УДК 004.94

В.Е. СНИТЮК[*], Е.Н. СИПКО[**]

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ И ОГРАНИЧЕНИЙ В ЗАДАЧЕ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ЗАНЯТИЙ

[*]Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина
[**]Черкасский государственный технологический университет, Черкассы, Украина

Анотація. *Розглядається задача формування розкладів занять у вищих навчальних закладах. Запропоновано нові підходи, моделі й метод формування цільової функції з її подальшою оптимізацією на основі застосування еволюційних технологій та матричного представлення розкладу.*
Ключові слова: *розклад занять, цільова функція, обмеження, матричне представлення розкладу, еволюційні технології.*

Аннотация. *Рассматривается задача формирования расписаний занятий в высших учебных заведениях. Предложены новые подходы, модели и метод формирования целевой функции с ее последующей оптимизацией на основе применения эволюционных технологий и матричного представления расписания.*
Ключевые слова: *расписание занятий, целевая функция, ограничения, матричное представление расписания, эволюционные технологии.*

Abstract. *The problem of the timetabling in universities is considered. New approaches, models, and a method for forming the objective function and its subsequent optimization through the use of evolutionary technologies and matrix representation of the timetable are suggested.*
Keywords: *timetable, objective function, limitation, matrix representation of the timetable, evolutionary technologies.*

1. Введение

Решение задачи составления расписаний является актуальным для многих промышленных и инфраструктурных отраслей. Определяющую роль оно играет для дискретных производств и учебных заведений. Финансовый и ресурсный дефицит являются причиной того, что к составлению эффективных расписаний возвращаются вновь и вновь. Известно, что оптимальное решение такой задачи возможно получить только методом полного перебора возможных вариантов, но разнообразие подходов, требований и ограничений не дает оснований предполагать ее разрешимость в общем виде. Вместе с тем существуют сотни, если не тысячи методов и систем, предназначенных для формирования расписаний.

Для высших учебных заведений Украины разработка общих подходов, методологии формирования расписаний занятий – одна из важнейших проблем оптимизации учебного процесса. Динамика требований работодателей, постоянно изменяющаяся законодательная основа, сокращение материальной базы и увеличение количества специальностей приводят к необходимости оптимизации процесса использования кадрового потенциала, аудиторного фонда и экономии энергетических ресурсов.

Еще одним важным фактором является значительное количество субъектов учебного процесса, заинтересованных в качественном решении задачи составления расписаний, к которым относятся преподаватели, студенты, административные сотрудники. Количество публикаций на эту тему имеет тенденцию к постоянному росту. Так, на запрос «складання розкладу занять» Google выдает 125000 ссылок, а на запрос «составление расписания занятий» их уже 512000. При этом украиноязычный Интернет презентует модели и методы составления расписаний, а русскоязычный – разработанные системы. Природу такого разделения еще предстоит объяснить специалистам.

2. Анализ современных технологий составления расписаний

Определим основные тенденции современного научного поиска в направлении технологий решения задачи составления расписаний занятий в учебных заведениях. Особенности процесса составления расписания занятий для дистанционного обучения рассмотрены в статье [1]. Выполнен анализ различных методов составления расписаний: имитации отжига, раскрашивания графа, имитационного моделирования, логического программирования с ограничениями. Критерием оптимальности расписания определено максимальное уплотнение преподавательской нагрузки и сделано ударение на использовании генетического алгоритма для максимизации целевой функции. Аспекты применения генетического алгоритма рассмотрены и в работе [2]. Тот же генетический алгоритм рассмотрен и в [3], критериальной функцией здесь выступает усредненное значение уровня выполнения требований преподавателей: нежелание проводить пары в определенное время, минимизация количества «окон», равномерность занятий. Продолжается тема использования генетических алгоритмов в статье [4] с уклоном в сторону параллелизации вычислительного процесса и использования Grid-систем.

Метод формирования расписания, которое определяется пожеланиями студентов, описан в [5]. Предложенные идеи имеют нечто общее с известными технологиями, подобными методу Дельфи, поскольку присутствуют все те же атрибуты: заочность, многоуровневость, анонимность. Автор [6] предлагает информационную модель на базе ограничений связей элементов расписаний, расписание формируется с использованием метода анализа иерархий. В [7] тема использования такой модели развита в направлении использования генетического алгоритма. В статье [8] предложено применение элементов тензорного исчисления для описания процессов составления расписаний для учебных комплексов.

В работе [9] сделан вывод о нецелесообразности полностью автоматизированного составления расписания из-за трудоемкости построения точных математических конструкций и предлагается использование диалогового процесса. Основные ограничения и виды критериальных функций систематизированы в [10]. Автор утверждает, что существуют два критерия поиска целевой функции: минимизация затрат и максимизация эффективности составленного расписания. И если со вторым критерием вполне можно согласиться при условии уточнения понятия «эффективного расписания», то первый критерий вызывает, как минимум, недоумение. Возможно, это минимизация вычислительных ресурсов, необходимых для получения опорного или квазиоптимального решения, или минимизация затрат ручного труда диспетчера. Оптимизация структуры информационной базы предлагается в [11]. Еще одним направлением, превалирующим в некоторых работах [12–14], является использование элементов нечеткой логики, что является естественным, учитывая природу требований субъектов учебного процесса.

Подводя итоги проведенного анализа, делаем вывод о том, что значительное количество работ посвящено обзору полученных к этому времени результатов, или оптимизации процесса получения эффективного расписания с использованием современных вычислительных технологий, таких как генетические алгоритмы. Надо заметить, что они являются методами хоть и направленного, но случайного поиска, и их реализация и выполнение зачастую является ресурсоемким процессом, который, вместе с необходимостью проверки выполнения значительного количества ограничений, зачастую не приводит к получению приемлемого результата за приемлемое время.

3. Целевая функция и особенности проверки расписаний на адекватность

Для решения задачи построения эффективного расписания ранее авторами предложена целевая функция и указаны ограничения [15]:

$$F\left(r\right)=\alpha_S\sum_{j=1}^{l}x_j\chi\left\{Z_j^v\right\}+\sum_{j=1}^{K}y_j\sum_{i=1}^{M}\chi\left\{L_i\in T_j\right\}\sum_{l=1}^{n_i}d_{il}^{\,j}\cdot\chi\left\{Z_{il}^{T_j}\right\}\to\max, \tag{1}$$

$$r\in\Omega(P,S,L,A), \tag{2}$$

где r – расписание, α_S,α_L – весовые коэффициенты, указывающие на приоритеты преподавателей и студентов как субъектов учебного процесса, x_j – приоритеты требований студентов и преподавателей, Z_j^v – требования групп студентов, L_i – преподаватели, T_j – группы преподавателей, $Z_{il}^{T_j}$ – предпочтения преподавателей, $d_{il}^{\,j}$ – приоритеты таких предпочтений, l – количество требований студентов, K – количество групп преподавателей, определяемое их должностями, научными степенями и учеными званиями, M – количество преподавателей, n_i – количество преподавателей в i-й группе, Ω – область ограничений, P,L,A – множество учебных дисциплин, преподавателей и аудиторий, соответственно.

В задаче (1) – (2) учтены значение коллективов студентов и преподавателей как некоторых совокупностей, а также интересы студенческих групп и отдельных преподавателей с учетом их должностей, степеней и званий. Однако формирование целевой функции является скорее теоретическим изыском, конструктивное нахождение решения задачи (1) – (2) – гораздо более сложный процесс. Учитывая предыдущий опыт и тенденции, было предложено поиск эффективного расписания осуществлять, используя эволюционные технологии. Разработав структуру потенциального решения и используя целевую функцию из (1), можно оценить его перспективность. Но в отличие от многих оптимизационных задач, вычисление значений целевой функции, равно как и проверка выполнения ограничений (2), является длительным и ресурсоемким. Метод оптимизации целевой функции будет описан ниже.

Остановимся на определении адекватности того или иного расписания. С этой целью необходимо проверить выполнение ограничений (2). Для оптимизации вычислительного процесса предполагается использовать матрично-эволюционный метод. С этой целью расписание занятий представим как некоторую таблицу с полями

$$Sh=<Day,Time,Year,Group,Course,Lecturer,Type,Room>, \tag{3}$$

где Day – день проведения занятий, $Time$ – номер пары, $Year$ – год обучения студента (курс), $Group$ – шифр группы (идентификатор), $Course$ – название учебной дисциплины, $Lecturer$ – преподаватель, $Type$ – тип занятия, $Room$ – номер аудитории.

Такое количество полей усложняет проверку расписания на адекватность. Упростим его и визуально представим некоторой трехмерной решетчатой структурой. Такая структура будет иметь вид прямоугольного параллелепипеда со сторонами, лежащими на осях:

$$X_1=<\textit{День}-\textit{Пара}>,\ X_2=<\textit{Курс}-\textit{Группа}>, X_3=<\textit{Аудитория}>. \tag{4}$$

В узлах решетки параллелепипеда будут находиться значения

$$Z=<\textit{Преподаватель}-\textit{Предмет}-\textit{Форма занятия}>. \tag{5}$$

Предположив, что количество учебных дней в неделе 6, а возможное количество занятий в день (пар) – 6, получим, что $X_1\in\{1,2,...,36\}$. Пусть максимальное количество курсов студентов в университете 6, количество групп варьируется (предположим 200), тогда $X_2\in\{1,2,...,200\}$. В таком случае общее количество узлов трехмерной решетки составит 2160000 при условии, что число возможных аудиторий 300. Содержимое узлов решетки может быть различным. В качестве первого варианта там может быть любое число $Z \in \{1, 2, ..., 800000\}$, учитывая то, что количество преподавателей 200, предметов – 1000, а форм возможных занятий – 4.

Таким образом, расписание будет представлять собой совокупность фрагментов $\{X_1, X_2, X_3, Z\}$. Поскольку определение структуры потенциального решения задачи формирования расписания имеет большое значение для оптимизации вычислительного процесса, то заметим, что преобразование триады <Преподаватель-Предмет-Форма занятия> в целое число должно осуществляться по некоторому алгоритму. Приведем его особенности. На первом этапе выписываем все формы занятий по одному предмету определенного преподавателя. Далее, то же самое для другого предмета, но того же преподавателя. На следующем шаге выписываем предметы и формы занятия другого преподавателя и т.д. Отметим, что преподаватели упорядочены по должностям, степеням и званиям. Если указанные атрибуты совпадают, то преподаватели выписываются по алфавиту. После получения списка в указанном формате производим кодирование так, что первой записи будет отвечать 1, а последней – 800000.

Во втором варианте в узлах решетки могут быть кодированы только предметы и формы занятий, поскольку по первым двум атрибутам и базе данных можно однозначно установить преподавателя. Однако этот процесс может быть более ресурсоемок, что предстоит установить дополнительно.

Предложенный метод формирования фрагмента потенциального решения позволит ускорить вычислительный процесс за счет обеспечения непрерывности получаемых решений. В частности, если будет выявлено, что некоторый преподаватель не может провести определенное занятие по данному предмету, то более вероятно, что в первую очередь на следующем шаге ему будет предложено изменить форму занятия или предмет.

Одновременно с построением параллелепипеда расписания рационально строить еще один параллелепипед такой же размерности, но в узлах решетки которого будут находиться единицы, указывающие, что в такой-то день на такой-то паре для группы студентов в аудитории проходит занятие, и ноль, если там занятия нет. Такой параллелепипед необходим для ускорения процесса построения потенциальных решений-расписаний и проверки их адекватности, а также для вычисления значений целевой функции

В отличие от традиционного варианта использования генетических алгоритмов предлагаем сделать ударение на обеспечении непрерывности поиска новых потенциальных решений, что соответствует логике процесса формирования расписания: «Если расписание является неудовлетворительным, то наиболее эффективными будут его минимальные изменения».

Дополнительный параллелепипед предназначен для проверки адекватности формируемого расписания как потенциального решения. Наличие или отсутствие единиц в узлах его решетки позволит, с использованием технологий OLAP, определить, выполняются ли «жесткие» ограничения. Такая проверка проводится для каждой генерируемой записи, являющейся составляющей расписания занятий.

4. Элементы направленной оптимизации целевой функции

В основе направленной оптимизации целевой функции лежит композиция элементов нескольких техник: эволюционных стратегий [16, 17], методов анализа иерархий [18] и теории нечетких множеств [19]. Рассмотрим одномерный случай и выполним обобщения [20].

Необходимо решить задачу поиска $\max_{x \in \Omega} f(x)$, где Ω – некоторый компакт. На макроуровне предложенный метод имеет такие шаги:

Шаг 0. Номер итерации $i = 1$.

Шаг 1. Определяем начальное количество потенциальных решений λ и генерируем равномерно распределенные на Ω потенциальные решения $x_1^i, x_2^i, ..., x_\lambda^i$.

Шаг 2. Вычисляем значения функции f в точках $x_1^i, x_2^i, ..., x_\lambda^i$: $f_1^i = f(x_1^i), f_2^i = f(x_2^i), ...,$ $f_\lambda^i = f(x_\lambda^i)$.

Шаг 3. Нормируем значения f_j^i так, чтобы $f_j^{ni} \in [0;1], \sum_{i=1}^{\lambda} f_j^{ni} = 1$.

Шаг 4. Формируем матрицу попарных сравнений Саати S таким образом. Среди нормированных значений функции находим минимальное f_j^{ni}, разбиваем отрезок $[0;1]$ на 10 интервалов: $[0;0,1),[0,1;0,2),...,[0,9;1]$. Тогда для всех $h \in \{1,2,...,\lambda\}$, если $f_j^{ni} \in [0,1k;0,1+0,1k)$ и $f_h^{ni} \in [0,1l;0,1+0,1l)$, где $k,l \in \{0,1,...,9\}$, то $s_{jh} = l - k + 1$. Другие элементы матрицы S рассчитываются так: $s_{pq} = \frac{s_{jq}}{s_{jp}}$.

Шаг 5. Рассчитываем собственные числа матрицы S и для максимального собственного числа $a_{\max}$ находим соответствующий собственный вектор w. Если вектор w по разным причинам найти проблематично, то его элементы приближенно рассчитывают по формуле $w_j = \frac{1}{s_{1j} + s_{2j} + ... + s_{\lambda j}}$. Значения w_j указывают на меру оптимальности (квазиоптимальности) потенциального решения x_j^i.

Шаг 6. Известно, что следующим этапом должна стать генерация «потомков» и формирование новой популяции потенциальных решений. Авторы эволюционной стратегии предлагают получать «потомков» таким образом:

$$x_j^{i+1} = x_j^i + \xi(N(0,1)), \; j = \overline{1,\mu}, \tag{6}$$

где $\xi(N(0,1))$ – нормально распределенная случайная величина с нулевым средним и единичной дисперсией, η – количество «потомков» у одного «родителя». По концепции эволюции Ч. Дарвина $\mu > 1$, а в [17] рекомендовано выбирать $\mu \geq 7\lambda$. Последнее неравенство является малодоказуемым.

Мы считаем, что для эффективного поиска оптимального решения необходимо учитывать меру оптимальности w_j потенциальных решений x_j^i. Это позволит более детально исследовать область Ω. При этом возникают две гипотезы:

– чем большим является значение w_j, тем большими должны быть значения σ_j при генерации «потомков» потенциального решения x_j^i, что позволит расширить область поиска в окрестности лучшего решения, а в области наименее потенциально оптимального решения область будет максимально суженой, в т.ч. и из-за неперспективности ее исследования;

– наоборот, большее значение w_j является причиной для глубокого исследования окрестности перспективнейшего решения, а большее значение отклонения позволит детально исследовать область, удаленную от неперспективного потенциального решения.

Такие две гипотезы требуют подтверждения, обе они являются эвристическими, не противоречат теории и практике стохастической оптимизации. Мы склоняемся к правильности второй гипотезы, что подтверждается первыми экспериментами, но нужны и более глубокие исследования.

Еще одной задачей является определение оптимального количества потомков в зависимости от оптимальности решения. Очевидно, что такое количество $N(x_j^i)$ зависит от меры области Ω и заданной точности потенциального решения ε. Для случая, когда Ω является отрезком $N(x_j^i) = g(L([a,b]))$, где $L(*)$ является длиной, определение величины μ_j также является эвристическим. На первом этапе рационально считать, что $\mu_j = \mu \ \ \forall i \in \{1,2,...,\lambda\}$. Такой вывод базируется на том, что, взяв за основу вторую гипотезу, для перспективного решения необходимо более глубокое исследование окрестности, а для неперспективного – более широкое. И то, и другое одинаково важно.

Наиболее сложной является задача восстановления значения дисперсии для каждого отдельного решения. Очевидно, что σ_j^2 будет зависеть, как и в предыдущем случае, от $L([a,b])$ и ε, а также от расстояния к ближайшим соседям-решениям. Находим $d(x_j^i, x_L)$, $d(x_j^i, x_R)$ (расстояние к ближайшему левому (или точке a) и правому (или точке b) соседу-решению). Пусть $d_{\max} = \max\{d(x_j^i, x_L), d(x_j^i, x_R)\}$, тогда $\sigma_j = \frac{1}{3} d_{\max}$, поскольку по правилу 3-х сигма именно 9973 точки из 10000 при генерации по формуле (6) будут находиться на интервале $(x_j^i - 3\sigma_j, x_j^i + 3\sigma_j)$.

Шаг 7. На предыдущем шаге выполнена генерация $\lambda \cdot \mu$ потенциальных решений. Находим соответствующие значения функции f. По этим значениям, а также по значениям $f_1^i, f_2^i, ..., \ f_\lambda^i$ определяем λ лучших решений $x_1^{i+1}, x_2^{i+1}, ..., x_\lambda^{i+1}$ и переходим на шаг 1.

Поиск оптимального решения заканчивается на ν-й итерации тогда, когда на шаге 2 $\max\limits_{i,j} \left| f_i - f_j \right|, \ \ i, j = \overline{1, \lambda}$ будет меньше некоторого наперед заданного $\delta > 0$, так, что и $\max\limits_{i,j} \left| x_j^\nu - x_i^\nu \right| < \varepsilon,$ что свидетельствует о сходимости метода. Тогда то решение x_i^ν, которое соответствует значению $f_i^\nu = \max\limits_j f_j^\nu$, и будет решением поставленной задачи.

Проведенные исследования свидетельствуют в пользу предложенного метода направленной оптимизации. Его верификация на известных тестовых наборах сложных полиэкстремальных функций [21] свидетельствует об эффективности предложенных идей и техник.

5. Заключение

Учитывая специфику задачи составления расписаний для учебных заведений, можно констатировать, что направление ее решения выбрано правильно. Использование эволюционных технологий для оптимизации сложных недифференцируемых и полиэкстремальных зависимостей – одна из наиболее популярных современных идей, имеющая множество конструктивных реализаций.

Формирование целевой функции, генерация потенциальных решений-расписаний, определение их структуры, сложности кодирования, проблема обеспечения качественной непрерывности – аспекты, не позволяющие осуществить эффективный поиск приемлемых (квазиоптимальных) решений. Поэтому предложенный метод формирования расписания в университете, базирующийся на разработке и использовании целевой функции, в основе которой лежат предпочтения преподавателей и студентов, имеет преимущества.

В частности, целевая функция имеет комплексный характер, в которой учтены пожелания субъектов учебного процесса, она является открытой для внесения дополнений и изменений. Оптимизирована структура потенциальных решений в виде узлов решетки параллелепипеда, генерация потенциальных решений осуществляется с учетом «жестких» ограничений, а новые решения получают путем вариации возможных оставшихся вариантов с учетом их проверки на противоречивость. Использование эволюционной стратегии не требует перекодирования решений, специфика формирования потенциальных решений гарантирует соблюдение принципа непрерывности процесса генерации решений. Детальное исследование области потенциальных решений и соответствующая генерация новых решений ускоряют процесс оптимизации.

Предложенные подходы и метод не позволяют гарантировать получение оптимального решения, они направлены на поиск расписаний, эффективность которых можно сравнить и, соответственно, выбрать наилучшее из них.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Томашевський В.М. Складання розкладів занять у дистанційних системах навчання / В.М. Томашевський, Ю.Л. Новіков, П.А. Камінська // Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка: збірник наукових праць. – 2010. – № 52. – С. 118 – 130.

2. Глибовец Н.Н. Генетические алгоритмы и их использование для решения задачи составления расписания / Н.Н. Глибовец, С.А. Медвидь // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – № 1. – С. 95 – 108.

3. Астахова И.Ф. Составление расписания учебных занятий на основе генетического алгоритма / И.Ф. Астахова, А.М. Фирас // Вестник ВГУ. – (Серия «Системный анализ и информационные технологии»). – 2013. – № 2. – С. 93 – 99.

4. Годлевський М.Д. Розробка та налаштування паралельних генетичних алгоритмів для розв'язання задачі створення розкладу занять вузу на основі GRID-системи / М.Д. Годлевський, О.О. Абабілов // Вестник НТУ "ХПИ": Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – 2010. – № 67. – С. 17 – 23.

5. Соуса Ф. Повністю евристичний розклад занять, керований побажаннями студентів / Ф. Соуса, А. Алвес / Наукові праці ВНТУ. – 2009. – № 2. – С. 1 – 4.

6. Разумов Ю.А. Спеціалізована модель задачі про призначення для складання розкладу занять вищих навчальних закладів [Електронний ресурс] / Ю.А. Разумов. – Режим доступу: http://stp.diit.edu.ua/article/viewFile/14094/11909.

7. Вишнякова И.Н. Моделирование и автоматизация составления расписания учебных занятий вузов [Електронний ресурс] / И.Н. Вишнякова, С.Ю. Разумов. – Режим доступа: stp.diit.edu.ua/article/download/17545/15284.

8. Шостак И.В. Автоматизация процесса составления расписания занятий на основе тензорного исчисления в учебном комплексе / И.В. Шостак, К.Э. Яновская, С.В. Россоха // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 9 (96). – С. 263 – 266.

9. Семенов С.П. Сравнительный анализ подходов к автоматизации составления расписаний учебных занятий в образовательных учреждениях / С.П. Семенов, Я.Б. Татаринцев // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – С. 103 – 105.

10. Леонова М. В. Моделювання задач складання розкладу занять у ВНЗ: огляд та різні підходи до розв'язування / М. Леонова // Вісник Запорізького національного університету. – 2013. – № 1. – С. 52 – 59.

11. Семенюта И.С. Методика анализа информационной структуры базы данных автоматизированной системы составления расписаний / И.С. Семенюта // Научный журнал КубГАУ. – 2011. – № 73 (09). – С. 1 – 11.

12. Безгинов А.Н. Многокритериальный подход к оценке расписания занятий на основе нечеткой логики / А.Н. Безгинов, С.Ю. Трегубов // Control Sciences. – 2011. – № 2. – P. 52 – 59.

13. Галузин К.С. Математическая модель оптимального учебного расписания с учетом нечетких предпочтений: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18 / Галузин Константин Станиславович. – Пермь, 2004. – 148 с.

14. Сироджа И.Б. Нечеткий дедуктивный вывод в системе квантов знаний для поддержки принятия решений в условиях неопределенности / И.Б. Сироджа, С.В. Россоха // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2006. – Вып. 30. – С. 50 – 56.

15. Снитюк В.Є. Аспекти формування цільової функції в задачі складання розкладу занять у ВНЗ / В.Є. Снитюк, О.М. Сіпко // Матеріали IX міжн. наук-практ. конф. «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2014». – Київ, Жукін, 2014. – С. 349 – 352.
16. Rechenberg I. Evolutionsstrategie ”94” / Rechenberg I. – Stuttgart-Bad GannStatt: Frommann Halzboog, 1994. – 434 p.
17. Beyer H.-G. Evolution Strategies: A Comprehensive Introduction / H.-G. Beyer, H.-P. Schwefel // Journal Natural Computing. – 2002. – N 1 (1). – P. 3 – 52.
18. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Саати Т. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.
19. Zadeh L. Fuzzy sets / L. Zadeh // Information and control. – 1965. – N 8. – P. 338 – 353.
20. Снитюк В.Е. Параметрическая оптимизация процесса эволюционного направленного поиска / В.Е. Снитюк // Матеріали II Міжн. наук.-техн. конф. «Обчислювальний інтелект». – Черкаси, 2013. – С. 14 – 15.
21. http://www.gamsworld.org/performance/selconglobal/selcongloballib.htm.

Стаття надійшла до редакції 04.07.2014