

ЗАСТОСУВАННЯ КОНТИНУАЛЬНОГО ПІДХОДУ В МОДЕЛЯХ ПРОМИСЛОВОЇ ЦЕМЕНТАЦІЇ ҐРУНТІВ

* Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна

Анотація. Обґрунтовано правомірність застосування континуального підходу в моделях промислової цементації ґрунтів. Перевірено, що той факт, що криволінійна сітка, на якій виконуються розрахунки згідно з цими моделями, на деяких часових шарах може мати хаотичне розміщення вузлів у просторі, не призводить до неузгодженості їх результатів.

Ключові слова: континуальний підхід, елементарний об'єм, промислова цементація ґрунтів, криволінійна сітка, похибка числового розрахунку.

Аннотация. Обосновано правомерность использования континуального подхода в моделях промышленной цементации грунтов. Проверено, что тот факт, что криволинейная сетка, на которой выполняются расчёты в рамках этих моделей, на некоторых временных слоях может иметь хаотическое размещение узлов в пространстве, не приводит к противоречивости их результатов.

Ключевые слова: континуальный подход, элементарный объём, промышленная цементация грунтов, криволинейная сетка, погрешность численного расчёта.

Abstract. The validity of applying continuum approach in models of industrial ground cementation is verified. It is checked that the fact that the curvilinear grid calculations in the framework of these models are performed on can have chaotic disposition of its nodes in space on some time layers does not give rise to inconsistencies between their results.

Keywords: continuum approach, elementary volume, real scale grouting, curvilinear grid, numerical calculation error.

1. Вступ

У піщано-гравелистий ґрунт перед зведенням на ньому висотної споруди нагнітають цементний розчин. Таке закріплення ґрунту називають цементацією. Її практичне застосування потребує значних матеріальних і трудових затрат, а режим визначається еволюцією просторового розподілу концентрації цементу у ґрунті [1]. Тому математичне моделювання цієї еволюції є важливим.

Існує багато робіт, наприклад [1–3], в яких із метою перевірки різних припущень, що спрощують математичний опис процесу поширення розчину у ґрунті під час цементації, моделюється таке стандартне лабораторне дослідження. В основу вертикальної, зверху відкритої, труби нагнітають цементний розчин. Труба заповнена насиченим водою піском постійної густини. На відміну від цих робіт у працях [4–6] із цією метою розглядаються задачі, постановки яких є більш наближеними до промислового використання даної технології. Континуальні моделі цементації [1–6] відносяться до класу задач про поширення забруднень [7] і формулюються за припущень, які спрощують систему, що містить пористе середовище та інфільтрат. Так, у моделях [2, 3, 5, 6] скелет ґрунту вважається абсолютно твердим, а в моделях [1] і [4] його вважають пружним. У роботі [6] нехтують гідродинамічною дисперсією та дифузією. У працях [2], [5] вважається, що частинки цементу є настільки великими, що вони можуть застрягати у вузьких проходах між порами ґрунту, а в роботах [1], [4] та [6] вважається, що вони є набагато меншими за ці проходи і що вони випадають в осад на стінках пор і вузьких проходів між ними. У моделі в [3] вважають, що частинки цементу не випадають в осад і не застряють у вузьких проходах між порами ґрунту. У свою чергу, у працях [7, 8] показано, що промислову цементацію можна моделювати за-

дачею класу задач із вільними рухомими межами, нехтуючи особливостями поширення розчину в пористому середовищі. У роботах [7, 9] представлено континуальні моделі цементації, які відносяться до цього класу. Їх і моделі [1–6] можна використовувати тільки тоді, коли характерний розмір закріпленої області є набагато більшим, ніж розмір елементарного об'єму, за яким здійснюється осереднення в континуальному підході. Останній залежить від ступенів невизначеностей параметрів, які характеризують пористе середовище [10]. У моделях в [1–6] у шуканих функціях присутні області високих градієнтів, положення яких змінюється в часі і є наперед невідомим, тому в кожному випадку для оцінки похибки слід виконувати аналіз числових розв'язків [11]. Основним недоліком моделей [1, 2, 4–6] є те, що розрахунки, згідно з ними, потребують значних комп'ютерних ресурсів. Це можна пояснити тим, що вони є неузгодженими початково-крайовими задачами для систем диференціальних рівнянь у часткових похідних [3]. У роботі [3] представлена модель вищезгаданого стандартного лабораторного дослідження, в якій відсутній цей недолік, а в роботі [12] описано спосіб реалізації принципу рівномірності похибки [11] за розрахунками згідно з моделлю [3]. У роботах [1–6] результати аналізів числових розв'язків не наводились. У роботі [8] продемонстровано, що криволінійна сітка, на якій виконуються розрахунки в моделях [7, 9], на деяких часових шарах може мати хаотичне розміщення вузлів у просторі і перевірено, що цей факт не призводить до неузгодженості результатів розрахунків згідно з цими моделями. Оскільки максимально допустимі невизначеності у значеннях вищезгаданих параметрів визначаються похибкою розрахунку, то в роботах [1–6] коректність застосування континуального підходу до моделювання поширення цементного розчину у ґрунті не перевірялась. Вона також не перевірялась і в роботах [7–9].

Метою даної роботи є перевірка коректності застосування континуального підходу в числовому моделюванні [7, 9] і, за необхідності, його коригування та нова перевірка того факту, що хаотичність просторового розміщення вузлів криволінійної сітки, на якій виконуються розрахунки у моделях [7, 9], на деяких часових шарах не призводить до неузгодженості результатів числових розрахунків згідно з цими моделями. Дане дослідження є важливим для підвищення продуктивності будівельних робіт. Тому у час глобальної рецесії воно є актуальним.

2. Максимально допустима невизначеність пористості ґрунту

У моделях [7, 9] ми розглядаємо чотири постановки задачі. У випадках постановок № 1 і

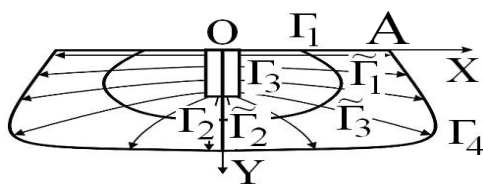


Рис. 1. Области $G(t)$ і $\tilde{G}(t)$

№ 3 ми вважаємо, що під фундаментом інжектора зроблено довгу траншею шириною $2 \cdot r_0$ і глибиною h_0 , в яку при постійному п'єзометричному напорі H_0 нагнітається (рис. 1) в'язучий інфільтрат, що є нестисливою ньютонівською рідиною [1]. У свою чергу, у випадках постановок

№ 2 та № 4 замість траншеї маємо свердловину радіусом r_0 та глибиною h_0 . У всіх цих задачах необхідно знайти еволюцію в часі та просторі фронту нагнітання (крива Γ_4 на рис. 1). У постановках першій і другій скелет ґрунту вважається абсолютно твердим, а у третій і четвертій постановках він є пружним. У моделях [7, 9] вважається, що точки фронту нагнітання (вільної поверхні) рухаються за таким законом:

$$\vec{r}(t + dt)|_{\Gamma_4} = \vec{r}(t)|_{\Gamma_4} + \left(\vec{V}|_{\Gamma_4}, \vec{n}_4 \right) \cdot dt \cdot \vec{n}_4, \quad (1)$$

де тут і надалі $\vec{V} = -k \vec{\nabla} h / m$, $h(x, y, t, k, m)$ – функція п'єзометричного напору інфільтрату, $\vec{r}(t)$ – радіус-вектор точки фронту нагнітання в момент часу t , k – коефіцієнт фільтрації,

m – пористість ґрунту, dt – крок по часу, \vec{n}_4 – зовнішня по відношенню до області закріплення нормаль до Γ_4 в момент часу t в точці з радіусом-вектором $\vec{r}(t)$. Тому можна стверджувати, що функції п'єзOMETричних напорів у цих моделях залежать від пористості ґрунту. Однак у моделях [7, 9] диференційні рівняння в часткових похідних і крайові умови, яким задовольняють у кожний фіксований момент часу функції п'єзOMETричних напорів, а також значення цих функцій у початкові моменти часу, не залежать від пористості ґрунту. Оскільки в теорії фільтрації швидкість частинок рідкої фази вважається малою величиною [13], то з рівняння (1) слідує, що $\partial h(x, y, t, k, m)/\partial m$ є також малою величиною. Тому, якщо $m = m_0 + \delta m$ і $|\delta m| \ll m_0$, то з рівняння (1) слідує, що

$$\vec{r}(t + dt)|_{\Gamma_4} \approx \vec{r}(t)|_{\Gamma_4} - k(1 - \delta m/m_0) \left(\vec{\nabla} h_0|_{\Gamma_4}, \vec{n}_4 \right) \cdot dt / m_0 \cdot \vec{n}_4, \quad (2)$$

де $h_0 = h(x, y, t, k, m_0)$.

Моделі [7, 9] поділимо на два типи. До першого типу віднесемо моделі, в яких у кожний момент часу t числове моделювання здійснюється у криволінійному чотирикутнику [14] $G(t)$, який на рис. 1 обмежений кривими Γ_i , де $i = \overline{1,4}$. При цьому моделюванні область G покривається на кожному часовому шарі рідкою криволінійною сіткою, а похибка числового розрахунку кінцевого положення фронту нагнітання оцінюється на основі аналізу числових розв'язків. При такому аналізі міра різниці між двома сплайнами $f_1(y)$ та $f_2(y)$, які інтерполюють кінцеві положення фронтів нагнітання, оцінюється так:

$$\varepsilon = \max_{y \in [0, L]} |f_1(y) - f_2(y)| / \sqrt{y^2 + (f_1(y))^2}, \quad (3)$$

де $L = \max\{y_1^{\max}, y_2^{\max}\}$, а y_1^{\max} і y_2^{\max} є такими найменшими додатними ординатами, що $f_1(y_1^{\max}) = 0$ і $f_2(y_2^{\max}) = 0$. У моделях даного типу, які відповідають третій і четвертій постановкам, похибка числового розрахунку визначається головним чином невизначеністю в кінцевому положенні вільної поверхні ε_2 , обумовленої кінченістю кроків вищезгаданої сітки. Кожна модель другого типу відповідає або постановці № 3, або постановці № 4. У кожній моделі цього типу числове моделювання здійснюється у відповідній області $G(t)$ при значеннях t таких, що $t \leq t_0$, а при значеннях t таких, що $t > t_0$, воно здійснюється у відповідному криволінійному чотирикутнику $\tilde{G}(t)$, який на рис. 1 обмежений кривими $\tilde{\Gamma}_i$, де $i = \overline{1,3}$, та кривою Γ_4 . Крива $\tilde{\Gamma}_3$ в моделях даного типу ділить відповідну область $G(t_0)$ приблизно навпіл. У кожній із цих моделей момент часу t_0 вибирається таким, щоб невизначеність у кінцевому положенні фронту нагнітання ε_2 , яка обумовлена кінченістю кроків рідкої криволінійної сітки, що покриває на кожному часовому шарі відповідну область, в якій здійснюється числове моделювання, та міра різниці між кінцевим положенням фронту нагнітання, обрахованим згідно з цією моделлю, та відповідним положенням, обрахованим згідно з відповідною моделлю першого типу, ω , яка обчислюється згідно з формулою (3), були як можна меншими.

У роботах [7–9] наведені похибки числових розрахунків, отримані для фіксованого значення пористості ґрунту m . Для того, щоб оцінити невизначеність у кінцевому положенні фронту нагнітання, обумовлену невизначеністю у величині m , потрібно обрахувати це положення, використовуючи спочатку основний набір вхідних даних, а потім набір вхідних даних, який відрізняється від основного тільки значенням m . Крім того, останнє об-

числення повинно виконуватись при значенні m , яке відрізняється від значення m в основному наборі на величину, що характеризує ступінь невизначеності цього параметра. Міра різниці ε_m між цими двома кінцевими положеннями фронту нагнітання, обрахована згідно з формулою (3), є шуканою оцінкою. Як відомо, сумарна похибка розрахунку ε оцінюється як корінь квадратний суми квадратів похибок із різних джерел. Тому невизначеність у параметрі m будемо вважати допустимою, якщо $\varepsilon_m \leq \varepsilon/3$ [15]. Оскільки $h_0 \gg r_0$ [7–9], то, оцінюючи максимально допустимий ступінь невизначеності величини m , будемо вважати, що у формулі (3) максимум досягається при значенні аргументу $y = 0$ (рис. 1). Так як у кожній із моделей [7, 9] $\partial h(x, y, t, k, m)/\partial m$ є малою величиною, то з формул (2) та (3) слідує, що якщо $m_0 - \delta m \leq m \leq m_0 + \delta m$ і $m_0 \gg \delta m > 0$, то $\varepsilon_m \approx \delta m/m_0 \cdot (1 - r_n/r_k)$, де r_n – відстань від початку координат до точки A , зображеної на рис. 1, в початковий момент часу, а r_k – ця відстань у кінцевий момент часу. Отже, для числового розрахунку кінцевого положення фронту нагнітання з похибкою ε , згідно з будь-якою з моделей [7, 9], максимально допустима невизначеність параметра m є такою:

$$\delta m_{\text{макс}} = m \cdot \varepsilon/3 / (1 - r_n/r_k). \quad (4)$$

3. Оцінка розміру елементарного об'єму

Для оцінки розміру елементарного об'єму, по якому здійснюється осереднення в континуальному підході, зручно ввести характеристичну функцію пористого середовища $\gamma(\vec{x})$, яка рівна одиниці в точках простору, зайнятого порами, та нулю в точках скелета ґрунту. Виділимо в однорідному ізотропному пористому середовищі область U . Якщо пори розподілені в пористому середовищі хаотично, а об'єм V_0 області U є достатньо великим, але не обов'язково більшим за об'єм, при якому пори можна вважати хаотично розміщеними і в області U , то

$$\frac{1}{V_0} \int_U (\gamma(\vec{x}) - m) \cdot (\gamma(\vec{x} + \vec{h}) - m) dV = m \cdot (1 - m) \cdot e^{-|\vec{h}|/4/\Delta_n/(1-m)}, \quad (5)$$

де тут і надалі \vec{h} – довільний тривимірний вектор, а Δ_n – гідравлічний радіус частини пористого середовища, зайнятої порами. Інтеграл у лівій частині рівності (5) характеризує конфігурацію простору, зайнятої виключно порами в області U [10]. Якщо область U є сферою, то пори можна вважати розміщеними в ній хаотично, якщо її радіус є більшим за значення $|\vec{h}|$, при якому права частина рівності (5) є малою величиною. Якщо невизначеність у значенні параметра m рівна δm , то

$$(m + \delta m) \cdot (1 - m - \delta m) - m \cdot (1 - m) = \delta m \cdot (1 - 2m) - (\delta m)^2. \quad (6)$$

Тому ми будемо вважати, що пори розміщені у сферичній області хаотично при допустимій невизначеності у значенні пористості δm , якщо її діаметр d_0 є більшим за величину

$$d_{\text{мін}} = 8 \cdot \Delta_n \cdot (1 - m) \cdot \ln \left(m \cdot (1 - m) / \left| \delta m \cdot (1 - 2m) - (\delta m)^2 \right| \right). \quad (7)$$

У роботі [10] область U^* , яка забезпечує ступінь невизначеності у значенні пористості $\delta m_{\text{макс}}$ із рівнем значущості P^* при осередненні по ній функції $\gamma(\vec{x})$, шукається у вигляді куба, розбитого на N^3 рівних кубічних частин, де N – натуральне число. Кожна

кубічна частина повинна бути достатньо великою, так, щоб розподіл пор у ній можна було б вважати хаотичним. Тому надалі будемо вважати, що довжина грані кожної такої частини визначається рівнянням (7). У роботі [10] показано, що, якщо N задовольняє рівнянню

$$P^* \cdot (\delta m_{\text{макс}})^2 = m(1-m) \left[N^3 + \sum_{p=1}^{N^3} \sum_{q=1, q \neq p}^{N^3} e^{-h_{pq}/4/\Delta_n/(1-m)} \right] / N^6, \quad (8)$$

де h_{pq} – відстань між центрами кубічних частин з номерами p та q , то, щоб отримати мінімальний характерний розмір області U^* , N потрібно помножити на відповідну величину d_{min} .

4. Результати числових розрахунків

Оскільки похибки числових розрахунків кінцевих положень фронтів нагнітань [7, 9] оцінені на основі теорії похибок, то надалі ми будемо вважати, що $P^* = 0,32$ [15]. Гідравлічний радіус частини ґрунту, зайнятої порами, визначається як відношення об'єму цієї частини до площі границі між скелетом ґрунту та цією частиною [10]. Вважаючи пору сферичною, Δ_n можна оцінити так: $\Delta_n \approx \tilde{d}_0/6$, де \tilde{d}_0 – розмір пори ґрунту. Для піщано-гравелистих ґрунтів $\tilde{d}_0 \approx 1$ мм [16]. У роботах [7, 9] розрахунки виконувались при припущенні, що область G у початковий момент часу має характерний розмір $l_0 = r_n \approx 0,15$ м. Величини r_k для всіх розрахунків [7, 9] задовольняють умові $r_k > 2,4$ м. Припускаючи, що $(1 - r_n/r_k) \approx 1$, обчислюємо максимально допустимі невизначеності у величині m для розрахунків кінцевих положень фронтів нагнітань [7, 9] згідно з формулою (4). Результати числових експериментів свідчать, що для розрахунків [7, 9], які відповідають постановкам № 1 і № 3, корені рівняння (8) знаходяться на інтервалі (22, 36), а середнє значення d_{min} рівне $4,69 \times 10^{-3}$ м. Для розрахунків [7, 9], які відповідають постановкам № 2 та № 4, ці корені знаходяться на інтервалі (18, 27), а це значення рівне $4,47 \times 10^{-3}$ м. Тому отримуємо для розрахунків [7, 9], які відповідають плоско-вертикальним та осесиметричним постановкам, розміри елементарних об'ємів рівні відповідно 0,14 м та 0,10 м. Оскільки $l_0 \approx 0,15$ м, то за вищезгаданим вибором початкової форми області G континуальний підхід до моделювання нагнітання застосовувати не можна [10]. Тому в даній роботі як початкові форми областей $G(t)$ вибирались форми, що визначаються положеннями вільних поверхонь після 2 хвилин нагнітання, отриманими при відповідних розрахунках [7, 9]. Ці положення представлені на рис. 2 а. Для зручності представлення результатів занумеруємо розрахунки таким чином. Розрахунки № 1 і № 2 відповідають розрахункам згідно з моделями першого типу та від-

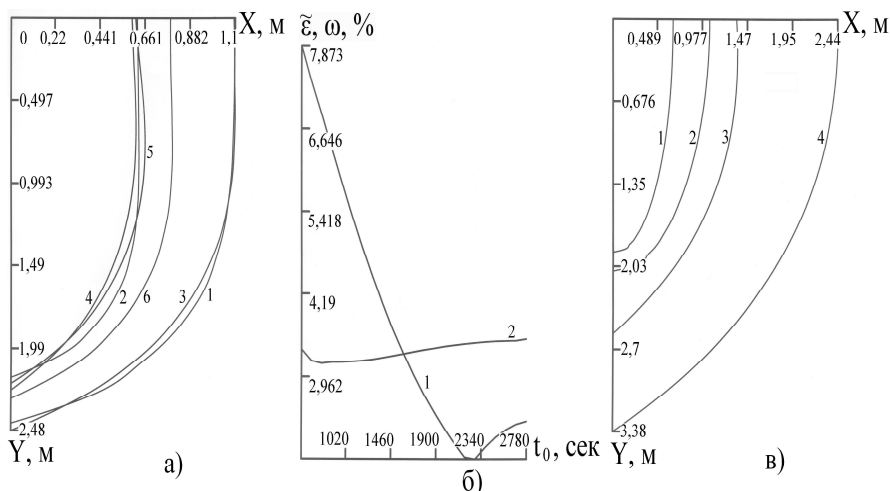


Рис. 2. Результати числових розрахунків

верхонь після 2 хвилин нагнітання, отриманими при відповідних розрахунках [7, 9]. Ці положення представлені на рис. 2 а. Для зручності представлення результатів занумеруємо розрахунки таким чином. Розрахунки № 1 і № 2 відповідають розрахункам згідно з моделями першого типу та від-

повідно першій і другій постановкам. Розрахунки № 3 та № 4 відповідають розрахункам згідно з моделями першого типу, третій постановці та відповідно випадкам найбільш твердого та найбільш м'якого пружних ґрунтів. Розрахунки № 5 і № 6 відповідають розрахункам згідно з моделями першого типу, четвертій постановці та відповідно випадкам найбільш твердого та найбільш м'якого пружних ґрунтів. У свою чергу, розрахунки № 7 і № 8 відповідають розрахункам згідно з моделями другого типу, третій постановці та відповідно випадкам найбільш твердого та найбільш м'якого пружних ґрунтів. Нарешті, розрахунки № 9 і № 10 відповідають розрахункам згідно з моделями другого типу, четвертій постановці та відповідно випадкам найбільш твердого та найбільш м'якого пружних ґрунтів. Лінії 1 і 2 на рис. 2 а відповідають розрахункам № 1 та № 2 відповідно. Лінія 3 на рисунку відповідає розрахункам № 3, № 4, № 7 і № 8. Лінія 4 на рисунку відповідає розрахункам № 5 і № 6. Лінія 5 на рисунку відповідає розрахункам № 9 і № 10. Для того щоб кінцеві положення фронтів нагнітання були такими самими, як у роботах [7, 9], у даній роботі ми вважаємо, що нагнітання відбувається на протязі 58 хвилин. Також у даній роботі невизначеності в кінцевих положеннях фронтів нагнітання, обумовлені невизначеностями в початкових положеннях цих фронтів, для всіх розрахунків, крім розрахунку № 3, оцінювались як міри різниці між положеннями вільних поверхонь після 1 години нагнітання та відповідними положеннями після 62 хвилин виконання цього процесу, отриманими при відповідних розрахунках [7, 9]. У випадку розрахунку № 3 положення фронту нагнітання після 62 хвилин нагнітання не вдається отримати за допустимий машинний час при відповідному розрахунку [7]. Тому у цьому випадку невизначеність у кінцевому положенні фронту нагнітання, обумовлена невизначеністю у початковому положенні вільної поверхні, оцінювалась як міра різниці між положенням фронту нагнітання після 1 години нагнітання та відповідним положенням після 59 хвилин нагнітання, які визначаються при відповідному розрахунку [7]. Лінія 6 на рис. 2 а відповідає положенню вільної поверхні після 1 хвилини нагнітання, отриманому при розрахунку [7], який відповідає розрахунку № 3.

Таблиця 1. Результати числових розрахунків

Розр. №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varepsilon_1, \%$	2,1	1,52	1,08	2,1	1,15	1,14	2,1	2,1	1,12	1,24
$\varepsilon, \%$	3,2	5,5	5,4	5,5	7,4	7,1	4,2	4,2	4,7	4,3

У даній роботі похибки оцінювались так само, як в роботах [7, 9]. У табл. 1 представлені сумарна похибка числового розрахунку ε і невизначеність у кінцевому положенні фронту нагнітання ε_1 , яка обумовлена невизначеністю у початковому положенні вільної поверхні, для кожного з десяти розрахунків, визначених вище. На основі даних, наведених у табл. 1, можна зробити висновок, що вкладом величини ε_1 в результуючу похибку розрахунку кінцевого положення фронту нагнітання можна знехтувати у випадках розрахунків № 3, № 5 і № 6 [14]. Тому значення параметра t_0 для кожного з розрахунків № 7, № 9 і № 10 є на 120 с меншими від відповідних значень, наведених у роботі [7], а положення $\tilde{\Gamma}_3$ для кожного з цих розрахунків співпадають з відповідними положеннями, отриманими при числовому моделюванні [7]. Оскільки результуюча похибка розрахунку ε оцінюється як корінь квадратний суми квадратів похибок із різних джерел [15], то в даній роботі значення параметра t_0 для розрахунку № 8 вибираємо так, щоб величини $\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}$ та ω були як можна меншими, де ε_2 – невизначеність у відповідному кінцевому положенні фронту нагнітання, обумовлена конечністю величин кроків відповідної криволінійної сітки, що покриває область, в якій здійснюється числове моделювання, а ω – міра різниці між цим кінцевим положенням фронту нагнітання та відповідним положенням, отриманим при роз-

рахунку № 4, обчислена згідно з формулою (3). На рис. 2 б представлені залежності $\tilde{\varepsilon}(t_0)$ та $\omega(t_0)$ для розрахунку № 8. На цьому рисунку лінії 1 і 2 представляють графіки функцій $\omega(t_0)$ та $\tilde{\varepsilon}(t_0)$ відповідно. На основі даного рисунку можна зробити висновок, що, починаючи з $t_0 = 1080$ с, ω стає меншим за похибку числового розрахунку № 4, а величина $\tilde{\varepsilon}(t_0)$ є приблизно постійною на відрізку $[1080 \text{ с}, 2780 \text{ с}]$. Тому як оптимальне вибираємо значення $t_0 = 2280$ с, оскільки при цьому значенні функція $\omega(t_0)$ досягає свого мінімального значення. Зазначимо, що це значення є на 120 с меншим, ніж відповідне значення, отримане в роботі [7]. Тому положення $\tilde{\Gamma}_3$ для розрахунку № 8 співпадає з відповідним положенням, отриманим при числовому моделюванні [7]. З опису способу вибору кривої $\tilde{\Gamma}_3$, представленого в розд. 2, слідує, що для кожного з розрахунків № 7, № 8, № 9 і № 10 розмір $\tilde{G}(t)$, де $t \geq t_0$, є найменшим, коли $t = t_0$, а розмір $\tilde{G}(t_0)$ є найменшим для найменшого значення t_0 .

На рис. 2 в представлені криволінійні чотирикутники $\tilde{G}(t_0)$, де $t_0 = 580$ с, для розрахунків № 7, № 8, № 9 і № 10. Лінії 1 і 2 на рисунку відповідають положенням кривої $\tilde{\Gamma}_3$, коли $t_0 = 580$ с, а лінії 3 та 4 відповідають положенням кривої Γ_4 , коли $t = t_0 = 580$ с. Кожна з ліній 1 і 3 на рисунку відповідає розрахункам № 9 та № 10, а кожна з ліній 2 і 4 відповідає розрахункам № 7 та № 8. Оптимальне t_0 в даній роботі для розрахунку № 8 отримане на основі аналізу числових розв'язків, в якому t_0 змінюється в межах від 580 с до 2780 с. У роботі [7] при аналізі числових розв'язків t_0 змінюється в межах від 700 с до 2900 с, тому на рис. 2 в представлені найменші розміри криволінійних чотирикутників $\tilde{G}(t)$, де $t \geq t_0$ для кожного з розрахунків № 7, № 8, № 9 і № 10. Оцінюючи розміри елементарних об'ємів так само, як для розрахунків [7, 9], отримуємо, що для розрахунків № 1, № 3, № 4, № 7 і № 8 характерний розмір елементарного об'єму рівний $0,10$ м, а для розрахунків № 2, № 5, № 6, № 9 і № 10 цей розмір рівний $7,7 \times 10^{-2}$ м. З рис. 2 а та 2 в слідує, що в моделях, згідно з якими виконувались розрахунки в даній роботі, континуальний підхід застосовано коректно.

5. Висновки

У даній роботі показано, що вибір початкових форм областей, в яких здійснюється числове моделювання [7, 9] з метою виконання розрахунків положень фронтів нагнітань після однієї години нагнітання, не дозволяє застосовувати континуальний підхід у моделях, згідно з якими ці розрахунки виконувались, і запропоновано як початкові форми цих областей вибирати їх форми після 2 хвилин нагнітання, отримані при відповідних розрахунках [7, 9], та розраховувати положення вільних поверхонь після 58 хвилин нагнітання. У даному дослідженні вперше для континуальних моделей цементації ґрунту обґрунтовано застосування континуального підходу. Розрахунки [7, 9] виконувались на рідких сітках за умови $h_0 \gg r_0$ та таких припущень:

- у межах похибки апроксимації фронт нагнітання можна описувати двічі неперервно-диференційованою функцією змінної y (рис. 1);
- у межах цієї похибки у криволінійного чотирикутника $G(t)$ всі кути при вершинах є прямими;

• хаотичність розміщення у просторі вузлів сітки на деяких часових шарах не є причиною суттєвого спотворення кінцевого положення фронту нагнітання.

У даній роботі похибки числових розрахунків кінцевих положень фронтів нагнітань є більшими за похибки відповідних розрахунків [7, 9]. Тому, аналізуючи результати розрахунків, представлених у даній роботі, так само, як аналізувались результати розрахунків [7, 9] в роботі [8], можна дійти висновку, що ці припущення є справедливими для них також.

Розрахунки, результати яких представлені в даній роботі, виконувались при інтерполюванні фронту нагнітання на кожному часовому шарі одним і тим самим двічі неперервно-диференційованим локальним сплайном. Вплив невизначеності у способі цієї інтерполяції на їх похибки буде досліджуватись.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Bouchelaghem F. Mathematical and numerical filtration-advection-dispersion model of miscible grout propagation in saturated porous media / F. Bouchelaghem, L. Vulliet // International journal for numerical and analytical methods in Geomechanics. – 2001. – Vol. 25, N 12. – P. 1195 – 1227.
2. Chupin O. The effects of filtration on the injection of cement-based grouts in sand columns / O. Chupin, N. Saiyouri, P.-Y. Hicher // Transport in porous media. – 2008. – Vol. 72, N 2. – P. 227 – 240.
3. Демчук М.Б. Узгоджена модель нагнітання цементного розчину в насичене пористе середовище / М.Б. Демчук // Наукові записки НАУКМА. – (Серія «Комп'ютерні науки»). – 2011. – Т. 125. – С. 46 – 51.
4. Bouchelaghem F. Two large-scale injection experiments and assessment of the advection-dispersion-filtration model / F. Bouchelaghem // Géotechnique. – 2002. – Vol. 52, N 9. – P. 667 – 682.
5. Chupin O. Modeling of a semi-real injection test in sand / O. Chupin, N. Saiyouri, P.-Y. Hicher // Computers and Geotechnics. – 2009. – Vol. 36, Is. 6. – P. 1039 – 1048.
6. A model for in situ grouting with account for particle filtration / S. Maghous, Z. Saada, L. Dormieux [et al.] // Computers and Geotechnics. – 2007. – Vol. 34, Is. 3. – P. 164 – 174.
7. Демчук М.Б. Математичне моделювання процесу нагнітання в'язучого розчину в пористе середовище / М.Б. Демчук // Математичне та комп'ютерне моделювання: зб. наук. пр. – (Серія «Фіз.-мат. науки»). – 2010. – Вип. 4. – С. 61 – 75.
8. Демчук М.Б. Про моделі промислового циркулярного нагнітання цементного розчину в сухий ґрунт / М.Б. Демчук // Штучний інтелект. – 2011. – № 2. – С. 122 – 130.
9. Vlasyuk A.P. Numerical solution of a problem of giving waterside structure foundation strength / A.P. Vlasyuk, M.B. Demchuk // Scientific Bulletin of Chelm. Section of mathematics and computer science. – 2007. – N 1. – P. 211 – 222.
10. Bear J. Introduction to modeling of transport phenomena in porous media / J. Bear, Y. Bachmat. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990. – 553 p.
11. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику / Федоренко Р.П. – М.: Издательство Московского физико-технического института, 1994. – 526 с.
12. Demchuk M. A realization of the uncertainty uniformity principle in a grouting model / M. Demchuk, N. Saiyouri // Математичне та комп'ютерне моделювання: зб. наук. пр. – (Серія «Фіз.-мат. науки»). – 2012. – Вип. 7. – С. 77 – 92.
13. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод / Полубаринова-Кочина П.Я. – М.: Наука, 1977. – 664 с.
14. Годунов С.К. О расчётах конформных отображений и построении разностных сеток / С.К. Годунов, Г.П. Прокопов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1967. – Т. 7, № 5. – С. 1031 – 1059.
15. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок / Тейлор Дж. – Москва: Мир, 1985. – 272 с.
16. Сергеев Е.М. Инженерная геология / Сергеев Е.М. – Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1982. – 248 с.

Стаття надійшла до редакції 05.06.2013