

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОШИБОК ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ ПРИ ДОПУСКОВОМ КОНТРОЛЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ КОМПОНЕНТОВ АВИОНИКИ

*Национальный авиационный университет, Киев, Украина

Анотація. Досліджено поведінку функцій помилок при ухваленні рішення про технічний стан при допусковому контролі визначальних параметрів компонентів авіоники. Інструментом дослідження є статистичні експерименти на моделях – комп'ютерних програмах, що імітують процес формування ситуацій “хибна відмова” і “невиявлена відмова” при допусковому контролі.

Ключові слова: функції помилок контролю, вірогідність контролю, нормування діагностичних параметрів, імітація помилок контролю, область адекватних оцінок точності.

Аннотация. Исследовано поведение функций ошибок при принятии решения о техническом состоянии при допусковом контроле определяющих параметров компонентов авионики. Инструментом исследования являются статистические эксперименты на моделях – компьютерных программах, имитирующих процесс формирования ситуаций “ложный отказ” и “необнаруженный отказ” при допусковом контроле.

Ключевые слова: функции ошибок контроля, достоверность контроля, нормирование диагностических параметров, имитация ошибок контроля, область адекватных оценок точности.

Abstract. The behaviour of the functions errors under decision making on a technical condition under tolerance control of defining parameters of avionics components is investigated. The research tool are statistical experiments on the models – the computer programs simulating process of situations formation “false reject” and “not found out the reject” at the control under admissions.

Keyword: functions errors of the control, control reliability, rationing of diagnostic parameters, simulation of control errors, area of adequate accuracy estimations.

1. Введение

Обеспечение безопасности полетов осуществляется на всех этапах жизненного цикла – от разработки эскизных проектов различных компонентов воздушного судна (ВС) до окончания их эксплуатации. Несомненно важна и ответственна роль контроля работоспособности компонентов ВС в полёте, выполнения ими заданных полётных функций, диагностирования отказных состояний и реализация реконфигурации в структурах бортового оборудования (БО) для поддержания требуемого уровня их отказоустойчивости [1]. При этом широкое распространение получил способ контроля с количественной или допусковой оценкой определяющих параметров ввиду простоты его технической реализации. Развитие методов допускового контроля и проработка практических задач диагностирования потребовали, в свою очередь, оценки вероятностей принятия средствами бортового контроля ошибочных решений, поскольку цифровые компоненты структуры БО не являются абсолютно надёжными, и, следовательно, встроенные средства контроля “имеют право” как на формирование ложных сигналов ошибок, так и на пропуск ошибок. Вследствие этого к средствам бортового контроля предъявляются повышенные требования по достоверности формируемых решений об отказах аппаратных средств БО и ошибках в информации, которая обрабатывается микропроцессорами и циркулирует в бортовой компьютерной сети.

Достоверность допускового контроля системы D_c по совокупности m диагностических параметров (ДП) при условии, что все контролируемые параметры имеют одинаковые характеристики достоверности, определяется вероятностью принятия верного решения о

техническом состоянии, формируемого средствами контроля, и количественно оценивается как функция вероятности ошибочных решений вида

$$D_c = (1 - \alpha - \beta)^m, \quad (1)$$

где α и β – соответственно вероятности ложного и необнаруженного отказов при контроле каждого параметра из совокупности m , определяемых по формулам Бородачева [2]. Возникновение при контроле ситуации “ложный отказ” называют ошибкой контроля первого рода, а возникновение ситуации “необнаруженный отказ” – ошибкой второго рода [3, 4].

Если значения контролируемого параметра x и погрешности его измерения ε независимы и распределены нормально с плотностями $f(x)$ и $f(\varepsilon)$, то формулы Бородачева для симметричного двухстороннего допуска преобразуются в соотношения вида

$$\alpha = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_\varepsilon} \left\{ \int_a^b \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right] \left[\int_{-\infty}^{a-x} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) d\varepsilon + \int_{b-x}^{\infty} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) d\varepsilon \right] dx \right\}, \quad (2)$$

$$\beta = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_\varepsilon} \left\{ \int_0^a \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right] \left(\int_{a-x}^{b-x} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) d\varepsilon \right) dx + \int_b^{\infty} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right] \left(\int_{a-x}^{b-x} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) d\varepsilon \right) dx \right\}, \quad (3)$$

где σ_x и σ_ε – средние квадратические отклонения соответственно контролируемого параметра x и случайной составляющей погрешности измерения ε .

2. Нормирование диагностических параметров

Значительный объём диагностических параметров (единицы и десятки тысяч в зависимости от класса ВС), их различная физическая природа и, следовательно, широкий диапазон размерностей приводят к необходимости нормирования ДП. В качестве нормирующего элемента используется среднее квадратическое отклонение σ_x значений параметра x от его математического ожидания $x_{ном}$, что даёт следующие выражения:

– $\Delta / \sigma_x = \delta$, определяемое как относительное значение эксплуатационного допуска на параметр с интервалом существования от малых значений $\delta \in 0,10; 0,25$ до $\delta_{макс.} = 3$;

– $\sigma_\varepsilon / \sigma_x = z$, определяемое как относительная параметрическая погрешность измерения.

Тогда после нормирования подынтегральных выражений по схеме

$x / \sigma_x = y \Rightarrow x = y \cdot \sigma_x$	$\varepsilon / \sigma_\varepsilon = \tau \Rightarrow \varepsilon = \tau \cdot \sigma_\varepsilon$
$dx = \sigma_x \cdot dy$	$d\varepsilon = \sigma_\varepsilon \cdot d\tau$

и нормирования пределов интегрирования по схеме

$a = -\Delta = -\delta \cdot \sigma_x$	$b = \Delta = \delta \cdot \sigma_x$
$a / \sigma_x = -\delta$	$b / \sigma_x = \delta$
$a - x = -\delta \cdot \sigma_x - x$	$b - x = \delta \cdot \sigma_x - x$
$(-\delta \cdot \sigma_x - y \cdot \sigma_x) / \sigma_\varepsilon = (-\delta - y) / z$	$(\delta \cdot \sigma_x - y \cdot \sigma_x) / \sigma_\varepsilon = (\delta - y) / z$

получаем расчётные зависимости для вероятностей принятия ошибочных решений при допусковом контроле:

$$\alpha(\delta, z) = \frac{1}{2\pi} \cdot \left\{ \int_{-\delta}^{\delta} \exp\left[-\frac{y^2}{2}\right] \left[\int_{-\infty}^{\frac{z}{z}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau + \int_{\frac{\delta-y}{z}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau \right] dy \right\}, \quad (4)$$

$$\beta(\delta, z) = \frac{1}{2\pi} \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\delta} \exp\left[-\frac{y^2}{2}\right] \left(\int_{\frac{-\delta-y}{z}}^{\frac{\delta-y}{z}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau \right) dy + \int_{\delta}^{\infty} \exp\left[-\frac{y^2}{2}\right] \left(\int_{\frac{-\delta-y}{z}}^{\frac{\delta-y}{z}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau \right) dy \right\}. \quad (5)$$

Введение нормированных, то есть относительных параметров или координат даёт единый аналитический инструмент для исследования достоверности контроля систем различного функционального назначения.

3. Исследование поведения функций ошибок $\alpha(\delta, z)$ и $\beta(\delta, z)$

Результаты вычислений вероятностей ошибочных решений получены в Mathcad по зависимостям (4) и (5) при вариациях относительного значения допуска в интервале существования и относительной параметрической погрешности измерения $z \in 10^{-2}, 10^{-4}$ и для функции ошибок $\alpha(\delta, z)$ приведены на рис. 1.

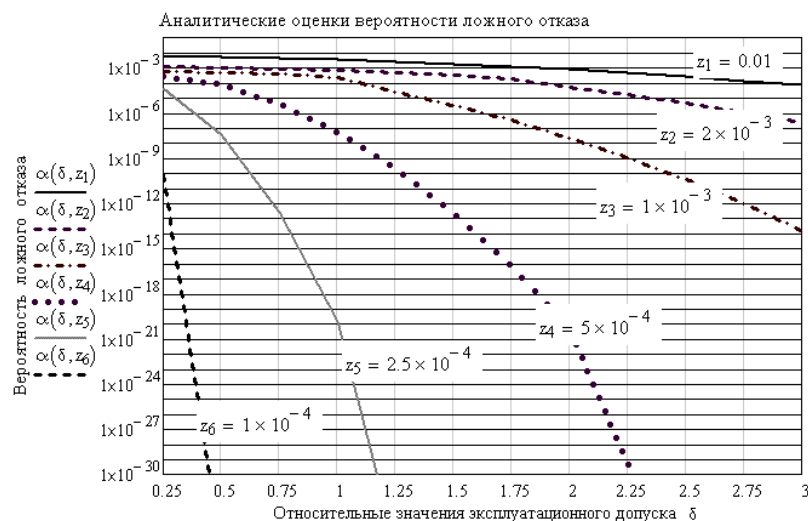


Рис. 1. Теоретические оценки вероятности ложного отказа

Оба аргумента функции ошибок оказывают сильное влияние на вероятность ложных отказов, которая весьма существенно уменьшается при расширении поля допуска и повышении точности измерения контролируемых параметров. Аналогичное влияние оказывают значения параметров δ, z и на поведение функции ошибки второго рода (рис. 2).

Физической основой возникновения ошибок первого и второго рода служат погрешности измерительных каналов системы контроля. Исходные формулы для оценок вероятностей ошибочных решений получены профессором Н.А. Бородачевым при разработке метода расчета кинематических размерных цепей, основанного на теории вероятностей и математической статистике. При расчете допусков учитывались только предельные значения линейных размеров деталей, хотя в реальности сочетание предельных значений (толь-

ко наибольших или только наименьших) встречается крайне редко. Тем не менее позже зависимости (2) и (3) стали широко использоваться в технической диагностике при оценках достоверности контроля работоспособности не только механических, но и электронных систем [3]. Резкое уменьшение вероятности ошибочных решений при относительно небольшом увеличении точности измерительного канала системы контроля не остаётся незамеченным и вызывает определённое недоверие к получаемым результатам. Так, по данным рис. 1 и 2, при допуске $\delta = 1$ повышение точности измерения z в два раза приводит к снижению вероятности ошибочных решений более чем на десять порядков (табл. 1). Такие данные не могут не вызывать сомнения в их адекватности.

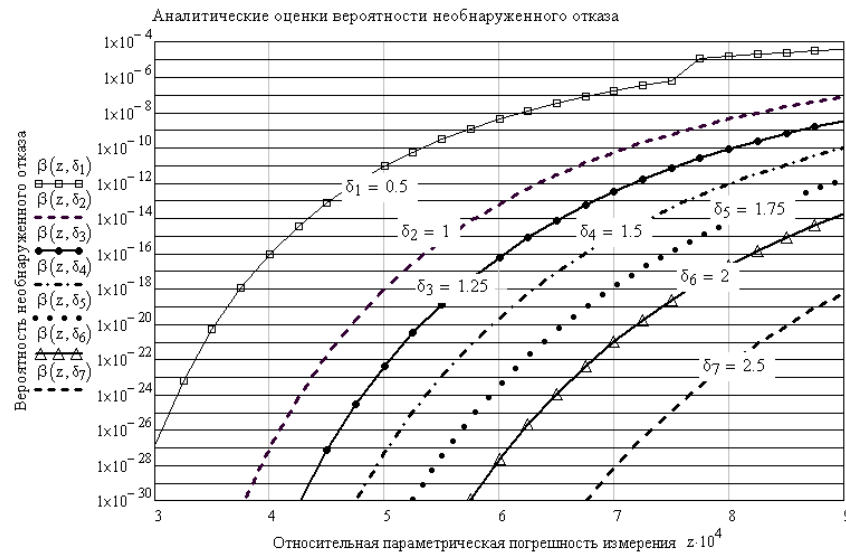


Рис. 2. Теоретические оценки вероятности необнаруженного отказа

Таблица 1. Выборка из результатов расчёта $\alpha(\delta, z)$ и $\beta(\delta, z)$

		$\delta=1,0$	
Рис. 1	z	$5 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$
	α	10^{-7}	10^{-20}
Рис. 2	z	$8 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$
	β	10^{-9}	10^{-27}

4. Статистический анализ аналитических функций ошибок контроля

С целью проверки адекватности расчётных ошибок контроля, получаемых по зависимостям (4), (5), и фактических вероятностей принятия ошибочных решений выполнено имитационное моделирование процесса контроля работоспособности при однократном измерении определяющего параметра в предположении нормального распределения значений x и ϵ (рис. 3).

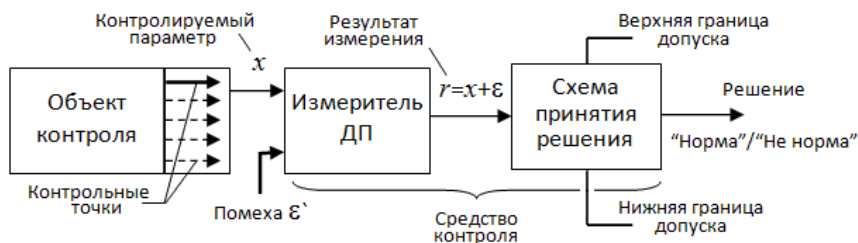


Рис. 3. Типовая схема допускового контроля

Компьютерная модель реализована в программной среде Mathcad, отображает (имитирует) алгоритм допускового контроля в соответствии с рис. 3 и фиксирует только

ситуацию “ложный отказ” (листинг 1). Для имитации значений диагностического параметра x_j на выходе объекта контроля и погрешности ε_j , приведенной к выходу измерителя, в моделирующей программе необходимо иметь набор случайных нормально распределенных чисел. В Mathcad источником таких чисел является программа $\text{norm}(M, m, \sigma)$, при обращении к которой формируется последовательность (вектор) из M случайных нормально распределенных чисел с математическим ожиданием m и средним квадратическим отклонением σ .

Вектор нормированных нормально распределенных значений диагностических параметров формируется оператором $\text{dp} := \text{norm}(M, 0, 1)$, а вектор нормированных нормально распределенных значений случайной составляющей помехи – оператором $\text{pom} := \text{norm}(M, 0, z)$.

Иллюстрация реализации векторов случайных последовательностей dp и pom в Mathcad и их статистические характеристики приведены на листинге 1 слева.

Листинг 1. Исходные данные для исследования поведения функции ошибки 1-го рода

$\text{dp} := \text{norm}(M, 0, 1)$

$\text{dp} =$

	1
1	0.431
2	0.805
3	-0.267
4	...

$\text{dp} =$

	1
999997	-1.104
999998	-0.163
999999	-1.812
1000000	...

$\text{mean}(\text{dp}) = -4.96 \times 10^{-4}$

$\text{stdev}(\text{dp}) = 1.001$

$\text{pom} := \text{norm}(M, 0, z)$

$\text{pom} =$

	1
1	$-6.458 \cdot 10^{-4}$
2	$-3.415 \cdot 10^{-5}$
3	$-5.091 \cdot 10^{-4}$
4	$-3.205 \cdot 10^{-4}$
5	$-6.85 \cdot 10^{-4}$
6	$-5.071 \cdot 10^{-4}$
7	$8.702 \cdot 10^{-4}$
8	...

$\text{mean}(\text{pom}) = 1.88 \times 10^{-6}$

$\text{stdev}(\text{pom}) = 9.992 \times 10^{-4}$

$z = 1 \times 10^{-3}$

Исходные данные для моделирования

Относительные значения эксплуатационных допусков $\delta_1 := 0.50$ $\delta_2 := 1.5$ $\delta_3 := 2.25$
("жёсткий") (средний) (широкий)

Диапазон и шаг вариации приведенной погрешности измерений $z := 0.0002, 0.0004 \dots 0.100$

Число статистических экспериментов $M := 1.0 \cdot 10^5$ $K := 10$ Однократные измерения

Имитационная модель ситуации "ложный отказ"

$\alpha_s(z, \delta) :=$ for $k \in 1..K$

$\text{dp} \leftarrow \text{norm}(M, 0, 1)$

$\varepsilon \leftarrow \text{norm}(M, 0, z)$

for $j \in 1..M$

$R \leftarrow \text{dp}_j + \varepsilon_j$

$\text{LO} \leftarrow \text{LO} + 1$ if $|\text{dp}_j| < \delta \wedge |R| \geq \delta$

$\text{Rez} \leftarrow \text{LO} + (M - K)$

return Rez

Аналитическая зависимость для вычисления вероятности ложного отказа

$$\alpha_p(z, \delta) := \frac{1}{2\pi} \int_{-\delta}^{\delta} e^{-\frac{y^2}{2}} \left[\int_{-\infty}^{\frac{-\delta-y}{z}} e^{-\frac{\tau^2}{2}} d\tau + \int_{\frac{\delta-y}{z}}^{\infty} e^{-\frac{\tau^2}{2}} d\tau \right] dy$$

Число статистических экспериментов определяется длиной вектора M и реализуется в программе с помощью цикла $\text{for } j \in 1..M$. Внешний цикл $\text{for } k \in 1..K$ при необходимости дополнительно обеспечивает увеличение числа статистических экспериментов до $M \cdot K$.

В каждом j -том эксперименте имитируется результат измерений $R \leftarrow \text{dp}_j + \text{pom}_j$ в соответствии с формулой $r = x + \varepsilon$ (рис. 3).

Получаемое значение R и имитируемое значение диагностического параметра dp_j сравниваются с допуском δ на параметр в схеме принятия решений, представленной логическим оператором $LO \leftarrow LO + 1$ if $|dp_j| < \delta \wedge |R| \geq \delta$.

В случае выполнения логического условия $|dp_j| < \delta \wedge |R| \geq \delta$, определяющего ситуацию “ложный отказ”, содержимое счётчика LO увеличивается на единицу ($LO \leftarrow LO + 1$).

Результатом моделирования является статистическая вероятность ложного отказа:

$$\alpha_s(z, \delta) = Re z = LO / M \cdot K.$$

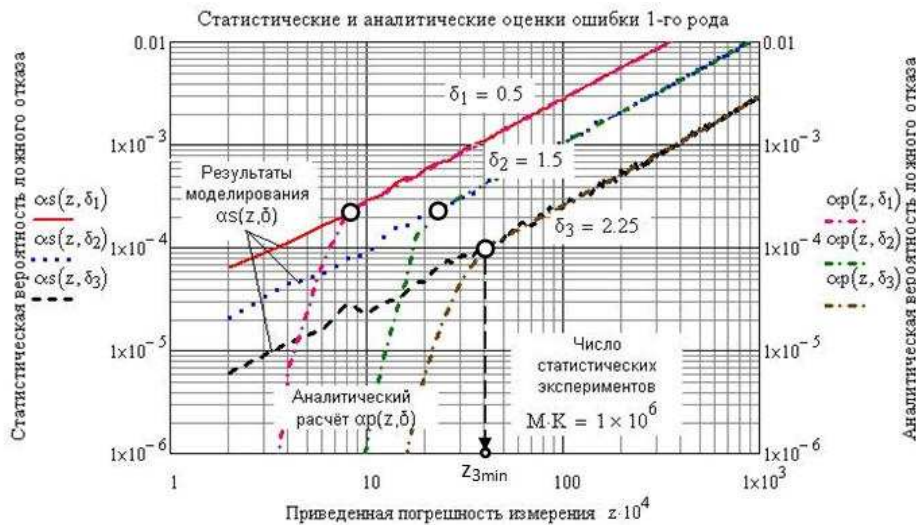


Рис. 4. Функции ошибок контроля первого рода, полученные при имитационном моделировании ($\alpha_s(z, \delta)$) процесса контроля и аналитическом расчёте ($\alpha_p(z, \delta)$)

Результаты моделирования функций ошибки 1-го рода и вычисления их по формуле (4) при вариациях нормированных значений приведенной погрешности измерения и эксплуатационного допуска представлены на рис. 4, где для каждого значения δ символ “о” однозначно определяет минимально допустимую координату z_{min} , при которой

обеспечивается адекватность аналитических и статистических оценок вероятности ложного отказа (совпадение вычисляемых и моделируемых значений α).

Полученные зависимости $\alpha_s(z, \delta)$ и $\alpha_p(z, \delta)$ позволяют утверждать, что при $z < z_{min}$ аналитические оценки вероятности ложного отказа во всём диапазоне практически значимых эксплуатационных допусков яв-

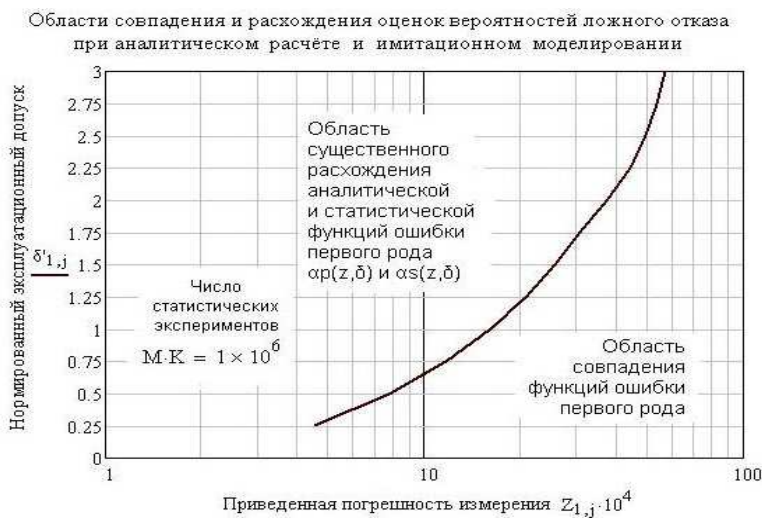


Рис. 5. Граница в координатах " $\delta_j - z_j$ ", разделяющая области совпадения и расхождения оценок α при аналитических вычислениях и имитационном моделировании процесса контроля

ляются сильно заниженными, то есть неадекватными статистическим оценкам. Результат же имитационного моделирования следует признать объективным, поскольку схема допускowego контроля (рис. 3) достаточно проста и понятна, а моделирующая программа (листинг 1) абсолютно прозрачна.

Граница в координатах " $\delta_j - z_j$ ", разделяющая области совпадения и расхождения оценок вероятности ложного отказа, полученных при расчёте по формулам Бородачёва И.М. [2] и при имитационном моделировании процесса контроля с однократным измерением определяющего параметра, приведена на рис. 5.

Аналогичные результаты получены при анализе функции ошибки контроля второго рода (рис. б), модель-программа которой содержит условие $NO \leftarrow NO + 1 \text{ if } |dp_j| \geq \delta \wedge |R| < \delta$, выявляющее и фиксирующее ситуацию "необнаруженный отказ".



Рис. 6. Функции ошибок контроля второго рода, полученные при имитационном моделировании ($\beta_s(z, \delta)$) процесса контроля и аналитическом расчёте ($\beta_p(z, \delta)$)

Получены также статистическая и аналитическая модели поведения функции ошибки принятия неверного решения $\sum p(z, \delta) = \alpha_p(z, \delta) + \beta_p(z, \delta)$ и $\sum s(z, \delta) = \alpha_s(z, \delta) + \beta_s(z, \delta)$ (рис. 7). Условия выявления и фиксации ситуации "неверное решение" и оценивания суммарной ошибки контроля приведены на листинге 2.

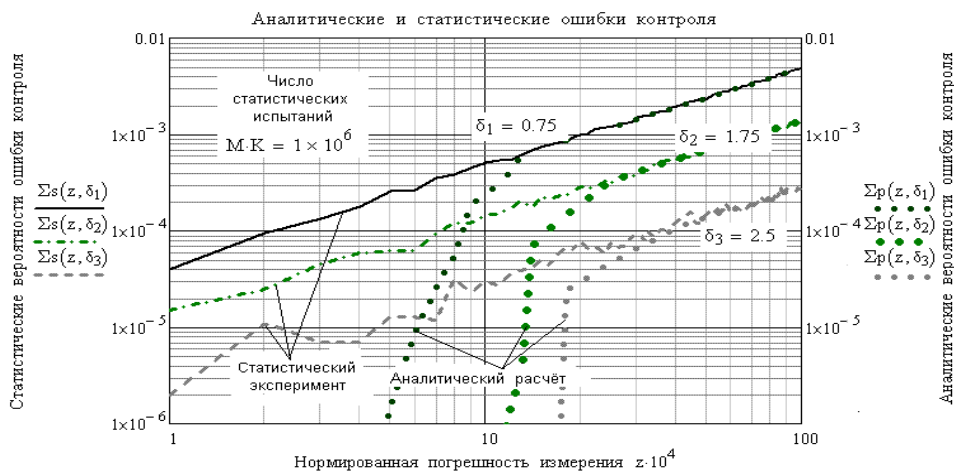


Рис. 7. Модели функции ошибки в принятии неверного решения, полученные при имитационном моделировании ($\sum_s(z, \delta)$) и аналитическом расчёте ($\sum_p(z, \delta)$)

Листинг 2. Обнаружение и фиксация неверных решений в модели допускового контроля

$$\left\{ \begin{array}{l} LO \leftarrow LO + 1 \text{ if } |d_{p_j}| < \delta \wedge |R| \geq \delta \\ NO \leftarrow NO + 1 \text{ if } |d_{p_j}| \geq \delta \wedge |R| < \delta \\ Rez \leftarrow (LO + NO) + (M.K) \end{array} \right.$$

На основе вычисления и моделирования функций ошибки в принятии неверного решения на рис. 8 построена кривая минимально допустимых погрешностей измерения при допусковом контроле с однократным измерением параметров системы.



Рис. 8. Граница в координатах " $\delta - z$ " областей совпадения и расхождения оценок $\Sigma = \alpha + \beta$ при аналитических вычислениях и имитационном моделировании процесса контроля

Результаты исследования, представленные в статье, применимы для любого вида и физического содержания контролируемых параметров системы: определяющих, вспомогательных, прогнозирующих, обеспечивающих решение задач технического диагностирования [4].

5. Заключение

1. Определены границы применимости классического подхода, основанного на аналитических моделях ошибок контроля, к выбору точностных характеристик измерителей диагностических параметров при известных значениях эксплуатационного допуска.
2. Предложены имитационные модели процесса контроля, обеспечивающие оценки вероятности ложного и необнаруженного отказов, а также вероятности принятия неверного решения о техническом состоянии компонентов бортового оборудования и, следовательно, адекватные оценки достоверности систем контроля и диагностирования.
3. Имитационные модели не ограничивают выбор распределения случайной составляющей помехи только нормальным законом. "Конструирование" помехи в измерительном канале системы контроля обеспечивается введением в программу функциональной операции φ над ε в соответствии с априорными данными (или предпочтениями), при этом функциональный оператор $\varepsilon \leftarrow \varphi(\varepsilon)$ предваряет цикл статистического эксперимента.

4. Представленные имитационные модели могут служить эффективным инструментом задания требований к точности измерителей средств бортового и наземного диагностирования компонентов оборудования воздушных судов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиационные правила АП-25. Нормы лётной годности самолётов. – М.: МАК, 1994. – 344 с.
2. Бородачев И.А. Обоснование методики расчета допусков и ошибок размерных кинематических цепей / Бородачев И.А. – М.: АН СССР, 1943. – 88 с.
3. Новиков В.С. Эксплуатация радиоэлектронного авиационного оборудования: учебник / Новиков В.С. – М.: Транспорт, 1989. – 288 с.
4. Технічне діагностування та контроль технічного стану. Терміни та визначення: ДСТУ 2389-94. – К.: Держстандарт України, 1994. – 24 с.

Стаття надійшла до редакції 15.04.2014