

Резонансное рассеяние волн плоскими периодическими структурами, расположенными между двумя однородными средами

Н. В. Сидорчук

*Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина
E-mail: ryazan@rian.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 13 декабря 2007 г.

Численно решена задача рассеяния электромагнитных волн плоскими структурами, периодическими в двух направлениях и расположенными между двумя разными однородными средами. Метод решения основан на применении объемных интегральных уравнений макроскопической электродинамики. С помощью представленного метода в оптическом и терагерцовом диапазонах получены и исследованы частотные характеристики прохождения излучения через тонкий слой металла с периодически расположенными отверстиями, размер которых составляет менее половины длины волны. Проанализировано влияние толщины периодического слоя, диэлектрической проницаемости прилегающих однородных сред, формы отверстия на прохождение излучения. Исследованы также поляризационные характеристики электромагнитных волн оптического диапазона, рассеянных структурой из киральных элементов.

Введение

Для управления прохождением электромагнитных волн в микроволновых приборах и устройствах традиционно используются периодические структуры. Несмотря на то что взаимодействие электромагнитных волн с разнообразными решетками привлекает интерес исследователей достаточно давно и накоплено много данных об их свойствах, структуры, периодические в двух и трех направлениях (особенно изготовленные из диэлектрических материалов), остаются недостаточно исследованными. Однако именно такие структуры дают возможность эффективно управлять распространением волн и сигналов, и их применение представляется весьма перспективным.

В настоящее время создание и использование искусственных электромагнитных материалов – фотонных и электромагнитных кристаллов, в основе которых лежат периодические структуры, представляет собой одну из

наиболее быстро развивающихся областей микроволновой электродинамики и оптики. Соответственно, важной задачей является создание свободных от ограничений методов расчета и эффективных алгоритмов для исследования электродинамических свойств таких периодических структур.

Применяемый в этой работе метод решения задач рассеяния двумерно периодическими структурами, основанный на использовании объемных интегральных уравнений, представлен в ряде ранее опубликованных работ [1-3]. В них, в частности, решены задачи рассеяния электромагнитных волн решетками из магнитодиэлектрических прямоугольных параллелепипедов [1], магнитодиэлектрическим слоем с косоугольной периодической ячейкой [2]. В работе [3] приведено решение для магнитодиэлектрического слоя, лежащего между двумя однородными средами, в длинноволновом приближении. Вопросы обоснования этого метода рассмотрены в статье [4]. В настоящей работе

метод обобщается и используется для получения решения задачи рассеяния и исследования свойств периодического слоя, ограниченного двумя средами, в многоволновом режиме.

Целью работы является получение электродинамических характеристик и анализ физических особенностей электромагнитных полей, рассеянных плоскими структурами, периодическими в двух направлениях. Для исследования выбран класс сложных структур, состоящих из металлического слоя с отверстиями или решетки из металлических элементов, расположенных между двумя диэлектриками, характеристики которых до сих пор получены, в основном, экспериментально.

Постановка задачи и метод решения

Пусть плоская бесконечная двумерно периодическая структура, ограниченная двумя разными однородными средами (рис. 1), расположена параллельно плоскости xOy декартовой системы координат. Периодическая ячейка структуры, занимающей область 1 ($h_0 \leq z \leq h_1$), представляет собой косоугольный параллелепипед с произвольными размерами вдоль осей η_1 и η_2 косоугольной системы координат (η_1, η_2, z) (плоскости xOy и $\eta_1 O \eta_2$ совпадают), L_{η_1} и L_{η_2} – периоды структуры вдоль соответствующих осей, β – угол между осями η_1 и η_2 . Комплексные диэлектрическая и магнитная

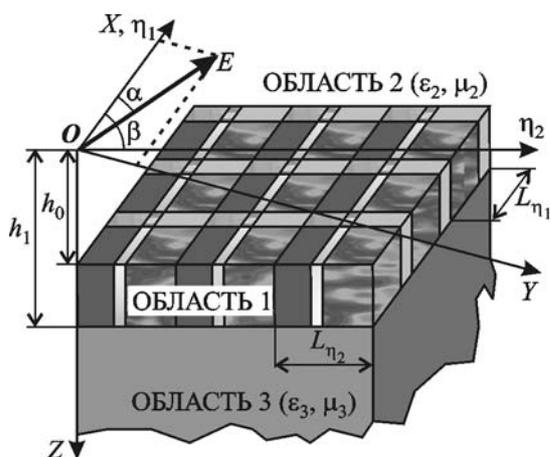


Рис. 1. Геометрия задачи

проницаемости материала в области 1 зависят от координат и обозначаются соответственно $\epsilon(\eta_1, \eta_2)$ и $\mu(\eta_1, \eta_2)$. Толщина двойко-периодической структуры равна $h_1 - h_0$.

Область 2 ($z < h_0$) представляет собой однородную изотропную среду с диэлектрической проницаемостью ϵ_2 и магнитной проницаемостью μ_2 , область 3 ($z > h_1$) занимает среда с диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ_3 и μ_3 .

Задача формулируется следующим образом: из области 2 под произвольным углом φ на двумерно периодическую бесконечную структуру падает плоская линейно поляризованная электромагнитная волна. Полагаем, что α – это угол между осью η_1 (совпадающей с осью x) и вектором электрического поля \vec{E} , лежащим в плоскости структуры. Будем рассматривать компоненты поля в ортогональной системе координат (x, y, z) и получим выражения для прошедшего и отраженного полей.

Метод решения наиболее детально изложен в работе [2], здесь приведем лишь основные моменты решения и особенности, связанные с наличием изотропных сред, граничащих с периодической структурой. Поле в некоторой точке \vec{r} можно найти по известным электрическому и магнитному полям внутри рассеивающего тела, $\vec{E}(\vec{r}')$ и $\vec{H}(\vec{r}')$. Исходными выражениями используемого метода являются представления поля в виде суммы поля падающей волны $\vec{E}_0(\vec{r})$, $\vec{H}_0(\vec{r})$ и поля наведенных зарядов и токов [5]:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) = & \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} (\text{grad div} + k_1^2) \times \\ & \times \left[\int_{V_1} \left(\frac{\epsilon(\vec{r}')}{\epsilon_2} - 1 \right) \vec{E}(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\epsilon_3}{\epsilon_2} - 1 \right) \int_{V_3} \vec{E}(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' \right] + \\ & + \frac{ik_1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \text{rot} \left[\int_{V_1} \left(\frac{\mu(\vec{r}')}{\mu_2} - 1 \right) \vec{H}(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(\frac{\mu_3}{\mu_2} - 1 \right) \int_{V_3} \bar{H}(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}', \\
 & \bar{H}(\vec{r}) = \bar{H}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} (\text{grad div} + k_1^2) \times \\
 & \times \left[\int_{V_1} \left(\frac{\mu(\vec{r}')}{\mu_2} - 1 \right) \bar{H}(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\mu_3}{\mu_2} - 1 \right) \int_{V_3} \bar{H}(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' - \right. \\
 & \left. - \frac{ik_1}{4\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \text{rot} \left[\int_{V_1} \left(\frac{\varepsilon(\vec{r}')}{\varepsilon_2} - 1 \right) \bar{E}(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} - 1 \right) \int_{V_3} \bar{E}(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' \right]. \right.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $k_1 = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} k$, $k = \omega/c$ – волновое число в свободном пространстве, V_1 и V_3 – объемы областей 1 и 3 рассеивающего тела.

В монографии [5] показано, что представления поля (1) справедливы и в случае, когда точка наблюдения находится внутри рассеивающего объема, т. е. $\vec{r} \in V$, где $V = V_1 + V_3$. Тогда эти соотношения превращаются в интегральные уравнения.

В рассматриваемой задаче рассеивающую структуру образуют собственно двумерно периодический слой и полупространство под ним (область 3); таким образом, $h_0 \leq z' < \infty$.

На первом этапе решения задачи полагаем, что $\vec{r} \in V$ и находим полное внутреннее электромагнитное поле непосредственно через поле падающей волны. Затем по известному внутреннему полю структуры можно определить искомое внешнее рассеянное поле с помощью тех же соотношений (1).

Предположим, что периодическая ячейка разделена на параллелепипеды, в объеме которых диэлектрическая и магнитная проницаемости материала постоянны. Координаты точек, попадающих в некоторый сегмент с номером (k, l) будем помечать соответствующими ин-

дексами, т. е. $\eta_1^k \in [b_{\eta_1}^{k-1}, b_{\eta_1}^k)$, $\eta_2^l \in [b_{\eta_2}^{l-1}, b_{\eta_2}^l)$, при этом обозначим $\varepsilon(\vec{r}'_{kl}) = \varepsilon_{kl}$ и $\mu(\vec{r}'_{kl}) = \mu_{kl}$.

Представим токи поляризации в каждом сегменте с номером (k, l) в виде рядов по пространственным гармоникам с номерами (r, s) :

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\varepsilon_{kl}}{\varepsilon_2} - 1 \right) E(\eta_1^k, \eta_2^l, z) = \\
 & = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} E_{rs}^{kl}(z') e^{i \left(k_{\eta_1} + \frac{2\pi r}{L_{\eta_1}} \right) \eta_1^k} e^{i \left(k_{\eta_2} + \frac{2\pi s}{L_{\eta_2}} \right) \eta_2^l}, \tag{2}
 \end{aligned}$$

где k_{η_1} и k_{η_2} – компоненты волнового вектора в координатной системе (η_1, η_2, z) .

Используя интегральное представление функции Грина свободного пространства и представление токов поляризации в виде (2), проведем интегрирование объемных интегралов, входящих в выражение (1), по переменным x и y . В результате применения метода Галеркина [6] к исходным интегральным уравнениям получим систему дифференциальных уравнений второго порядка относительно интегральных функционалов вида $I_{rs}^{kl} = \frac{1}{\chi_{rs}} \int_0^h E_{rs}^{kl}(z') e^{i|z-z'|\chi_{rs}} dz'$ для всех компонент электрического и магнитного полей, где

$$\chi_{rs} = \sqrt{k^2 - \psi_r^2 - \theta_{rs}^2},$$

$$\psi_r = k_x + \frac{2\pi r}{L_{\eta_1}},$$

$$\theta_{rs} = k_y + \frac{2\pi}{\sin \beta} \left(\frac{s}{L_{\eta_2}} - \frac{r}{L_{\eta_1}} \cos \beta \right).$$

Решив эту систему, можно получить выражения для спектральных компонент в представлении (2):

$$E_{rs}^{kl} = \frac{1}{2i} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} I_{rs}^{kl} + \chi_{rs}^2 I_{rs}^{kl} \right). \tag{3}$$

В процессе получения общего решения однородной системы численно находятся собственные числа λ_j и векторы W_j матрицы характеристического уравнения для областей рассеивающей структуры $h_0 \leq z \leq h_1$ (периодический слой) и $h_1 \leq z' < \infty$ (полупространство). Решение системы дифференциальных уравнений представляется суммой общего решения однородной системы и частного решения неоднородной системы:

$$I_{rs} = \sum_{j=1}^N C_j e^{\lambda_j z} W_j + C_{rs}^0 E_0 e^{ik_z z},$$

где C_{rs}^0 – уже известные коэффициенты.

В рамках рассматриваемого метода неизвестные коэффициенты C_j определяются следующим образом. Вычислим интегралы от компонент поля, входящие в интегральные уравнения (1), используя полученные решения для функционалов и соотношение (3). Выражения для интегралов, содержащие в себе коэффициенты C_j , необходимо получить в каждой из областей 1 и 3. Таким образом, при $h_0 \leq z \leq h_1$ (область 1) необходимый интеграл по толщине рассеивающей структуры представляется в виде суммы

$$\int_{h_0}^{\infty} E_{rs}(z') e^{i|z-z'|\chi_{rs}} dz' = \int_{h_0}^z E_{rs}(z') e^{i(z-z')\chi_{rs}} dz' + \int_z^{h_1} E_{rs}(z') e^{i(z'-z)\chi_{rs}} dz' + \int_{h_1}^{\infty} E_{rs}(z') e^{i(z'-z)\chi_{rs}} dz',$$

а при $z > h_1$ (область 3) –

$$\int_{h_0}^{\infty} E_{rs}(z') e^{i|z-z'|\chi_{rs}} dz' = \int_{h_0}^{h_1} E_{rs}(z') e^{i(z-z')\chi_{rs}} dz' + \int_{h_1}^z E_{rs}(z') e^{i(z-z')\chi_{rs}} dz' + \int_z^{\infty} E_{rs}(z') e^{i(z'-z)\chi_{rs}} dz'.$$

Подставим полученные выражения для этих интегралов в уравнения (1) и приведем по-

добные члены при фазовых множителях $\exp(\pm i(k^2 - \psi_r^2 - \theta_{rs}^2)^{1/2} z)$ в правой части уравнений. Поскольку эти экспоненциальные функции линейно независимы, а внутреннее электромагнитное поле структуры принимает нулевое значение в отсутствие падающей волны, приравняем нулю коэффициенты при фазовых множителях. Таким образом, получим систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов C_j . В систему входит шесть линейно независимых матричных уравнений.

Прошедшее поле – это поле в полупространстве $z > h_1$ (область 3). Эта область – часть рассеивающей структуры, т. е. поля в ней являются внутренними и определяются на первом этапе решения задачи.

Для того чтобы получить отраженное поле в области 2 ($z < h_0$), выразим это внешнее поле через внутреннее поле структуры, найденное на первом этапе решения.

Анализ численных результатов

Алгоритм решения поставленной задачи рассеяния был реализован в виде компьютерной программы, написанной на языке Фортран. Время счета одной точки с использованием компьютера на базе процессора Intel Core 2 Duo E4300 1.8 ГГц с объемом памяти 1 Гб при учете пространственных гармоник до номеров ± 11 в каждом из двух направлений периодичности составляло примерно 1 мин 40 с. Достоверность расчетов подтверждалась тестированием результатов расчета при увеличении числа учитываемых гармоник.

С помощью представленного метода и разработанной компьютерной программы можно получать поляризационные характеристики волн, прошедших через периодическую структуру или отраженных от нее. В частности, представляет интерес влияние планарной структуры из киральных элементов на поляризационное состояние волны, рассеянной структурой. В работе [7] экспериментально исследовалась структура, представляющая собой тонкую золотую пленку с периодически расположенными отверстиями в виде гамма-дионов на подложке из силикона (рис. 2). Результаты эксперимента сравнивались

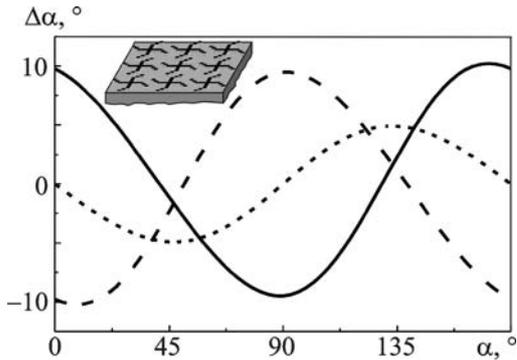


Рис. 2. Поворот поляризационного азимута волны, отраженной от структуры из правых гамма-дионов (сплошная кривая), левых гамма-дионов (штриховая кривая) и крестообразных элементов (точечная кривая)

с расчетными данными, полученными в рамках модели [8], представляющей гамма-дионы элементами, состоящими из тонких узких полосок идеального проводника. Такого рода сравнение давало лишь приблизительное совпадение результатов на качественном уровне из-за очевидного несовпадения условий эксперимента и использованной модели. Метод на основе интегральных уравнений макроскопической электродинамики позволяет получить результаты, хорошо описывающие наблюдаемые эффекты. Левыми гамма-дионами будем называть элементы, зеркально симметричные правым. Плотность расположения этих микроскопических элементов решетки достигает нескольких миллионов на квадратный сантиметр. Для расчета квадратная периодическая ячейка была разбита на сегменты – квадратные параллелепипеды. Размеры ячейки (11×11 сегментов) составляли $L_x = L_y = L = 2.46$ мкм. Толщина элементов решетки $h = 100$ нм $= 0.04L$. Диэлектрическая проницаемость материала элементов решетки принималась равной $\epsilon = -9.5 + i1.19$, такую диэлектрическую проницаемость имеет золото на длине волны $\lambda = 620$ нм. Материал подложки на этой же длине волны обладает диэлектрической проницаемостью $\epsilon_3 = 15.3 + i0.172$. При таких условиях частотный параметр составляет $L/\lambda = 3.968$.

Рассмотрим нормальное падение линейно поляризованной волны и получим поляриза-

ционные характеристики отраженной волны. Поляризационное состояние эллиптически поляризованной волны можно полностью определить двумя параметрами: азимутом поляризации (или поляризационным азимутом) и углом эллиптичности (или просто эллиптичностью). Азимут поляризации – это угол между осью Ox и главной осью эллипса поляризации, его значение изменяется от 0 до π . Угол эллиптичности определяется как угол между главной (большой) диагональю и большей стороной прямоугольника, в который вписан эллипс поляризации. Угол эллиптичности изменяется от 0 (линейно поляризованная волна) до $\pm\pi/4$ в случае правой или левой круговой поляризации волны.

На рис. 2 представлены расчетные зависимости разности ($\Delta\alpha$) между поляризационным азимутом (α) падающей волны и поляризационным азимутом отраженной волны в первом дифракционном порядке от α . В работе [9] приведены кривые, описывающие изменение угла эллиптичности (η) той же отраженной дифракционной гармоники.

Если волна падает на периодическую структуру из симметричных элементов, например, крестообразных, и является линейно поляризованной с $\alpha = 0^\circ$ или 90° , то при отражении поляризационные состояния волны не меняются, поскольку они – собственные состояния для этой структуры. Однако, как видно из полученных кривых, при падении волны на планарную структуру из киральных элементов отмечаются сильные изменения состояний поляризации для волн с азимутом $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 90^\circ$.

Интересен факт, что усредненные (по поляризационному азимуту падающей волны) значения и для поворота оси эллипса поляризации, и для угла эллиптичности не равны нулю для волны, отраженной от структуры из гамма-дионов, в отличие от значений этих величин при отражении от структуры из крестообразных элементов [7]. При этом для левых (усредненные $\Delta\alpha_l = -0.52$ и $\eta_l = 0.1$) и правых (усредненные $\Delta\alpha_r = 0.52$ и $\eta_r = -0.1$) гамма-дионов обе величины, $\Delta\alpha$ и η , отличаются знаком, оставаясь равными по абсолютному значению. Это свидетельствует о том, что подобные планар-

ные структуры должны проявлять оптическую активность и в случае хаотично ориентированных элементов такого вида. То есть оптические свойства рассмотренных упорядоченных двумерно периодических структур целиком определяются формой составляющих элементов.

Далее будем рассматривать изменения состояния поляризации для падающей волны, линейно поляризованной в плоскости падения. Величина поворота оси эллипса поляризации ($\Delta\alpha$) и угол эллиптичности (η) отраженной волны существенно зависят от угла падения волны φ . На рис. 3 изображены кривые, демонстрирующие влияние угла падения волны на величину поворота эллипса поляризации и эллиптичность отраженной волны в первом дифракционном порядке. Волновой вектор этой отраженной гармоники лежит в плоскости падения. Относительно падающей волны структура была ориентирована так, чтобы плоскость падения была параллельна одной из осей решетки.

Нетрудно заметить, что значения поворота оси эллипса $\Delta\alpha$ и угла эллиптичности η для волны, отраженной от плоской структуры из правых гаммадионов, и волны, отраженной от структуры из зеркально симметричных элементов, одинаковы по величине и противоположны по знаку. При этом не наблюдается изменения поляризационного состояния волны,

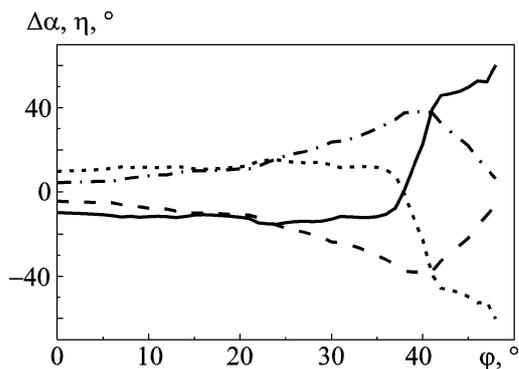


Рис. 3. Поляризационные характеристики отраженной волны: поворот поляризационного азимута для левых и правых гаммадионов – сплошная и пунктирная кривые; угол эллиптичности для левых и правых гаммадионов – штриховая и штрихпунктирная кривые; $\alpha = 0$

отраженной от структуры из некиральных элементов, например, крестообразных.

Расчетные зависимости, представленные на рис. 2, 3, хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований на длине волны $\lambda = 620$ нм, приведенными в работе [7] для структуры в виде металлического экрана с отверстиями в форме гаммадионов на подложке. Таким образом, поляризационные свойства структуры с решеткой из гаммадионов аналогичны поляризационным свойствам дополнительной структуры (экран с отверстиями в форме гаммадионов).

Расчеты показывают (рис. 4), что изменение поляризационного состояния отраженной волны в первом дифракционном порядке сильно зависит от длины волны падающего излучения.

В настоящее время вызывает значительный интерес феномен аномально большого прохождения электромагнитного излучения через отверстия в слоях из проводящих материалов, имеющие диаметр меньше половины длины волны. Нормированный на долю площади, занимаемую отверстиями, коэффициент прохождения составлял величину, большую единицы. Интенсивные экспериментальные и теоретические исследования проводятся сегодня не только в целях выяснения физических процессов, лежащих в основе эффекта аномального прохождения, но и для изучения возможностей его применения в интегрированных оптических устройствах и нанотехнологических процессах. Примерно с 2004 г. появились сообщения о наблюдениях аномально большого прохождения терагерцового излучения через металлические и полупроводниковые структуры. В этом диапазоне данный эффект может найти применение в биосенсорных элементах, оптоэлектронных устройствах, таких, как фильтры и фокусирующие элементы для систем визуализации.

Вследствие того что используемый метод на основе объемных интегральных уравнений не накладывает ограничений на диэлектрическую и магнитную проницаемости структуры, возможно численно промоделировать условия возникновения эффекта аномального прохождения излучения и получить соответствующие графики частотных зависимостей. При проведении численного моделирования учитывались

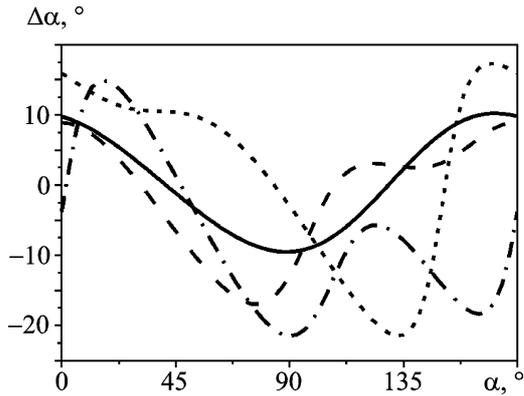


Рис. 4. Поворот поляризационного азимута волны, отраженной от структуры из правых гамма-дионов для различных длин волн падающего поля (нормальное падение). Сплошная кривая соответствует $\lambda = 620$ нм, штриховая кривая – $\lambda = 827$ нм, пунктирная кривая – $\lambda = 1532$ нм, штрих-пунктирная кривая – $\lambda = 2000$ нм

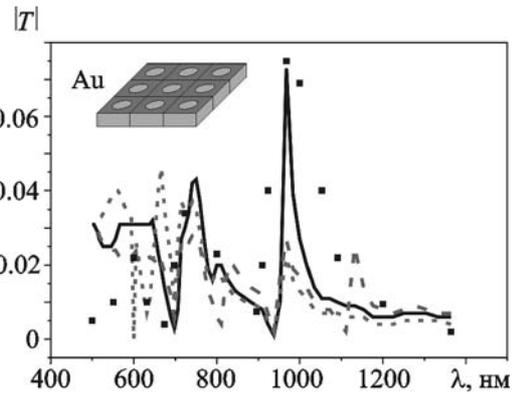


Рис. 5. Модуль коэффициента прохождения для перфорированной золотой пленки на подложке из кварца. Нормальное падение. Сплошная кривая получена для диэлектрической проницаемости верхнего полупространства $\epsilon_2 = 2.34$, штрих-пунктирная – для $\epsilon_2 = 3.24$, штриховая – для $\epsilon_2 = 1$. Квадратиками отмечены экспериментальные данные

дифракционные гармоники до номеров ± 11 в каждом из двух направлений периодичности.

На рис. 5 представлены результаты расчетов модуля коэффициента прохождения волны $|T|$ через круглые отверстия в металлической пленке в частотном диапазоне видимого света. Структура представляла собой золотую пленку толщиной 250 нм (гораздо больше глубины проникновения электромагнитного поля), нанесенную напылением на кварцевую подложку с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_3 = 2.31$ [10]. В пленке имелись круглые отверстия, расположенные в узлах квадратной сетки с периодом $L = 600$ нм. Диаметр отверстий составлял 200 нм, т. е. менее половины длины волны. При расчетах учитывалась частотная дисперсия диэлектрической проницаемости золота, реальная часть которой отрицательна в оптическом диапазоне. Зависимости на рис. 5 приведены для различных значений диэлектрической проницаемости среды, из которой падает волна, т. е. области 2. Видно, что имеются пики прохождения света на определенных длинах волн, причем при диэлектрической проницаемости верхнего полупространства $\epsilon_2 = 2.34$, наиболее близкой к проницаемости подложки, наблюдается максимальное прохождение света

(при $L/\lambda \approx 0.86$). Для других значений диэлектрической проницаемости среды в области 2 имеется ряд максимумов прохождения меньшей интенсивности. Эти эффекты наблюдались при экспериментальном исследовании такой структуры с целью изучения взаимодействия света с поверхностными плазмон-поляритонами [10]. Механизм прохождения излучения объясняется в этой работе с точки зрения взаимодействия исчезающих волн внутри отверстий с поверхностными поляритонами на обеих сторонах металлической пленки. При минимальной разнице резонансных частот для мод поверхностных поляритонов на двух поверхностях металлической пленки наблюдается максимальное прохождение света, в то время как при увеличении этой разницы образуются две группы максимумов меньшей интенсивности. Положения этих максимумов соответствуют частотам поверхностных поляритонов, возбуждаемым на разных сторонах металлической пленки.

Наряду с экспериментальными данными в работе [10] приведены результаты расчетов, полученные с помощью разработанной в [11] простой аналитической модели, объясняющей anomalously large transmission of light

на основе представления отверстия как резонатора Фабри-Перо для исчезающих (неоднородных) волн. Эти расчетные данные хорошо согласуются с экспериментом в части положения пиков прохождения на частотной оси, и несколько хуже совпадают значения интенсивности прошедшего света и поведение кривых. Решение задачи методом интегральных уравнений макроскопической электродинамики позволило наблюдать эффекты, связанные с прохождением света через отверстия размером менее половины длины волны, что свидетельствует о возможности исследования таких явлений с помощью представленного метода. Полученные значения интенсивности прошедшего света и характер кривых точнее согласуются с экспериментальными данными, чем расчеты с использованием аналитической модели, представленной в работе [11].

Большинство работ по изучению аномально большого прохождения излучения проведено в оптическом диапазоне и ближней (коротковолновой) области инфракрасного диапазона. Считалось, что очень большое по величине и преимущественно мнимое значение диэлектрической проницаемости металлов на более низких частотах, т. е. в дальней (длинноволновой) области инфракрасного диапазона, терагерцовом и микроволновом диапазонах не позволяет получать эффект усиленного прохождения в этих областях электромагнитного спектра. Однако проведенные недавно исследования показали, что прохождение терагерцовых импульсов наблюдается как в металлических, так и в полупроводниковых структурах с отверстиями размером менее половины длины волны. В работе [12] было экспериментально установлено, что прохождение, связанное с возбуждением поверхностных поляритонов, растет при более высоких величинах отношения реальной части диэлектрической проницаемости к мнимой.

Исследования поверхностно-плазмонных резонансов проводились, в основном, на оптически толстых структурах как в оптическом, так и в более низкочастотных диапазонах. Однако в работах [13], [14] представлены экспериментальные результаты, полученные при

изучении прохождения терагерцовых импульсов через перфорированную металлическую пленку толщиной менее толщины скин-слоя. В этом случае электромагнитное излучение проходит не только через отверстия, но и через металлический слой. В частности, в работе [13] исследуемые структуры представляли собой слой из свинца с периодически расположенными прямоугольными отверстиями размером 100×80 мкм, размер периода составлял 160 мкм в обоих направлениях периодичности. В эксперименте использовались металлические структуры толщиной от 60 до 1000 нм, помещенные на подложку из силикона с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_3 = 11.68$. По величине отношения значений реальной и мнимой частей диэлектрической проницаемости свинец является более “плохим” металлом, чем широко используемые в подобных экспериментах алюминий и серебро. Тем не менее измеренный уровень прохождения терагерцового излучения через структуры из свинца был лишь немного ниже, чем для структур из алюминия и серебра. При этом толщина скин-слоя (320 нм на частоте 0.55 ТГц) у свинца ощутимо больше, чем у алюминия и серебра (110 и 83 нм соответственно), что давало возможность исследовать резонансное прохождение в широком диапазоне толщин структуры.

На рис. 6 приведены численные результаты для описанных выше структур, полученные с помощью представленного метода. Использовались данные о диэлектрической проницаемости свинца в зависимости от частоты, приведенные в работе [15]. Графики зависимостей модуля коэффициента прохождения от частоты f получены для различных толщин (330, 100, 30 и 10 нм) металлического слоя. Кривые, соответствующие трем меньшим толщинам, для наглядности смещены вниз по вертикали на 0.2, 0.4 и 0.6 соответственно. Характер кривых и положение резонансов совпадают для теоретических и экспериментальных [13] зависимостей. Теоретические результаты демонстрируют уровень прохождения несколько меньший, чем наблюдался в экспериментах. При толщине металлического слоя 100 нм, равной всего лишь $\delta/3$, где δ – толщина скин-слоя, происходит эффективное прохожде-

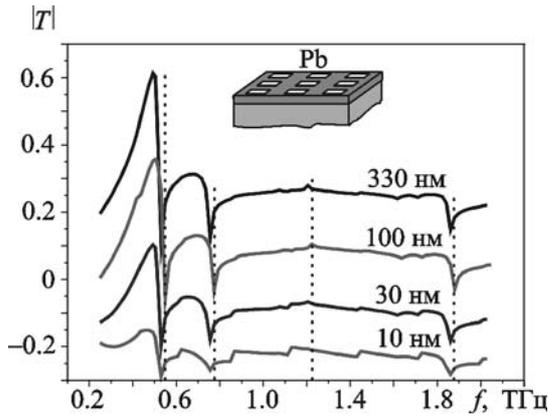


Рис. 6. Модуль коэффициента прохождения для пленок из свинца различной толщины. Период структуры – 160 мкм, размер отверстий – 80×100 мкм. Нормальное падение, ориентация вектора электрического поля – вдоль меньшей стороны отверстия

ние излучения (0.92 и 0.88 от максимальной амплитуды при толщине 330 нм для экспериментальных и теоретических данных соответственно). При толщине менее 64 нм ($\delta/5$) экспериментально не наблюдался резонансный пик прохождения [13], однако в расчетных зависимостях такой резонанс проявлялся вплоть до толщины слоя 10 нм ($\delta/30$). Следует отметить, что в работе [14], где экспериментально исследовались структуры из алюминия, достаточно заметное усиление прохождения наблюдалось при толщине металлического слоя, примерно равной $\delta/6$, а пренебрежимо малым оно становилось при толщине порядка $\delta/15$.

Дисперсионное соотношение для поверхностных плазмон-поляритонов, возникающих на перфорированных металлических пленках, в явном виде не определено. Некоторые экспериментальные исследования свидетельствуют о небольших отличиях дисперсии поляритонов на поверхностях такой пленки от дисперсии в случае однородной сплошной пленки. При решении дисперсионного уравнения для металлической пленки конечной толщины, расположенной между двумя однородными средами (см., например, [16]), для рассматриваемого здесь случая свинцовой пленки на силиконо-

вой подложке не удалось найти корни уравнения для толщин пленки 11 нм и меньше в области частот, где наблюдался пик прохождения при больших толщинах металлического слоя. Это приближенное оценивание позволяет считать, что отсутствие на рис. 6 резонансного пика прохождения у расчетной кривой, соответствующей толщине пленки 10 нм, связано с невозможностью существования поверхностных поляритонов при таких материальных и геометрических параметрах структуры. Различие теории и эксперимента в оценке значения критической толщины металлического слоя, ниже которого усиление прохождения становится пренебрежимо малым, можно также объяснить тем, что значение диэлектрической проницаемости металла для столь тонких пленок может значительно отличаться от справочных значений.

Для приближенного определения положения пиков прохождения также можно использовать дисперсионное соотношение для поляритонов на гладкой плоской металл-диэлектрической поверхности раздела. Учитывая то, что для большинства металлов в терагерцовом диапазоне мнимая часть диэлектрической проницаемости больше абсолютной величины реальной части и что обе эти части значительно больше диэлектрической проницаемости прилегающего диэлектрика ϵ_d , реальная часть волнового вектора поляритона приближенно выражается как $k_r \approx \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_d}$, а положение пиков прохождения определяется формулой $\lambda \approx \frac{L}{\sqrt{i^2 + j^2}} \sqrt{\epsilon_d}$ (см., например, [17]). Здесь ω – частота, c – скорость света, L – размер периода структуры, i и j – целые числа. Однако такая широко используемая модель прогнозирует пики прохождения на длинах волн меньших, чем получены в экспериментах, и скорее описывает положение экспериментальных минимумов. Это наблюдается как в частотном диапазоне видимого света, так и в терагерцовом диапазоне. На рис. 6 вертикальными пунктирными линиями показаны положения некоторых минимумов прохождения, рассчитанные с помощью упомянутой простой модели. Резонансы, свя-

занные с поверхностью раздела свинец–силикон, ожидаются при значениях частоты 0.548, 0.775, 1.1 и 1.226 ТГц, соответствующих частотам возбуждения $(\pm 1, 0)$, $(\pm 1, \pm 1)$, $(\pm 2, 0)$ и $(\pm 2, \pm 1)$ мод поверхностного поляритона. Моде с индексом $(\pm 1, 0)$ на поверхности раздела воздух–свинец соответствует частота 1.873 ТГц. Видно, что в случае периодически расположенных отверстий частоты, на которых ожидается пик прохождения, совпадают с рэлеевским минимумом, который ассоциируется с аномалией Вуда. Вопрос влияния гофрирования или перфорации металлической поверхности на дисперсионное соотношение требует изучения, экспериментальные исследования в этом направлении ведутся [18]. Дисперсия поверхностных поляритонов на структурированной поверхности может отличаться от дисперсии в случае ровной поверхности раздела настолько, что пик прохождения смещается в сторону более низких частот. На рис. 6 форма расчетных кривых в районе резонансов прохождения характеризуется комбинацией максимума и глубокого минимума. Такой же характер зависимостей получен и в результате экспериментальных исследований тонких пленок, когда электромагнитные поля на обеих поверхностях сильно связаны [13, 14]. В рамках теоретической модели, представленной в работе [19], механизм прохождения объясняется не с точки зрения взаимодействия поля с поверхностными поляритами, а интерференцией дифракционных исчезающих волн с падающим светом. При этом максимум прохождения (резонанс Фано) имеет место в условиях конструктивной интерференции, а минимум (аномалия Рэлея) – в условиях деструктивной интерференции. В работе [20] авторы, опираясь на классические труды 60–70-х годов, объяснили механизм прохождения излучения и форму его частотной зависимости (кривая Фано) с точки зрения суперпозиции вкладов резонансного (поверхностные поляритоны, волноводные моды, моды Брюстера–Зеннека) и нерезонансного (прямое прохождение в основной дифракционный порядок) процессов.

На рис. 7 показана зависимость модуля нормированного коэффициента прохождения от частоты для отверстий различной формы – прямоугольной, квадратной и круглой. Чтобы оценить влияние формы отверстий на прохождение излучения, кривые для структур с круглыми и квадратными отверстиями нормированы на величину отношения доли площади S_o , занимаемой отверстиями на поверхности структуры, к этой доле S_r в структуре с прямоугольными отверстиями 100×80 мкм. Толщина структуры принималась равной 100 нм. В случае прямоугольного отверстия 100×80 мкм приведены графики для двух ориентаций векторов нормально падающего электромагнитного поля. Сплошная кривая соответствует условиям, когда электрическое поле направлено вдоль меньшей стороны прямоугольного отверстия, пунктирно-точечная – когда поле ориентировано вдоль большей стороны. В первом случае уровень прохождения был несколько выше, и его максимум наблюдался на более низкой частоте, что свидетельствует о поляризационной анизотропии в резонансном прохождении излучения для такой структуры.

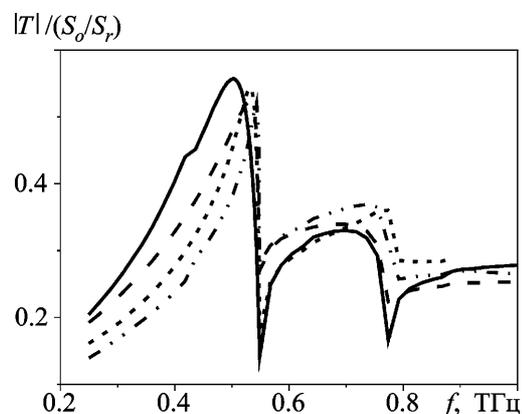


Рис. 7. Модуль нормированного коэффициента прохождения для свинцовой пленки толщиной 100 нм с различной формой отверстий. Период структуры – 160 мкм, размеры отверстий: 80×100 мкм – сплошная кривая, 100×100 мкм – штриховая кривая, круглое отверстие диаметром 100 мкм – пунктирная кривая, 100×80 мкм – штрих-пунктирная кривая. Нормальное падение, ориентация вектора электрического поля – вдоль стороны прямоугольного отверстия, указанной первой

Влияние формы отверстия на способность периодических структур пропускать излучение рассматривалось, в частности, в работах [21, 22]. В работе [21] в терагерцовом частотном диапазоне экспериментально исследовались “толстые” структуры из нержавеющей стали (толщиной значительно больше толщины скин-слоя). Наибольшая эффективность прохождения в резонансе низшего порядка наблюдалась для структуры с квадратной формой отверстия. По мере того как увеличивалась разница между размерами сторон прямоугольного отверстия, эффективность прохождения уменьшалась, положение резонансов на частотной оси практически не менялось. Полученные в работе данные практически полностью отличались от экспериментальных и расчетных результатов, представленных в работе [22], где исследовались оптически толстые структуры в диапазоне видимого света. На стеклянной подложке располагалась золотая пленка толщиной 200 нм с круглыми (диаметром 190 нм) и прямоугольными (150×225 нм и 75×225 нм) отверстиями. Период структуры в обоих направлениях был равен 425 нм. Эффективность прохождения росла при изменении формы отверстия от круглой до прямоугольной с размерами 150×225 нм² и далее до 75×225 нм², максимумы прохождения при этом смещались в сторону более длинных волн. Из полученных в работе результатов следует, что форма отверстий может служить параметром для управления прохождением света.

Очевидна необходимость дальнейшего исследования влияния формы отверстий на характеристики прошедшего излучения в различных частотных диапазонах. Результаты расчетов, полученные с помощью метода на основе объемных интегральных уравнений, приведены на следующих рисунках. На рис. 7 представлены кривые, демонстрирующие коэффициент прохождения для рассматриваемой выше структуры из тонкой (менее толщины скин-слоя) свинцовой пленки на силиконовой подложке с различной формой отверстий: круглой – диаметром 100 мкм, квадратной – 100×100 мкм и прямоугольной – 80×100 мкм. В отличие от результатов работы [21] наблюдается уве-

личение эффективности прохождения для более “тонкого” прямоугольного отверстия и небольшое смещение пиков прохождения. На рис. 8 показаны результаты расчетов абсолютной эффективности прохождения (отношение мощности прошедшего поля к мощности поля, падающего на площадь, занимаемую отверстиями) для структур, исследуемых в работе [22]. Приведенные зависимости подтверждают увеличение эффективности прохождения по мере изменения формы отверстия в сторону более “тонкого” прямоугольника. Для всех форм отверстий положение пика прохождения на более высокой частоте хорошо совпадает с экспериментальными данными [22], а положение максимума низшего порядка (низкочастотного) для структур с прямоугольными отверстиями имеет значительное расхождение с экспериментом. В эксперименте наблюдалось гораздо большее смещение пика прохождения для максимума порядка $(\pm 1, 0)$ в случае отверстий 75×225 нм в длинноволновую область. Аномалия Рэлея для структуры с периодом 425 нм, для которой приведены кри-

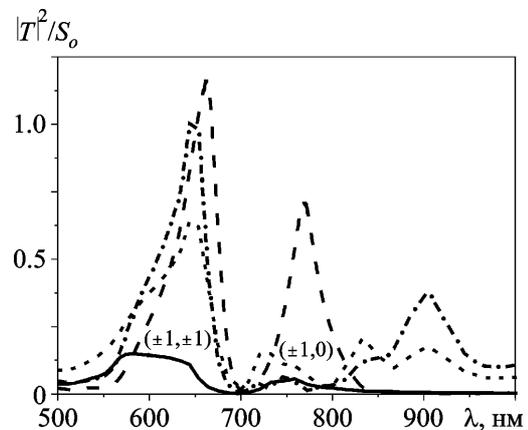


Рис. 8. Абсолютная эффективность прохождения для золотой пленки толщиной 200 нм с различной формой отверстий. Период структуры – 425 нм, размеры отверстий: 75×225 нм – штриховая кривая, 150×225 нм – штрих-пунктирная кривая, 225×225 нм – пунктирная кривая, круглое отверстие диаметром 190 нм – сплошная кривая. Нормальное падение, ориентация вектора электрического поля – вдоль меньшей стороны прямоугольного отверстия. В скобках – порядок пиков прохождения

вые на рис. 8, имеет место на длине волны 646 нм – здесь наблюдается небольшой изгиб характеристик. Как показывают расчеты, прохождение для структур с прямоугольным отверстием сильно зависит от поляризации падающей волны. Особенно анизотропия заметна для более “тонкого” отверстия (75×225 нм) – при ориентации вектора электрического поля вдоль большей стороны прохождение практически отсутствует.

Вследствие многообразия взаимодействующих процессов, происходящих в рассматриваемых структурах, предсказать поведение характеристик прохождения с помощью приближенных аналитических соотношений достаточно трудно. Особенно сложно это сделать в оптическом диапазоне, когда значения диэлектрической проницаемости металла сравнимы с величиной проницаемости подложки.

Выводы

С помощью разработанного метода проведены теоретические исследования физических процессов, происходящих при взаимодействии электромагнитного излучения со сложными периодическими металло-диэлектрическими структурами в оптическом и терагерцовом диапазонах. Анализ и сопоставление полученных расчетных характеристик с экспериментальными и теоретическими данными, приведенными в литературе, свидетельствуют о необходимости дальнейшего изучения вопроса, поскольку результаты исследований в различных частотных диапазонах о влиянии геометрических параметров и диэлектрической проницаемости на характеристики рассеяния не всегда совпадают. На сегодняшний день не существует полного понимания свойств трехмерных структур из различных материалов и происходящих в них явлений, в частности, механизма аномально большого прохождения излучения. Планируется проведение подробного анализа влияния конкретных геометрических параметров, а также диэлектрической и магнитной проницаемостей на электродинамические характеристики структур, изготовленных из разнообразных материалов (металлов, диэлектриков, полупроводников). Предусматривается обобщение мето-

да для решения задач рассеяния многослойными периодическими структурами.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке совместного проекта НАН Украины и РФФИ “Электродинамика некиральных фокусирующих систем на основе резонансных и киральных элементов” по гранту №1-02-а.

Литература

1. Yachin V. V. and Ryazantseva N. V. The Scattering of Electromagnetic Waves by Rectangular-Cell Double-Periodic Magnetodielectric Gratings // *Microwave Opt. Technol. Lett.* – 1999. – Vol. 23, No. 3. – P. 177-183.
2. Сидорчук Н. В., Ячин В. В. Рассеяние электромагнитных волн двоякопериодическим магнитоэлектрическим слоем // *Радиофизика и радиоастрономия.* – 2005. – Т. 10, №1. – С. 50-61.
3. Сидорчук Н. В., Ячин В. В., Просвирнин С. Л. Длинноволновое приближение в задаче распространения электромагнитных волн в двупериодическом магнитоэлектрическом слое // *Радиофизика и электроника.* – Харьков: Ин-т радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины. – 2002. – Т. 7, Спец. вып. – С. 208-212.
Англоязычная версия: N. V. Sidorchuk, V. V. Yachin, and S. L. Prosvirnin. Low-Frequency Approximation for the Problem of Electromagnetic Wave Propagation in a Doubly-Periodic Magnetodielectric Layer // *Telecommunications and Radio Engineering.* – 2003. – Vol. 59, No. 5&6. – P. 52-59.
4. В. В. Ячин. Обоснование метода функционалов поля для исследования рассеяния на двухпериодической магнитоэлектрической структуре // *Вычислительная математика и математическая физика.* – 2006. – Т. 46, №9. – С. 1668-1673.
5. Хижняк Н. А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. – Киев: Наукова думка, 1986. – 280 с.
6. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. – М.: Наука, 1970. – 512 с.
7. Papakostas A., Potts A., Bagnall D. M., Prosvirnin S. L., Coles H. J., and Zheludev N. I. Optical Manifestations of Planar Chirality // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – Vol. 90, No. 10. – P.107404-1 - 107404-4.
8. Васильева Т. Д., Просвирнин С. Л. Дифракция электромагнитных волн на плоской решетке из киральных полосковых элементов сложной формы // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* – 1998. – Т. 1, №4. – С. 5-9.
9. Sydoruk N. Polarization and scattering characteristics of light waves diffracted from metal-on-dielectric doubly-periodic structures // *Proc. of XI-th International*

- Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET'06). – Kharkov (Ukraine). – 2006. – Vol. 1. – P. 590-592.
10. Krishnan A., Thio T., Kim T. J., Lezec H. J., Ebbesen T. W., Wolff P. A., Pendry J., Martin-Moreno L., Garcia-Vidal F. J. Evanescently coupled resonance in surface plasmon enhanced transmission // *Opt. Commun.* – 2001. – Vol. 200, Iss. 1-6. – P. 1-7.
 11. Martin-Moreno L., Garcia-Vidal F. J., Lezec H. J., Pelierin K. M., Thio T., Pendry J. B., Ebbesen T. W. Theory of Extraordinary Optical Transmission through Subwavelength Hole Arrays // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – Vol. 86, No. 6. – P. 1114-1117.
 12. Thio T., Ghaemi H. F., Lezec H. J., Wolff P. A., and Ebbesen T. W. Surface-plasmon-enhanced transmission through hole arrays in Cr films // *J. Opt. Soc. Am.* – 1999. – Vol. B16, Iss. 10. – P. 1743-1748.
 13. Azad A. K. and Zhang W. Resonant terahertz transmission in subwavelength metallic hole arrays of sub-skin-depth thickness // *Opt. Lett.* – 2005. – Vol. 30, No. 21. – P. 2945-2947.
 14. Shou X., Agrawal A. and Nahata A. Role of metal film thickness on the enhanced transmission properties of a periodic array of subwavelength apertures // *Opt. Express.* – 2005. – Vol. 13, No. 24. – P. 9834-9840.
 15. Ordal M. A., Long L. L., Bell R. J., Bell S. E., Bell R. R., Alexander Jr. R. W., and Ward C. A. Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared // *Appl. Opt.* – 1983. – Vol. 22, No. 7. – P. 1099-1119.
 16. Zayats A. V., Smolyaninov I. I., Maradudin A. A. Nano-optics of surface plasmon polaritons // *Phys. Reports.* – 2005. – Vol. 408. – P. 131-314.
 17. Cao H. and Nahata A. Resonantly enhanced transmission of terahertz radiation through a periodic array of subwavelength apertures // *Opt. Express.* – 2004. – Vol. 12, No. 6. – P. 1004-1010.
 18. Williams S. M. and Coe J. V. Dispersion study of the infrared transmission resonances of freestanding Ni microarrays // *Plasmonics.* – 2006. – Vol. 1. – P. 87-93.
 19. Lezec H. J. and Thio T. Diffracted evanescent model for enhanced and suppressed optical transmission through subwavelength hole arrays // *Opt. Express.* – 2004. – Vol. 12, No. 16. – P. 3629-3651.
 20. Sarrazin M. and Vigneron J.-P. Bounded modes to the rescue of optical transmission // *Europhysics News.* – 2007. – Vol. 38, No. 3. – P. 27-31.
 21. Cao H. and Nahata A. Influence of aperture shape on the transmission properties of a periodic array of subwavelength apertures // *Opt. Express.* – 2004. – Vol. 12, No. 16. – P. 3664-3672.
 22. Klein Koerkamp K. J., Enoch S., Segerink F. B., van Hulst N. F., and Kuipers L. Strong influence of hole shape on extraordinary transmission through periodic arrays of subwavelength holes // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 92, No. 18. – P. 183901-1 – 183901-4.

Резонансне розсіяння хвиль плоскими періодичними структурами, розташованими між двома однорідними середовищами

Н. В. Сидорчук

Чисельно розв'язано задачу розсіяння електромагнітних хвиль плоскими структурами, періодичними у двох напрямках та розташованими між двома однорідними середовищами. Метод розв'язання ґрунтується на використанні об'ємних інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки. За допомогою поданого методу в оптичному та терагерцовому діапазонах отримано та досліджено частотні характеристики проходження випромінювання через тонкий шар металу з періодично розташованими отворами, розмір яких є меншим половини довжини хвилі. Проаналізовано вплив товщини періодичного шару, діелектричної проникності прилеглих однорідних середовищ, форми отворів на проходження випромінювання. Досліджено також поляризаційні характеристики електромагнітних хвиль оптичного діапазону, розсіяних структурою з кіральних елементів.

Resonant Wave Scattering by Plane Periodic Structures Bounded by Two Homogeneous Media

N. V. Sydorchuk

Electromagnetic wave scattering by planar doubly periodic structures bounded by two different homogeneous media has been solved numerically. The problem-solving procedure is based on application of volume integral equations of macroscopic electrodynamics. With the procedure presented, the frequency characteristics of radiation transmission through periodic arrays of subwavelength holes in a metal film have been obtained and investigated in optical and terahertz frequency ranges. The effect of a periodic layer thickness, dielectric permittivity of adjacent homogeneous media and a hole shape on radiation transmission has been analyzed. Also, polarization characteristics of light waves scattered by a structure of chiral elements have been studied.