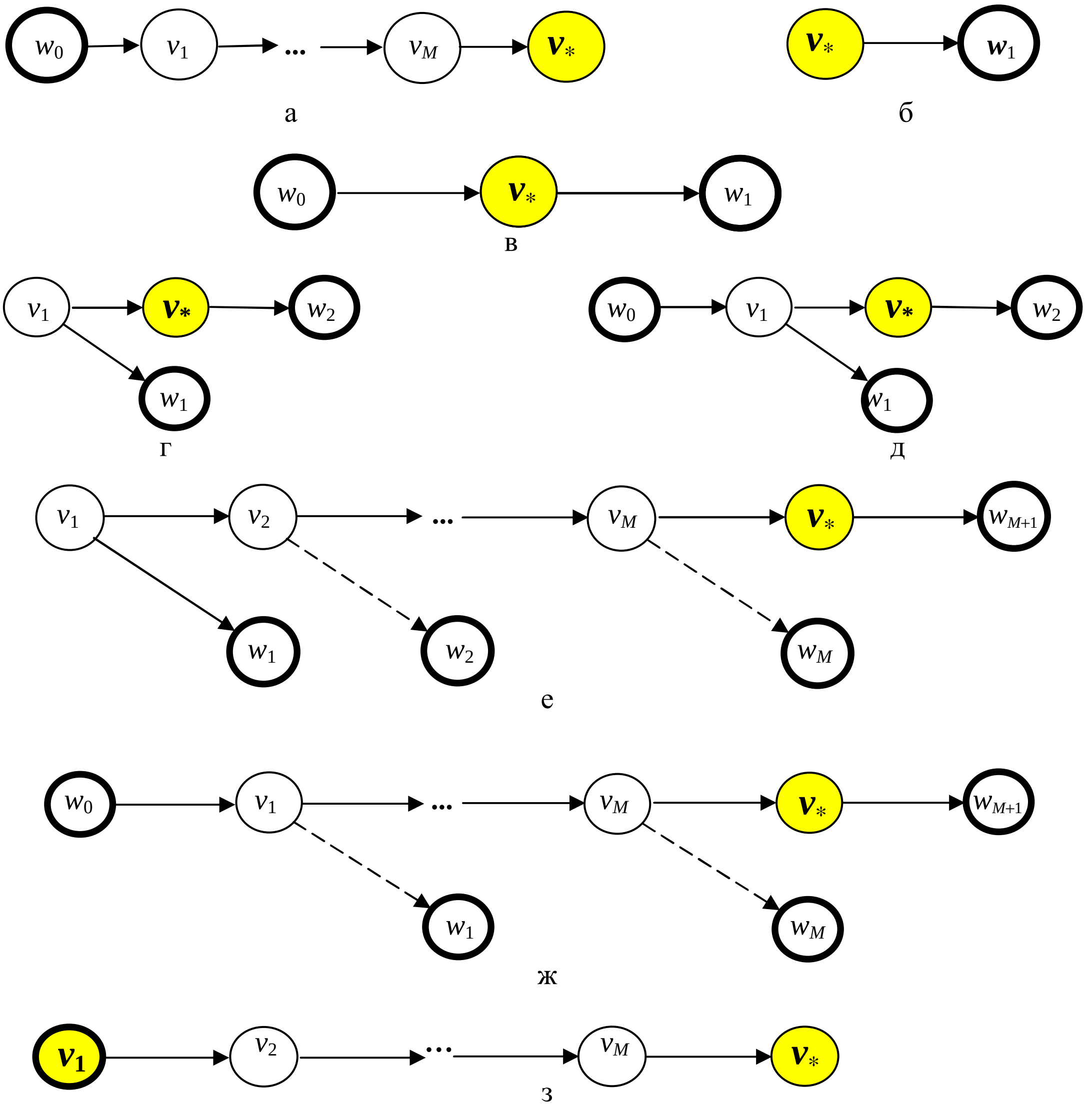

РИСУНОК 1. Базовые конфигурации вершин деревьев для апостериорного оценивания

б) Вершина v_* – отцовская для фиксированной вершины w_1. Оценивание проводится в соответствии с (1):

$$1/\hat{P}(V_*) = 1 + [P(W_1/\overline{V_*}) / P(W_1/V_*)] \times [1/P(V_*) - 1]. \tag{10}$$

в) Текущая вершина v_* находится непосредственно между фиксированными w_0 и w_1. Соотношение (11) аналогично (10):

$$P(W_0, W_1, V_*) = P(W_1/V_*) \times P(V_*/W_0) \times P(W_0),$$

$$P(W_0, W_1, \overline{V}_*) = P(W_1/\overline{V}_*) \times [1 - P(V_*/W_0)] \times P(W_0),$$

$$\hat{P}(V_*) = P(V_*/W_0, W_1) = P(W_0, W_1, V_*) / [P(W_0, W_1, V_*) + P(W_0, W_1, \overline{V}_*)],$$

$$1/\hat{P}(V_*) = 1 + [P(W_1/\overline{V}_*) / P(W_1/V_*)] \times [1/P(V_*/W_0) - 1]. \tag{11}$$

г) Отцовская для текущей вершины v_* свободная вершина v_1 входит в множество достижимости двух фиксированных вершин: сестринской относительно v_* вершины w_1 и дочерней w_2. В множестве достижимости вершины v_1 фиксированных вершин нет. Тогда

$$P(W_1, W_2, V_*) = P(W_2/V_*)\times\{P(W_1/V_1)\times P(V_*/V_1)\times P(V_1)+P(W_1/\overline{V}_1)\times P(V_*/\overline{V}_1)\times[1-P(V_1)]\},$$

$$P(W_1, W_2, \overline{V}_*) =$$

$$= P(W_2/\overline{V}_*) \times\{P(W_1/V_1)\times[1-P(V_*/V_1)]\times P(V_1) + P(W_1/\overline{V}_1)\times[1-P(V_*/\overline{V}_1)]\times[1-P(V_1)]\},$$

$$\hat{P}(V_*) = P(V_*/W_1, W_2) = P(W_1, W_2, V_*) / [P(W_1, W_2, V_*) + P(W_1, W_2, \overline{V}_*)],$$

$$1/\hat{P}(V_*) = 1 + P(W_1, W_2, \overline{V}_*) / P(W_1, W_2, V_*) = 1 + [P(W_2/\overline{V}_*) / P(W_2/V_*)] \times$$

$$\times \{[1 - P(V_*/V_1)] + [P(W_1/\overline{V}_1) / P(W_1/V_1)] \times [1 - P(V_*/\overline{V}_1)] \times [1/P(V_1) - 1]\} /$$

$$/ \{P(V_*/V_1) + [P(W_1/\overline{V}_1) / P(W_1/V_1)] \times P(V_*/\overline{V}_1) \times [1/P(V_1) - 1]\}.$$

Обозначим $Q(W_1; V_1) := [P(W_1/\overline{V}_1)/P(W_1/V_1)] \times [1/P(V_1) - 1]$. Тогда

$$1/\hat{P}(V_*) = 1 + [P(W_2/\overline{V}_*) / P(W_2/V_*)] \times$$

$$\times \{[1 - P(V_*/V_1)] + Q(W_1; V_1) \times [1 - P(V_*/\overline{V}_1)]\} / \{P(V_*/V_1) + Q(W_1; V_1) \times P(V_*/\overline{V}_1)\} =$$

$$= 1 + [P(W_2/\overline{V}_*)/P(W_2/V_*)]\times\{[1+Q(W_1; V_1)]/[P(V_*/V_1)+Q(W_1; V_1)\times P(V_*/\overline{V}_1)] - 1\}. \tag{12}$$

д) Отцовская для текущей вершины v_* свободная вершина v_1 – дочерняя для фиксированной вершины w_0 и входит в множество достижимости двух фиксированных младших вершин: сестринской относительно v_* вершины w_1 и дочерней w_2.

Тогда $P(W_0, W_1, W_2, V_*) = P(W_2/V_*)\times P(W_0) \times\{P(W_1/V_1)\times P(V_*/V_1) \times P(V_1/W_0) +$

$$+P(W_1/\overline{V}_1)\times P(V_*/\overline{V}_1)\times [1-P(V_1/W_0)]\},$$

$$P(W_0, W_1, W_2, \overline{V}_*) = P(W_2/\overline{V}_*) \times P(W_0) \times \{P(W_1/V_1) \times [1 - P(V_*/V_1)] \times P(V_1/W_0) +$$

$$+ P(W_1/\overline{V}_1) \times [1 - P(V_*/\overline{V}_1)] \times [1 - P(V_1/W_0)]\}.$$

Обозначим $Q(W_0, W_1; V_1) := [P(W_1/\overline{V}_1)/P(W_1/V_1)] \times [1/P(V_1/W_0) - 1]$. Тогда

$$1/\hat{P}(V_*) = 1 + [P(W_2/\overline{V}_*) / P(W_2/V_*)] \times$$

$$\times \{[1 + Q(W_0, W_1; V_1)] / [P(V_*/V_1) + Q(W_0, W_1; V_1) \times P(V_*/\overline{V}_1)] - 1\}. \tag{13}$$

В дальнейшем изложении для натуральных $J_1 < J_2$ использовано обозначение $W_{J_1} \div W_{J_2} := \bigcap_{j=J_1}^{J_2} W_j$. Полагаем, что с привлечением операции сворачивания вершин уже вычислены оценки для $P(W_{J_1} \div W_{J_2})$.

е) В множестве достижимости свободной вершины v_1 нет фиксированных вершин. Сначала рассмотрим случай, когда присутствуют все связи, обозначенные пунктирными стрелками. Тогда

$$P(W_1;\, V_2) = P(V_2/V_1)\times P(W_1/V_1)\times P(V_1) + P(V_2/\overline{V}_1)\times P(W_1/\overline{V}_1)\times[1-P(V_1)], \tag{14}$$

$$P(W_1;\overline{V}_2) = [1 - P(V_2/V_1)]\times P(W_1/V_1)\times P(V_1) + [1 - P(V_2/\overline{V}_1)]\times P(W_1/\overline{V}_1)\times[1-P(V_1)]. \tag{15}$$

$$P(W_1;\, V_2) + P(W_1;\, \overline{V}_2) = P(W_1).$$

$$P(W_1,\, W_2;\, V_3) = P(V_3/V_2) \times P(W_2/V_2) \times P(W_1;V_2) + + P(V_3/\overline{V}_2) \times P(W_2/\overline{V}_2) \times [P(W_1) - P(W_1;V_2)], \tag{16}$$

$$P(W_1,\, W_2;\, V_3) + P(W_1,\, W_2;\, \overline{V}_3) = P(W_1,\, W_2). \tag{17}$$

....

$$P(W_1\div W_{M-1};\, V_M) = P(V_M/V_{M-1}) \times P(W_{M-1}/V_{M-1}) \times P(W_1\div W_{M-2};\, V_{M-1}) + + P(V_M/\overline{V}_{M-1}) \times P(W_{M-1}/\overline{V}_{M-1}) \times [P(W_1\div W_{M-2}) - P(W_1\div W_{M-2};\, V_{M-1})], \tag{18}$$

$$P(W_1\div W_{M-1};\, V_M) + P(W_1\div W_{M-1};\, \overline{V}_M) = P(W_1\div W_{M-1}). \tag{19}$$

$$P(W_1\div W_{M+1};\, V_*) = P(W_{M+1}/V_*) \times \{P(W_M/V_M) \times P(V_*/V_M) \times P(W_1\div W_{M-1};\, V_M) + + P(W_M/\overline{V}_M) \times P(V_*/\overline{V}_M) \times [P(W_1\div W_{M-1}) - P(W_1\div W_{M-1};\, V_M)]\}, \tag{20}$$

$$P(W_1\div W_{M+1},\, V_*) + P(W_1\div W_{M+1},\, \overline{V}_*) = P(W_1\div W_{M+1}). \tag{21}$$

$$\hat{P}(V_*) = P(V_*/W_1\div W_{M+1}) = P(W_1\div W_{M+1};\, V_*) \,/\, P(W_1\div W_{M+1}),$$

$$1/\hat{P}(V_*) = 1+\{P(W_{M+1}/\overline{V}_*)/P(W_{M+1}/V_*)\}\times\{P(W_M/V_M)\times[1-P(V_*/V_M)]\times P(W_1\div W_{M-1};\, V_M) + + P(W_M/\overline{V}_M) \times [1 - P(V_*/\overline{V}_M)] \times [P(W_1\div W_{M-1}) - P(W_1\div W_{M-1};\, V_M)]\} \,/ \,/\, \{P(W_M/V_M) \times P(V_*/V_M) \times P(W_1\div W_{M-1};\, V_M) + + P(W_M/\overline{V}_M) \times P(V_*/\overline{V}_M) \times [P(W_1\div W_{M-1}) - P(W_1\div W_{M-1};\, V_M)]\} \tag{22}$$

Если в конфигурации на рис. 1, е связь свободной вершины v_j, $1 < j \le M$ с фиксированной вершиной w_j отсутствует, получаем нужные для оценивания соотношения, подставив в (18) – (22) $P(W_j/V_j) = P(W_j/\overline{V}_j) \equiv 1$.

ж) В отличие от предыдущего варианта, отцовская вершина w_0 свободной вершины v_1 является фиксированной, а связь v_1 с дочерней вершиной w_1 может отсутствовать. Сначала рассмотрим случай, когда присутствуют все связи, обозначенные пунктирными стрелками. Тогда

$$P(W_0,\, W_1;\, V_2) = = \{P(V_2/V_1) \times P(W_1/V_1) \times P(V_1/W_0) + P(V_2/\overline{V}_1) \times P(W_1/\overline{V}_1) \times [1 - P(V_1/W_0)]\} \times P(W_0),$$

$$P(W_0,\, W_1;\, V_2) + P(W_0,\, W_1;\, \overline{V}_2) = P(W_0,\, W_1).$$

$$P(W_0,\, W_1,\, W_2;\, V_3) = = P(V_3/V_2)\times P(W_2/V_2)\times P(W_0,W_1;V_2) + P(V_3/\overline{V}_2)\times P(W_2/\overline{V}_2)\times[P(W_0,W_1) - P(W_0,W_1;V_2)],$$

$$P(W_0,\, W_1,\, W_2;\, V_3) + P(W_0,\, W_1,\, W_2;\, \overline{V}_3) = P(W_0,\, W_1,\, W_2).$$

....

$$P(W_0 \div W_{M-1};\, V_M) = P(V_M / V_{M-1}) \times P(W_{M-1} / V_{M-1}) \times P(W_0 \div W_{M-2};\, V_{M-1}) +$$
$$+ P(V_M / \overline{V}_{M-1}) \times P(W_{M-1} / \overline{V}_{M-1}) \times [P(W_0 \div W_{M-2}) - P(W_0 \div W_{M-2};\, V_{M-1})],$$
$$P(W_0 \div W_{M-1};\, V_M) + P(W_0 \div W_{M-1};\, \overline{V}_M) = P(W_0 \div W_{M-1}).$$
$$P(W_0 \div W_{M+1};\, V_*) = P(W_{M+1} / V_*) \times \{P(W_M / V_M) \times P(V_* / V_M) \times P(W_0 \div W_{M-1};\, V_M) +$$
$$+ P(W_M / \overline{V}_M) \times P(V_* / \overline{V}_M) \times [P(W_0 \div W_{M-1}) - P(W_0 \div W_{M-1};\, V_M)]\},$$
$$P(W_0 \div W_{M+1},\, V_*) + P(W_0 \div W_{M+1},\, \overline{V}_*) = P(W_0 \div W_{M+1}).$$
$$\hat{P}(V_*) = P(V_* / W_0 \div W_{M+1}) = P(W_0 \div W_{M+1};\, V_*) \,/\, P(W_0 \div W_{M+1}),$$
$$1/\hat{P}(V_*) = 1 + \{P(W_{M+1} / \overline{V}_*) / P(W_{M+1} / V_*)\} \times \{P(W_M / V_M) \times [1 - P(V_* / V_M)] \times P(W_0 \div W_{M-1};\, V_M) +$$
$$+ P(W_M / \overline{V}_M) \times [1 - P(V_* / \overline{V}_M)] \times [P(W_0 \div W_{M-1}) - P(W_0 \div W_{M-1};\, V_M)]\} \,/$$
$$/ \, \{P(W_M / V_M) \times P(V_* / V_M) \times P(W_0 \div W_{M-1};\, V_M) +$$
$$+ P(W_M / \overline{V}_M) \times P(V_* / \overline{V}_M) \times [P(W_0 \div W_{M-1}) - P(W_0 \div W_{M-1};\, V_M)]\}. \tag{23}$$

Если в конфигурации на рис. 1, ж связь свободной вершины v_j, $1 < j \le M$ с фиксированной вершиной w_j отсутствует, получаем нужную для оценивания (23) цепочку выражений подстановкой $P(W_j / V_j) = P(W_j / \overline{V}_j) \equiv 1$.

з) Текущая вершина v_* и ближайшая вершина v_1, оценка $\hat{P}(V_1)$ для которой определена по одной из вышерассмотренных схем, соединены цепью из $(M - 1) \ge 0$ вершин со статусом «свободная», ни одна из которых не входит в множества достижимости фиксированных вершин. Очевидно, по формулам полной вероятности:

$$\hat{P}(V_2) = P(V_2 / V_1) \times \hat{P}(V_1) + P(V_2 / \overline{V}_1) \times [1 - \hat{P}(V_1)];$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\hat{P}(V_M) = P(V_M / V_{M-1}) \times \hat{P}(V_{M-1}) + P(V_M / \overline{V}_{M-1}) \times [1 - \hat{P}(V_{M-1})];$$
$$\hat{P}(V_*) = P(V_* / V_M) \times \hat{P}(V_M) + P(V_* / \overline{V}_M) \times [1 - \hat{P}(V_M)].$$

Компоненты программного обеспечения. Укажем базовые функции, для вычисления которых в нечетком случае разработаны алгоритмы с учетом зависимостей компонентов в формульных записях. Все рассмотренные соотношения реализуются последовательностью функций представленного набора. Для нечетких чисел (линейный сплайн по двум векторам одинаковой длины; первый упорядочен по возрастанию и задает базовые точки носителя; второй – соответствующие им значения функции принадлежности) использованы обозначения a, b и т. д.

1. Простейшие унарные и бинарные арифметические операции: обратное ($1/a$) и противоположное ($-a$) число, прибавленная и вычтенная четкая единица ($a + 1$ и $a - 1$); сумма, разность, произведение, частное двух чисел ($a + b$, $a - b$, $a \times b$ и a / b). Указанного набора достаточно для реализации соотношений вида (10) .

2. Для формулы полной вероятности необходим алгоритм вычисления выражения $a \times b + c \times (1 - b)$, подробно рассмотренный в [2] (зависимость по одной переменной b). Аналогично построены алгоритмы для следующих трех соотношений.

3. Для реализации (12) предназначен алгоритм вычисления $\frac{1+b}{a+bc}-1$.

4. Реализация (14) и (15) требует алгоритма вычисления $c(a-d)+d$.

5. Для реализации (16) и (17) требуется алгоритм вычисления $c(a-d)+df$.

6. Аналогичным, хотя и более сложным является алгоритм для реализации соотношения (22): вычисление выражения $\frac{a(1-b)c+d(1-e)(f-c)}{abc+de(f-c)} = \frac{ac+d(f-c)}{abc+de(f-c)} - 1$ требует учета зависимости по четырем переменным (a, c, d и f).

Заключение. Рассмотренный подход явился основой для создания нечеткой древовидной байесовской сети также и в недетерминированном случае, оценивание для которого производится в два этапа. Сначала, с учетом базовых конфигураций вершин деревьев для апостериорного оценивания (рис. 1), определяется множество опорных траверзов и на них вычисляются детерминированные апостериорные оценки; затем искомая оценка для представленных недетерминированных свидетельств определяется процедурой нечеткой линейной интерполяции по полученным опорным оценкам [3].

О.В. Верьовка

РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ У НЕЧІТКИХ ДЕРЕВОВИДНИХ БАЙЄСІВСЬКИХ МЕРЕЖАХ

Розглянуто моделі, методи та алгоритмічні схеми для вирішення комплексу задач ймовірнісного виведення та організації обчислень у нечітких байєсівських мережах із лінійними та дивергентними зв’язками між змінними.

O.V. Verovka

PROBABILITY DISTRIBUTION IN FUZZY TREE-LIKE BAYESIAN NETWORKS

Models, methods and algorithmic schemes for the decision of a complex of a probabilistic inference and organization of calculations problems in fuzzy Bayesian networks with linear and divergent variables connections are considered.

1. *Веревка О.В., Парасюк И.Н.* Ярусный поход к представлению байесовских сетей // Компьютерная математика. – 2010. – № 1. – С. 83 – 93.
2. *Веревка О.В., Парасюк И.Н.* О распространении вероятностей в нечетких байесовских сетях с недетерминированными состояниями // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 6. – С. 153 – 169.
3. *Веревка О.В.* Учет недетерминированных свидетельств при апостериорном оценивании в нечетких байесовских сетях // Компьютерная математика. – 2011. – № 2. – С. 82 – 93.

Получено 19.12.2011

Об авторе:

Веревка Ольга Викторовна,

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.