

**ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ НАВМИСНИХ ЗАВАД НА ПРОПУСКНУ СПРОМОЖНІСТЬ ЗАСОБІВ РАДІОЗВ'ЯЗКУ З ТЕХНОЛОГІЄЮ MIMO-OFDM**

**Анотація.** У статті проводиться аналіз впливу навмисних завад типу білий гаусівський шум на системи зв'язку з технологією MIMO-OFDM. Отримані нові аналітичні залежності для розрахунку пропускної спроможності засобів радіозв'язку з технологією MIMO-OFDM, що враховують щільності розподілу ймовірностей квадратурних складових завад.

**Ключові слова:** технологія MIMO-OFDM, навмисні завади, пропускна спроможність.

**Аннотация.** В статье проводится анализ воздействия преднамеренных помех типа белый гауссовский шум на системы связи с технологией MIMO-OFDM. Получены новые аналитические зависимости для расчета пропускной способности средств радиосвязи с технологией MIMO-OFDM, которые учитывают плотности распределения вероятностей квадратурных составляющих помех.

**Ключевые слова:** технология MIMO-OFDM, преднамеренные помехи, пропускная способность.

**Abstract.** The impact of jamming such as white Gaussian noise on communication systems with MIMO-OFDM technology is analyzed. New analytical expressions for calculating the throughput capability of radio communications means with MIMO-OFDM technology which take into account the probability of density distribution of the quadrature noise components are obtained.

**Keywords:** MIMO-OFDM technology, jamming, throughput capability.

## 1. Вступ

Значний вклад у розвиток сучасних та перспективних систем радіодоступу вніс мобільний WiMax (Worldwide Interoperability for Microwave Access – всевітній доступ для взаємодії мікрохвильових мереж) на основі стандарту IEEE 802.16e (m) [1–4].

У стандарті IEEE 802.16e (m) визначені два рівні: фізичний і доступу до середовища (MAC-рівень). Такий підхід задовольняв технології безпроводних мереж Ethernet, які використовували протоколи IETF, зокрема, протоколи TCP/IP, SIP, VoIP. Архітектура мобільного WiMax побудована на платформі All-IP (Все-IP), тобто прийнята технологія заснована на передачі і комутації пакетів без використання каналів традиційної телефонії. Такий підхід припускає, що будуть зменшені витрати на всіх етапах “життєвого циклу” (проекування, розгортання, експлуатація) мережі. Переваги принципу All-IP засновані на прогнозах росту мережі за законом Мура, згідно з яким розвиток технологій обробки інформації на основі комп'ютерних систем іде швидше, ніж розвиток засобів телекомунікацій, що відбувається через те, що обробка інформації не обмежена установкою і модернізацією апаратури, як це має місце в мережах з комутацією каналів. Вибір принципу пакетної комутації припускає низьку вартість, високий ступінь нарощування, швидкий розвиток функціональних можливостей, тобто всі переваги систем, заснованих на використанні програмного забезпечення.

Стандарт IEEE 802.16e (m) на фізичному рівні застосовує технології ортогонально-частотного мультиплексування OFDM (Orthogonal frequency-division multiplexing) та багатоантенної техніки „багато входів – багато виходів” (Multiple-input multiple-output – MIMO) [1–4]. В літературі це називається MIMO-OFDM.

В області сучасних систем відомчого радіозв'язку особливу увагу приділяють програмованим радіостанціям (SDR-software defined radio), принцип побудови яких заснований на апаратно-програмній реалізації [5]. Програмовані радіостанції наступних поколінь будуть застосовувати декілька режимів роботи: робота з сучасними транкінговими радіо-

засобами, КХ/УКХ-радіостанціями та мобільними радіозасобами покоління 3G та 4G, які будуть застосовувати мобільний WiMax.

Однією з основних умов роботи відомчих засобів радіозв'язку є робота в умовах впливу навмисних завад, тобто завад, які створюються станціями радіоелектронної протидії. При використанні у програмованій радіостанції демодулятора з "м'яким" виходом на етапі проектування використовуються моделі дискретно-неперервного каналу зв'язку [6, 7].

## 2. Постановка задачі

Аналізу пропускної спроможності каналу зв'язку в умовах впливу флуктуаційного шуму та навмисних завад від однієї станції радіоелектронної протидії присвячені роботи [8–10]. Виникає завдання аналізу пропускної спроможності каналів зв'язку радіозасобів з технологією MIMO-OFDM в умовах впливу флуктуаційного шуму та навмисних завад від декількох станцій радіоелектронної протидії.

Метою статті є отримання аналітичних залежностей для розрахунку пропускної спроможності дискретно-неперервного каналу зв'язку в умовах впливу флуктуаційного шуму та навмисних завад від декількох станцій радіоелектронної протидії для радіозасобів, які використовують технологію MIMO-OFDM.

## 3. Виклад основного матеріалу

На рис. 1, 2 показана спрощена структурна схема архітектури передачі та прийому фізичного рівня радіозасобів з технологією MIMO-OFDM.

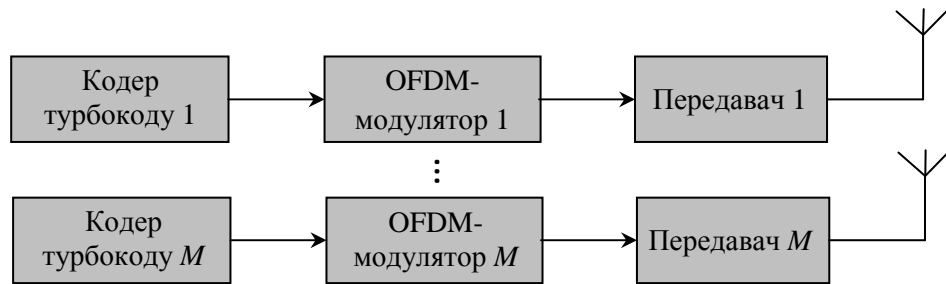


Рис. 1. Структурна схема архітектури передачі фізичного рівня радіозасобів з технологією MIMO-OFDM

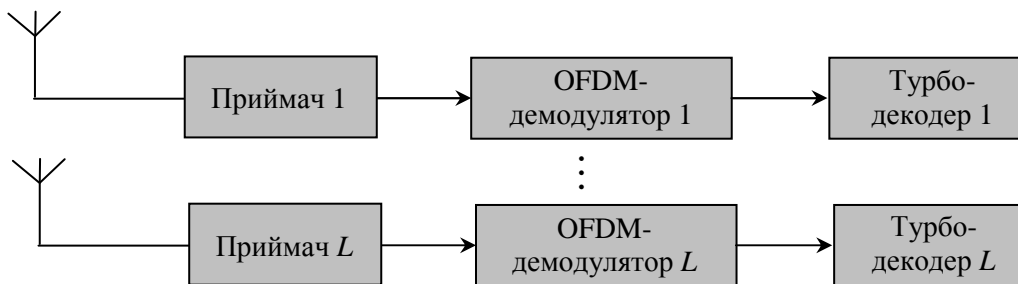


Рис. 2. Структурна схема архітектури прийому фізичного рівня радіозасобів з технологією MIMO-OFDM

Ідея технології MIMO подібна відомому принципу рознесеного прийому, коли в системі зв'язку створюються декілька некорельованих (незалежних) копій сигналу на прийомі. В таких системах реалізується просторове мультиплексування: потік даних на передачі розбивається на два або більше потоків, кожен з яких передається одночасно з іншими за допомогою різних антен. У технології MIMO поєднані просторово-часові методи

приймання з використанням адаптивних антен і методи просторово-часового кодування й просторово-часового розділення сигналів [2, 3].

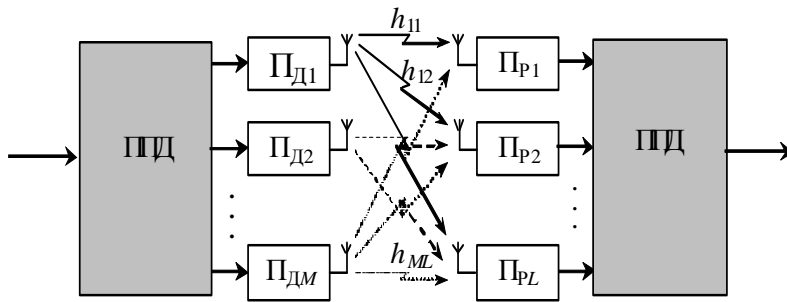


Рис. 3. Структурна схема системи МІМО

Розглянемо МІМО-систему  $M \times L$ , зображену на рис. 1, де ПД – перетворювач потоку даних,  $ПД_i$  – передавач  $i$ -ого каналу,  $ПР_i$  – приймач  $i$ -ого каналу.

Високошвидкісний потік даних розбивається на  $M$  незалежних послідовностей з швидкостями  $1/M$ , які потім

передаються одночасно з декількох антен, відповідно використовуючи тільки  $1/M$  їх первинної смуги частот.

Перетворювач потоку даних на передавальному кінці лінії зв'язку перетворює послідовний потік у паралельний, а на приймальному – виконує зворотне перетворення.

Передаточна функція багатопробеневого каналу описується матрицею  $\mathbf{H}$  [2]:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1L} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{M1} & h_{M2} & \dots & h_{ML} \end{bmatrix},$$

де  $h_{ij}$  – передаточна функція між  $i$ -ою передавальною та  $j$ -ою приймальною антенами.

Для збільшення швидкості передачі даних у системі МІМО використовується паралельна передача інформації. Вхідний потік даних перетворюється у просторово-часовому кодері. В результаті формується послідовність просторових символів, кожен з яких складається із символів, що одночасно випромінюються всіма антенами. До основних методів просторово-часового кодування можна віднести блочне, решітчасте кодування і так звану BLAST-технологію [2]. На сьогоднішній день найбільш ефективним методом просторово-часового кодування в системі МІМО є кодування з використанням турбокоду [11].

Основна ідея методу OFDM полягає в тому, що смуга пропускання каналу розбивається на групу вузьких смуг (субканалів), кожна зі своєю піднесучою. На всіх піднесучих сигнал передається одночасно, що дозволяє забезпечити велику швидкість передачі інформації при невеликій швидкості передачі в кожному окремому субканалі [11, 12]. Сигнал OFDM складається із  $N$  ортогональних піднесучих, модульованих  $N$  паралельними потоками даних.

Формування підканалів з ортогональними піднесучими відбувається за допомогою процедури зворотного дискретного перетворення Фур'є (ДПФ). На практиці процедури зворотного ДПФ (на передачій стороні) та прямого ДПФ (на прийомній) реалізуються за допомогою алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) та виконуються процесором ШПФ [12].

Таким чином, функції OFDM-модулятора зводяться до формування складового неперервного сигналу, який містить  $N$  піднесучих, більша частина з яких модульовані інформаційними символами на інтервалі  $T_s$  [12]:

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a_k \cos(2\pi f_k t - \varphi_k) = \sum_{k=0}^N \operatorname{Re}(\hat{a}_k e^{j2\pi f_k t}), \quad (1)$$

де  $\dot{a}_k = a_k e^{j\varphi_k}$  – комплексний модулюючий символ (ФМ-М або КАМ-М),  $T_s$  – тривалість символу,  $a_k$  – амплітуда символу,  $\varphi_k$  – фаза символу,  $k = \overline{1, N}$ .

Реалізація функцій OFDM-модулятора на базі цифрового процесора ШПФ передбачає перехід від безперервного часу до дискретного ( $t = nT$ ). При цьому вираз (1), з урахуванням періоду дискретизації  $T = T_s / N$ , прийме вигляд [12]:

– для  $s$ -го каналу системи МІМО:

$$X_n^{(s)} = X^{(s)}(nT) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \operatorname{Re} \left( \dot{a}_k e^{j2\pi kn \frac{T}{T_s}} \right) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \operatorname{Re} \left( \dot{a}_k e^{jkn \frac{2\pi}{N}} \right), \quad (2)$$

$n \in \overline{0, N-1}$ ,  $n$  – частотний індекс,  $s \in \overline{1, M}$ .

Вираз (2) являє собою дійсну частину зворотного ДПФ набору паралельно переданих символів  $\dot{a}_k$ .

При демодуляції прийомний пристрій з прийнятого сигналу видобуває часові відліки  $\dot{X}(nT)$  і, застосовуючи до них процедуру ДПФ, формує оцінки переданих інформаційних символів [12]:

– для  $g$ -го каналу системи МІМО:

$$\dot{a}_k^{(g)'} = \sum_{n=0}^{N-1} \dot{X}^{(g)}(nT) e^{-jkn \frac{2\pi}{N}},$$

$k \in \overline{0, N-1}$ ,  $k$  – часовий індекс,  $g \in \overline{1, L}$ .

Вираз для ДПФ ставить у відповідність  $N$  відлікам сигналу  $\dot{a}_k$ ,  $k \in \overline{0, N-1}$ ,  $N$  відліків спектра  $X_n$ ,  $n \in \overline{0, N-1}$ .

На практиці замість ДПФ використовується швидке перетворення Фур'є [12]. Алгоритм ШПФ – це оптимізований по швидкості спосіб обчислення ДПФ. Основна ідея в тому, що:

1. Необхідно розділити суму (2) з  $N$  доданків на дві суми по  $N/2$  доданків і розрахувати їх окремо. Для розрахунку кожної з підсум треба їх теж розділити на дві і т.д.

2. Необхідно повторно використовувати вже обчислені доданки.

На розрахунок пропускної спроможності вибір способу формування сигналів OFDM-системи МІМО не впливає. Тому розглянемо спосіб, який для реалізації модуляції та демодуляції використовує принципи потенційної завадостійкості.

Структурна схема формування сигналів OFDM-системи МІМО, вплив флуктуаційного шуму, навмисних завад на кожний канал системи МІМО, а також демодуляція сигналів OFDM у кожному каналі МІМО показані на рис. 4. Пунктирною лінією виділений дискретно-неперервний канал. Кожен субканал модулятора сигналів OFDM, показаний на рис. 4, має вигляд, як на рис. 5. Субканал демодулятора сигналів OFDM показаний на рис. 6.

Розглянемо  $g$ -й канал системи МІМО.

Набір сигналів  $\{x_k(t)\}$ ,  $k = \overline{1, N}$  виражається лінійною комбінацією  $N$  ортогональних сигналів  $\psi_{k1}(t), \psi_{k2}(t), \dots, \psi_{kN}(t)$  [10]:

$$x_k(t) = \sum_{n=1}^N x_{kn} \psi_{kn}(t), \quad k = \overline{1, N},$$

де  $x_{kn}$  – коефіцієнти при  $\psi_{kn}(t)$  розкладання сигналів по базисних функціях (коефіцієнт ортонормованого розкладання або проєкція сигналів  $\{x_k(t)\}$  на базиси  $\psi_{kn}(t)$ ).

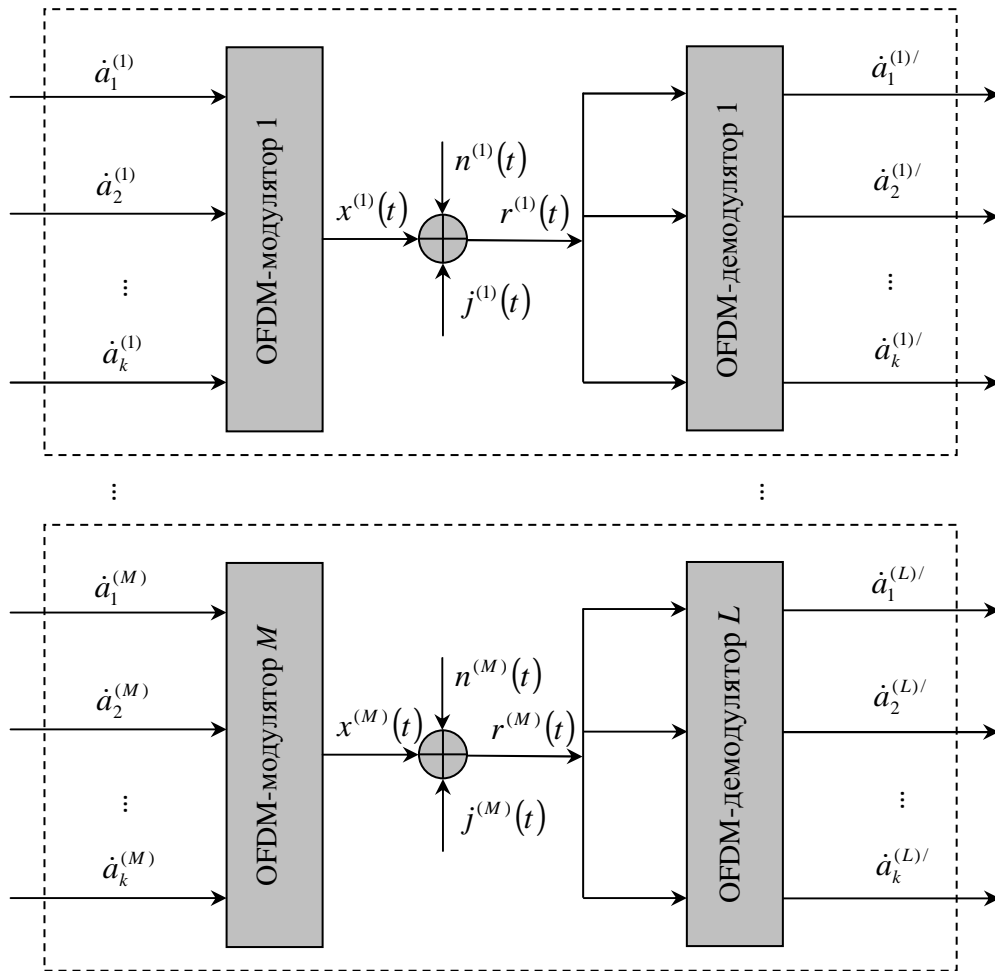


Рис. 4. Структурна схема дискретно-неперервного каналу з OFDM-системи MIMO

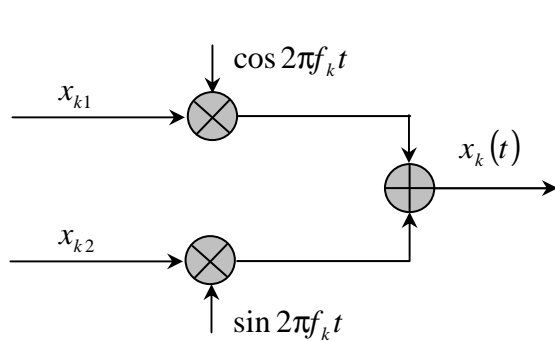


Рис. 5. Субканал OFDM-модулятора

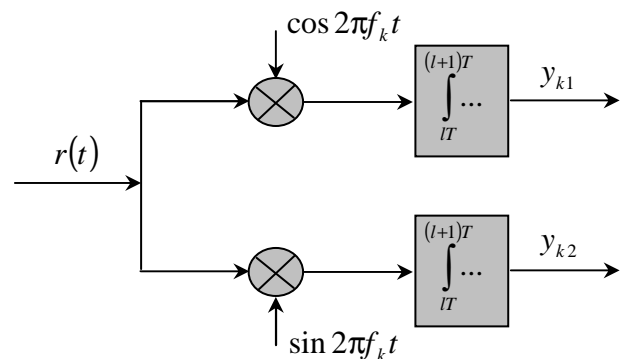


Рис. 6. Субканал OFDM-демодулятора

При передачі цифрової інформації за допомогою модуляції ФМ-М радіоімпульси на виході модулятора мають однакову амплітуду та частоту і відрізняються лише початковими фазами.

Набір сигналів  $\{x_k(t)\}$ ,  $k = \overline{1, N}$  виражається лінійною комбінацією N ортогональних сигналів  $\psi_{k1}(t), \psi_{k2}(t), \dots, \psi_{kN}(t)$  [10]:

$$x_k(t) = \sum_{n=1}^N x_{kn} \psi_{kn}(t), \quad k = \overline{1, N},$$

де  $x_{kn}$  – коефіцієнти при  $\psi_{kn}(t)$  розкладання сигналів по базисних функціях (коефіцієнт ортонормованого розкладання або проекція сигналів  $\{x_k(t)\}$  на базиси  $\psi_{kn}(t)$ ).

Для когерентних  $M$ -позиційних схем ФМ сигнал  $x_k(t) = \operatorname{Re}(a_k e^{j2\pi f_k t}) = \sqrt{2E_s/T} \cos(\omega_k t - \varphi_k) = \sqrt{2E_s/T} \cos(\omega_k t - 2\pi m/M)$ ,  $0 \leq t \leq T$ ,  $E_s$  – енергія сигналу,  $\omega_k$  – несучі частоти,  $T$  – час передачі символу,  $m = \overline{1, M}$ ,  $M$  – розмірність сигнального простору [10].

Припускаючи простір ортонормованим, представимо сигнали  $x_k(t)$ ,  $k = \overline{1, N}$ ,  $M$ -позиційної ФМ у вигляді

$$\begin{aligned} x_k(t) &= x_{k1} \psi_{k1}(t) + x_{k2} \psi_{k2}(t) = \sqrt{E_s} \cos(2\pi m/M) \psi_{k1}(t) + \sqrt{E_s} \sin(2\pi m/M) \psi_{k2}(t), \\ \psi_{k1}(t) &= \sqrt{2/T} \cos \omega_k t, \quad \psi_{k2}(t) = \sqrt{2/T} \sin \omega_k t, \quad x_{k1} = \sqrt{E_s} \cos(2\pi m/M), \\ x_{k2} &= \sqrt{E_s} \sin(2\pi m/M). \end{aligned}$$

З способу синтезу сигналів  $\{x_k(t)\}$  з відповідних коефіцієнтів  $\{x_{kn}\}$  походить і спосіб відновлення векторів по сигналах (передбачається, що сигнали  $x_k(t)$ ,  $k = \overline{1, N}$  завадами не спотворюються).

$$\int_0^T x_k(t) \psi_{kl}(t) dt = \int_0^T \left[ \sum_{n=1}^N x_{kn} \psi_{kn}(t) \right] \psi_{kl}(t) dt = \sum_{n=1}^N x_{kn} \int_0^T \psi_{kn}(t) \psi_{kl}(t) dt = \sum_{n=1}^N x_{kn} \delta_{knl} = x_{kn},$$

де символ Кронекера  $\delta_{nl} = \begin{cases} 1, & n = l, \\ 0, & n \neq l. \end{cases}$

Виконуючи множення та інтегрування для кожної з функцій  $\psi_{kl}(t)$ ,  $1 \leq l \leq N$ , отримуємо  $\vec{x}_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kN})$ .

В  $N$ -вимірному евклідовому просторі коефіцієнти сигналу OFDM можна представити як

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1N} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{NN} \end{bmatrix}.$$

Відповідно у двовимірному просторі:

$$\mathbf{X}^T = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{N1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{N2} \end{bmatrix}.$$

У каналі зв'язку переданий OFDM-сигнал  $x(t)$  спотворюється мультиплікативними та адитивними завадами. Мультиплікативні завади представляються матрицею передачі каналу  $\mathbf{H}$ . В роботі передбачається, що всі елементи матриці  $\mathbf{H}$  дорівнюють одиниці. Як адитивні завади розглядаються флукуаційний шум  $n(t)$  та завади  $j(t)$ .

Флуктуаційний шум  $n(t)$  математично можна представити як випадковий процес:  $n(t) = N(t) \cos(\omega_k t - \varphi_k) = N(t) \cos \varphi_k \cos \omega_k + N(t) \sin \varphi_k \sin \omega_k$ , де  $N(t) \cos \varphi_k$  та  $N(t) \sin \varphi_k$  – гаусівські нормально розподілені випадкові величини. Шум  $n_k(t)$ , присутній в  $k$ -му субканалі OFDM-демодулятора  $g$ -го каналу системи MIMO, можна виразити як лінійну комбінацію  $N$  ортогональних сигналів  $\psi_{k1}(t), \psi_{k2}(t), \dots, \psi_{kN}(t)$ :

$$n_k(t) = \sum_{n=1}^N n_{kn} \psi_{kn}(t), \quad k = \overline{1, N}.$$

Для двовимірного простору:

$$n_k(t) = n_{k1} \psi_{k1}(t) + n_{k2} \psi_{k2}(t), \quad k = \overline{1, N}.$$

Таким чином, сигнал  $n_k(t)$  можна представити у вигляді вектора  $\vec{n}_k = (n_{k1}, n_{k2}, \dots, n_{kN})$  або в матричному вигляді  $\mathbf{N}_k = [n_{k1} \quad n_{k2} \quad \dots \quad n_{kN}]$ .

В  $N$ -вимірному евклідовому просторі для кожного субканалу OFDM-демодулятора коефіцієнти процесу шуму будуть мати такий вигляд:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & \dots & n_{1N} \\ n_{21} & n_{22} & \dots & n_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_{N1} & n_{N2} & \dots & n_{NN} \end{bmatrix}.$$

Відповідно у двовимірному просторі:

$$\mathbf{N}^T = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{21} & \dots & n_{N1} \\ n_{12} & n_{22} & \dots & n_{N2} \end{bmatrix}.$$

Аналогічно флуктуаційному шуму навмисні завади математично можна записати теж як випадковий процес:  $j(t) = J(t) \cos(\omega_k t - \varphi_k) = J(t) \cos \varphi_k \cos \omega_k + J(t) \sin \varphi_k \sin \omega_k$ , де  $J(t) \cos \varphi_k$  та  $J(t) \sin \varphi_k$  – гаусівські нормально розподілені випадкові величини. Заваду  $j_k(t)$ , яка присутня в  $k$ -му субканалі OFDM-демодулятора  $g$ -го каналу системи MIMO, можна виразити як лінійну комбінацію  $N$  ортогональних сигналів  $\psi_{k1}(t), \psi_{k2}(t), \dots, \psi_{kN}(t)$ :

$$j_k(t) = \sum_{n=1}^N j_{kn} \psi_{kn}(t), \quad k = \overline{1, N}.$$

Для двовимірного простору:

$$j_k(t) = j_{k1} \psi_{k1}(t) + j_{k2} \psi_{k2}(t), \quad k = \overline{1, N}.$$

У  $N$ -вимірному евклідовому просторі для кожного субканалу OFDM-демодулятора  $g$ -го каналу системи MIMO коефіцієнти процесу навмисної завади будуть представлені як

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & \dots & j_{1N} \\ j_{21} & j_{22} & \dots & j_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ j_{N1} & j_{N2} & \dots & j_{NN} \end{bmatrix}.$$

На вхід модулятора сигналів OFDM поступають  $M$ -рівневі відліки синфазної та квадратурної складової сигналів ФМ- $M$  або КАМ- $M$ . У зв'язку з тим, що в каналі зв'язку відбувається додавання до синфазної та квадратурної складової сигналів випадкових синфазних і квадратурних складових шуму та завади, розподілених за нормальним законом (рівні відліків шуму та завади приймають значення від  $-\infty$  до  $+\infty$ ), то сигнали, які з'являються на виході субканалів OFDM-демодулятора, є випадковими величинами, які розподілені теж за нормальним законом і приймають значення від  $-\infty$  до  $+\infty$ .

$g$ -й дискретно-неперервний канал, що розглядається, може бути замінений векторною моделлю (рис. 7).

Проаналізуємо пропускну спроможність цього каналу при впливі флуктуаційного шуму разом із шумовою загороджувальною завадою (ШЗЗ), шумовою завадою в частині смуги (ШЗЧС) та завадою у відповідь (ЗВ). Моделі цих завад можна знайти в [9].

Спочатку розглянемо  $k$ -й субканал OFDM.

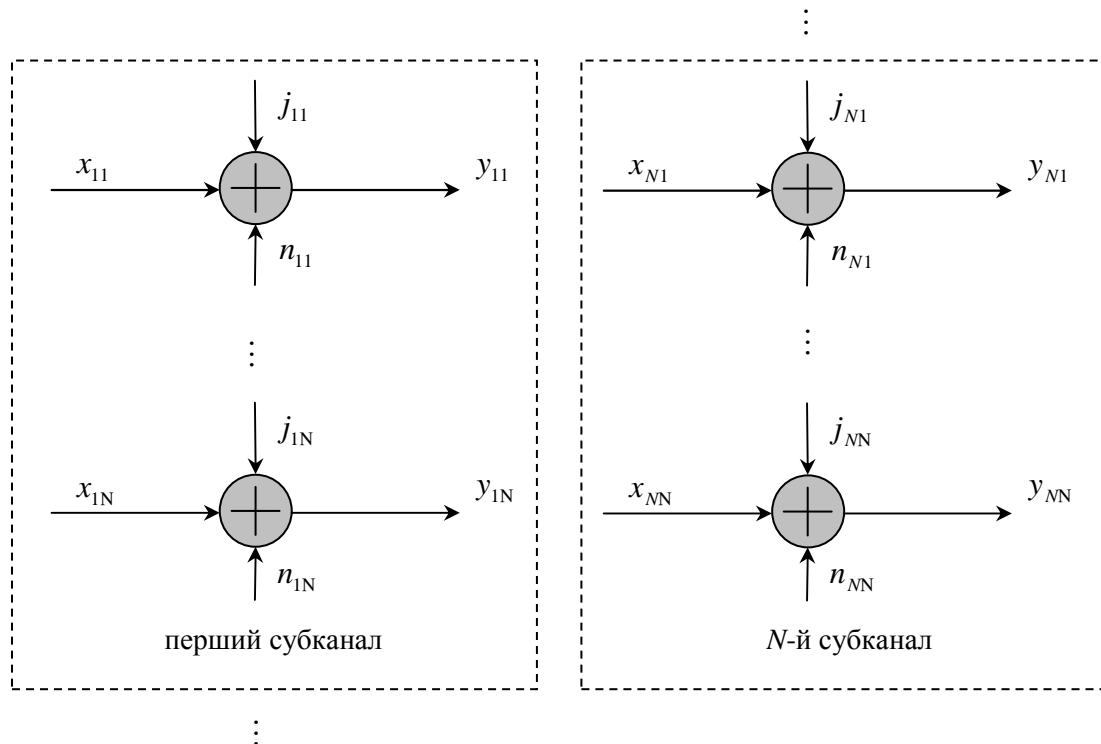


Рис. 7. Структурна схема спрощеної моделі  $g$ -го дискретно-неперервного каналу MIMO з OFDM

Коефіцієнти шумового процесу  $\{n_{kn}\}$ ,  $k = \overline{1, N}$ ,  $n = \overline{1, N}$  є гаусівськими випадковими величинами з нульовим математичним очікуванням і дисперсіями  $G_{k0}/2$ ,  $k = \overline{1, N}$  відповідно.

Функції щільності розподілу ймовірності кожного коефіцієнта мають вигляд [10]

$$w_k(n_{kn}) = \xi_k \left( 0, \frac{G_{k0}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi G_{k0}}} \exp \left( -\frac{(n_{kn})^2}{G_{k0}} \right).$$

Коефіцієнти процесу навмисної завади  $\{j_{kn}\}$ ,  $k = \overline{1, N}$ ,  $n = \overline{1, N}$  також є гаусівськими випадковими величинами з нульовим математичним очікуванням і дисперсіями  $G_{kj}/2$ ,  $k = \overline{1, N}$  відповідно.



Для навмисних завад функції щільності розподілу ймовірності кожного коефіцієнта дорівнюють

$$w_k(j_{kn}) = \eta_k \left( 0, \frac{G_{kj}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi G_{kj}}} \exp \left( -\frac{(j_{kn})^2}{G_{kj}} \right).$$

На цьому рисунку  $\{x_{kn}\}$  приймають дискретні значення,  $\{y_{kn}\}$  – неперервні. Пропускна спроможність  $k$ -го дискретно-неперервного субканалу OFDM, розрахована на один вхідний символ, визначається як максимум кількості інформації, переданої по каналу, по всіх можливих розподілах вхідного сигналу  $x_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  [10]:

$$C_k = \max_{p(x_{k1}), \dots, p(x_{kM})} J_k(\vec{x}_{km}, \vec{y}_k). \quad (3)$$

Пропускна спроможність  $g$ -го каналу системи MIMO буде мати вигляд

$$C_g = \sum_{k=1}^N C_k. \quad (4)$$

У виразі (3)  $J_k(\vec{x}_{km}, \vec{y}_k) = H_k(\vec{x}_{km}) - H_k(\vec{x}_{km} / \vec{y}_k)$  ентропія вхідного сигналу  $H_k(\vec{x}_{km}) = -\sum_{m=1}^M p(\vec{x}_{km}) \log_2 p(\vec{x}_{km})$ , а умовна ентропія

$$H_k(\vec{x}_{km} / \vec{y}_k) = -\sum_{m=1}^M p(\vec{x}_{km}) \int_{-\infty}^{\infty} w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) \log_2 \frac{p(\vec{x}_{km}) w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km})}{w_k(\vec{y}_k)}.$$

Підставивши вирази для  $H_k(\vec{x}_{km})$  та  $H_k(\vec{x}_{km} / \vec{y}_k)$  в (3), а також зважаючи на те, що використовуються  $N$ -вимірні вектори, одержимо відповідно

$$C_k = \max_{p(x_{k1}), \dots, p(x_{kM})} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_k(y_{k1}, \dots, y_{kN} / x_{km1}, \dots, x_{kmN}) p(x_{km1}, \dots, x_{kmN}) \times \\ \times \log_2 \left[ \frac{w_k(y_{k1}, \dots, y_{kN} / x_{km1}, \dots, x_{kmN})}{w_k(y_{k1}, \dots, y_{kN})} \right] dy_{k1} \dots y_{kN}. \quad (5)$$

Запишемо вирази для  $C_k$  у більш спрощеній формі:

$$C_k = \max_{p(x_{k1}), \dots, p(x_{kM})} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) p(\vec{x}_{km}) \log_2 \left[ \frac{w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km})}{w_k(\vec{y}_k)} \right] d\vec{y}_k. \quad (6)$$

Використовуючи перетворення [10]

$$w_k(\vec{y}_k) = \sum_{i=1}^M w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{ki}) p(\vec{x}_{ki}),$$

запишемо (6) у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
C_k &= \max_{p(\vec{x}_{k1}), \dots, p(\vec{x}_{kM})} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) p(\vec{x}_{km}) \log_2 \left[ \frac{w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km})}{\sum_{i=1}^M w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{ki}) p(\vec{x}_{ki})} \right] d\vec{y}_k = \\
&= \max_{p(\vec{x}_{k1}), \dots, p(\vec{x}_{kM})} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) p(\vec{x}_{km}) \log_2 w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) d\vec{y}_k - \\
&- \max_{p(\vec{x}_{k1}), \dots, p(\vec{x}_{kM})} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) p(\vec{x}_{km}) \log_2 \sum_{i=1}^M w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{ki}) p(\vec{x}_{ki}) d\vec{y}_k = I_{k1} - I_{k2}. \quad (7)
\end{aligned}$$

Передбачається, що символи  $x_{km}$ ,  $m = 1, \dots, M$ , які надходять на вхід каналу, рівномірні, тоді

$$p(\vec{x}_{km}) = \frac{1}{M}, m = 1, \dots, M. \quad (8)$$

Для каналу з адитивним білим гаусівським шумом (дисперсія  $\sigma_{kn}^2 = G_{k0}/2$ ) функція умовної щільності розподілу ймовірностей величини  $\vec{y}_k$  за умови, що передавалася величина  $\vec{x}_{km}$ , визначається [10]:

$$\begin{aligned}
w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) &= \prod_{n=1}^N w_k(y_{kn} / x_{kmn}) = \prod_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{\pi G_{k0}}} \exp \left[ \frac{-(y_{kn} - x_{kmn})^2}{G_{k0}} \right] = \\
&= \frac{1}{(\sqrt{\pi G_{k0}})^N} \exp \sum_{n=1}^N \left[ \frac{-(y_{kn} - x_{kmn})^2}{G_{k0}} \right] = \frac{1}{(\sqrt{\pi G_{k0}})^N} \exp \left[ \frac{-|\vec{y}_k - \vec{x}_{km}|^2}{G_{k0}} \right], \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\text{де } \sum_{n=1}^N \left[ \frac{-(y_{kn} - x_{kmn})^2}{G_{k0}} \right] = \frac{-|\vec{y}_k - \vec{x}_{km}|^2}{G_{k0}}.$$

З урахуванням (8) і (9), запишемо вираз для  $I_{k1}$  таким чином:

$$\begin{aligned}
I_{k1} &= \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) p(\vec{x}_{km}) \log_2 w_k(\vec{y}_k / \vec{x}_{km}) d\vec{y}_k = \\
&= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{\pi G_{k0}})^N} \exp \left[ \frac{-|\vec{y}_k - \vec{x}_{km}|^2}{G_{k0}} \right] \log_2 \frac{1}{(\sqrt{\pi G_{k0}})^N} \exp \left[ \frac{-|\vec{y}_k - \vec{x}_{km}|^2}{G_{k0}} \right] d\vec{y}_k. \quad (10)
\end{aligned}$$

В результаті математичних перетворень отримаємо

$$I_{k1} = -\frac{N}{2} \log_2(\pi e G_{k0}),$$

$$I_{k2} = -\log_2(M) - \frac{N}{2} \log_2(\pi e G_{k0}) + \\ + \frac{1}{M(\sqrt{\pi})^N} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-|\vec{t}_k|^2) \log_2 \left[ \sum_{i=1}^M \exp[-2\vec{t}_k \vec{d}_{kmi} - |\vec{d}_{kmi}|^2] \right] d\vec{t}_k, \quad (11)$$

$$\text{де } \vec{d}_{kmi} = \frac{\vec{x}_{km} - \vec{x}_{ki}}{\sqrt{G_{k0}}}.$$

Підставивши (10), (11) в (7), одержимо формулу для розрахунку пропускної спроможності  $k$ -го дискретно-неперервного субканалу сигналу OFDM із урахуванням розмірності евклідового простору  $N$  і розмірності сигнального сузір'я  $M$ :

$$C_k = \log_2(M) - \frac{1}{M(\sqrt{\pi})^N} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-|\vec{t}_k|^2) \log_2 \left[ \sum_{i=1}^M \exp[-2\vec{t}_k \vec{d}_{kmi} - |\vec{d}_{kmi}|^2] \right] d\vec{t}_k, \quad (12)$$

$$\text{де } \vec{d}_{kmi} = \frac{\vec{x}_{km} - \vec{x}_{ki}}{\sqrt{G_{k0}}}.$$

При впливі ШЗЗ на полосу частот, яка відповідає  $k$ -му субканалу сигналу OFDM, дисперсія  $\sigma_k^2$  буде мати вигляд  $\sigma_k^2 = \sigma_{kn}^2 + \sigma_{kj}^2 = (G_{k0} + G_{kj})/2$ , де  $\sigma_{kn}^2$  – дисперсія флуктуаційного шуму,  $\sigma_{kj}^2$  – дисперсія навмисної завади,  $G_{kj}$  – спектральна щільність потужності навмисної завади.

При впливі ШЗЧС на полосу частот, яка відповідає  $k$ -му субканалу сигналу OFDM, дисперсія буде визначатися як  $\sigma_k^2 = \sigma_{kn}^2 + \sigma_{kj}^2 = G_{k0}/2 + G_{kj}/2\gamma_k$ .

У випадку впливу завади у відповідь на полосу частот, яка відповідає  $k$ -му субканалу сигналу OFDM, дисперсія  $\sigma_k^2$  буде визначатися як  $\sigma_k^2 = \sigma_{kn}^2 + \sigma_{kj}^2 = (G_{k0} + G_{kj})/2$ . Для всіх розглянутих випадків, при відсутності навмисних завад, дисперсія  $\sigma_k^2 = \sigma_{kn}^2 = G_{k0}/2$ .

Для  $k$ -го субканалу сигналу OFDM із флуктуаційним шумом і ШЗЗ, ШЗЧС, ЗВ функції умовної щільності розподілу ймовірності величин  $\{y_{kn}\}$  за умови, що передавалися величини  $\{x_{kn}\}$  і впливали навмисні завади  $\{j_{kn}\}$ , відповідно для кожного частотного субканалу сигналу OFDM, визначаються за аналогією з (9):

– при ШЗЗ

$$w_k(\vec{y}_{kj} / \vec{x}_{km}) = \frac{1}{(\sqrt{\pi(G_{k0} + G_{kj})})^N} \exp \left[ \frac{-|\vec{y}_{kj} - \vec{x}_{km}|^2}{G_{k0} + G_{kj}} \right]; \quad (13)$$

– при ШЗЧС

$$w_k(\vec{y}_{kj} / \vec{x}_{km}) = \frac{1}{\left( \sqrt{\pi \left( G_{k0} + \frac{G_{kj}}{\gamma_k} \right)} \right)^N} \exp \left[ \frac{-|\vec{y}_{kj} - \vec{x}_{km}|^2}{G_{k0} + \frac{G_{kj}}{\gamma_k}} \right]; \quad (14)$$

– при ЗВ

$$w_k(\vec{y}_{kj} / \vec{x}_{km}) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}(G_{k0} + G_{kj}))^N} \exp\left[-\frac{|\vec{y}_{kj} - \vec{x}_{km}|^2}{G_{k0} + G_{kj}}\right]. \quad (15)$$

Підставивши (13)–(15) у формули для розрахунку  $I_{k1}$  та  $I_{k2}$  – (10) і (11), а також виконавши за аналогією всі показані вище операції, одержимо вирази для розрахунку пропускну спроможності для  $k$ -го дискретно-неперервного субканалу сигналу OFDM для випадку обов'язкової присутності завади. Таким чином:

– для ШЗЗ

$$C_{ka} = \log_2(M) - \frac{1}{M(\sqrt{\pi})^N} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-|\vec{t}_k|^2) \times \\ \times \log_2 \left[ \sum_{i=1}^M \exp\left[-2\vec{t}_k \vec{d}_{ka mi} - |\vec{d}_{ka mi}|^2\right] \right] d\vec{t}_k, \quad (16)$$

$$\text{де } \vec{d}_{ka mi} = \frac{\vec{x}_{km} - \vec{x}_{ki}}{\sqrt{G_{k0} + G_{kj}}};$$

– для ШЗЧС

$$C_{kb} = \log_2(M) - \frac{1}{M(\sqrt{\pi})^N} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-|\vec{t}_k|^2) \times \\ \times \log_2 \left[ \sum_{i=1}^M \exp\left[-2\vec{t}_k \vec{d}_{kb mi} - |\vec{d}_{kb mi}|^2\right] \right] d\vec{t}_k, \quad (17)$$

$$\text{де } \vec{d}_{kb mi} = \frac{\vec{x}_{km} - \vec{x}_{ki}}{\sqrt{G_{k0} + \frac{G_{kj}}{\gamma_k}}};$$

– для ЗВ

$$C_{kc} = \log_2(M) - \frac{1}{M(\sqrt{\pi})^N} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-|\vec{t}_k|^2) \times \\ \times \log_2 \left[ \sum_{i=1}^M \exp\left[-2\vec{t}_k \vec{d}_{kc mi} - |\vec{d}_{kc mi}|^2\right] \right] d\vec{t}_k, \quad (18)$$

$$\text{де } \vec{d}_{kc mi} = \frac{\vec{x}_{km} - \vec{x}_{ki}}{\sqrt{G_{k0} + G_{kj}}}.$$

Стан ШЗЧС – це випадкова величина  $z$ , обумовлена як  $P(z=1) = \gamma$ , якщо завада присутня, і  $P(z=0) = 1 - \gamma$ , якщо завада відсутня. Аналогічно для ЗВ, її стан також є випадковою величиною  $q$ , такий, що  $P(q=1) = \gamma$ , якщо завада присутня, і  $P(q=0) = 1 - \gamma$ , якщо завада відсутня.

З урахуванням цього, вирази для розрахунку пропускну спроможності  $k$ -го субканалу сигналу OFDM при впливі навмисних завод приймуть вигляд:

– при ШЗЗ (випадок ШЗЧС з  $\gamma = 1$ )

$$C_k = C_{ka}; \quad (19)$$

– при ШЗЧС

$$C_k = \gamma_k C_{kb} + (1 - \gamma_k) C_k; \quad (20)$$

– при ЗВ

$$C_k = \gamma_k C_{kc} + (1 - \gamma_k) C_k. \quad (21)$$

Для розрахунку пропускної спроможності  $g$ -го каналу МІМО з сигналами OFDM в умовах впливу завади від однієї станції радіоелектронної протидії на певні  $k$ -ті субканали необхідно підставити в (4) вирази  $C_k = C_{ka}$  для відповідних  $k$ -х субканалів при впливі ШЗЗ,  $C_k = \gamma_k C_{kb} + (1 - \gamma_k) C_k$  для відповідних  $k$ -х субканалів при впливі ШЗЧС та  $C_k = \gamma_k C_{kc} + (1 - \gamma_k) C_k$  для відповідних  $k$ -х субканалів при впливі ЗВ. В умовах відсутності завад в (4) необхідно підставити вираз (12) для відповідних  $k$ -х субканалів, в яких відсутні завади. Відповідні операції необхідно проробити у випадку впливу навмисних завад на  $(g + p)$ -ті канали МІМО з сигналами OFDM і т.д.

Пропускна спроможність каналу системи з технологією МІМО-OFDM буде визначатися як

$$C = \sum_{g=1}^L \sum_{k=1}^N C_k. \quad (22)$$

Вираз для розрахунку пропускної спроможності системи з технологією МІМО-OFDM можна представити в такому вигляді:

$$C = \sum_{g=1}^L \left[ \sum_k C_{ka}^{(g)} a_k^{(g)} + \sum_k (\gamma_k^{(g)(s)} C_{kb}^{(g)} + (1 - \gamma_k^{(g)(s)}) C_k^{(g)}) b_k^{(g)} + \sum_k (\gamma_k^{(g)(s)} C_{kc}^{(g)} + (1 - \gamma_k^{(g)(s)}) C_k^{(g)}) c_k^{(g)} + \sum_k C_k^{(g)} d_k^{(g)} \right], \quad (23)$$

де  $a_k^{(q)} = 1$ ,  $b_k^{(q)} = 1$ ,  $c_k^{(q)} = 1$ ,  $d_k^{(q)} = 1$  у випадку присутності навмисної завади і  $a_k^{(q)} = 0$ ,  $b_k^{(q)} = 0$ ,  $c_k^{(q)} = 0$ ,  $d_k^{(q)} = 0$ , коли завада відсутня,  $s$  – номер станції завад. У формулі (23)  $C_k^{(q)}$  розраховується за формулою (12),  $C_{ka}^{(q)}$ ,  $C_{kb}^{(q)}$ ,  $C_{kc}^{(q)}$  – за формулами (16)–(18) відповідно.

Як приклад розглянемо програмовану радіостанцію, що використовує сигнали OFDM-16 та систему МІМО  $2 \times 2$ , на яку впливають три станції завад. Перша станція випромінює ШЗЗ та впливає на полосу частот сигналу OFDM-16, яка відповідає субканалам з першого по десятий першого каналу системи МІМО  $2 \times 2$ . Друга станція завад випромінює ШЗЧС з коефіцієнтом  $\gamma_{1-6}^{(2)(2)} = 0,7$  та впливає на полосу частот сигналу OFDM-16, яка відповідає субканалам з 1 по 6 другого каналу системи МІМО  $2 \times 2$ . Третя станція завад випромінює ШЗЧС з коефіцієнтом  $\gamma_{10-16}^{(2)(3)} = 0,8$  та впливає на полосу частот сигналу OFDM-16, яка відповідає субканалам з 10 по 16 другого каналу системи МІМО  $2 \times 2$ . В субканалах 1–16 першого каналу системи МІМО  $2 \times 2$  використовується модуляція ФМ-4, в субканалах 1–9 другого каналу системи МІМО  $2 \times 2$  – ФМ-2, а в субканалах 10–16 – ФМ-8. На рис. 5 показана залежність пропускної спроможності системи з технологією МІМО-OFDM від відношення сигнал-шум в каналі  $h_0^2$  (відношення енергії сигналу до спектральної щільності потужності шуму) (відношення сигнал-завада дорівнює 0 дБ). Перша характеристика розрахована за формулою (23), тобто відповідає випадку впливу навмисних завад та флуктуаційного шуму на систему МІМО  $2 \times 2$  з сигналом OFDM-16. Друга характеристика від-

повідляє впливу тільки флуктуаційного шуму на систему MIMO 2×2 з сигналом OFDM-16 та розрахована за формулами (4), (12), (22). Третя залежність – випадок впливу на систему MIMO 2×2 з сигналом ФМ-2 флуктуаційного шуму, розрахована за формулами (12), (22).

Розглянемо випадок, аналогічний вищевказаному, коли на програмовану радіостанцію, яка використовує сигнали OFDM-16 та систему MIMO 2×2, впливають три станції завод. Пропускную спроможність системи в цьому випадку можна підвищити, якщо додати кількість каналів системи MIMO. Виберемо систему MIMO 4×4 та передбачимо, що на 3 та 4 канали системи MIMO 4×4 навмисні заводи не впливають. У субканалах 1-16 третього каналу системи MIMO 4×4 використовується модуляція ФМ-4, в субканалах 1-16 четвертого каналу системи MIMO 4×4 – ФМ-8. На рис. 6 показана відповідна залежність пропускної спроможності системи з технологією MIMO-OFDM від відношення сигнал-шум в каналі  $h_0^2$  (відношення сигнал-завада дорівнює 0 дБ).

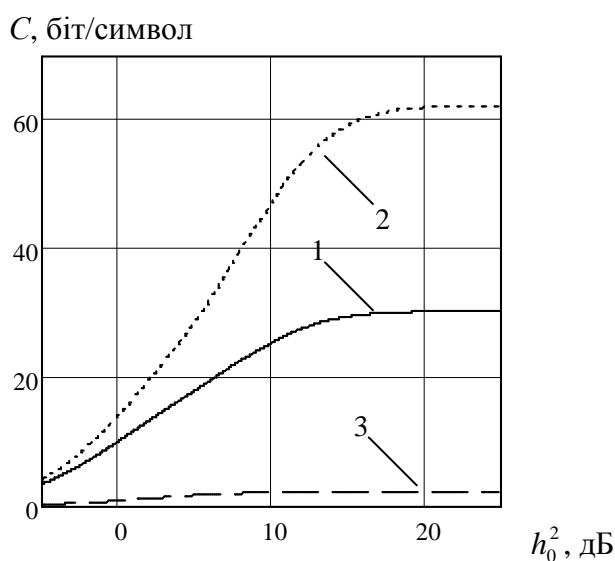


Рис. 8. Залежність пропускної спроможності каналу від відношення сигнал-шум при впливі ШЗЧС та шуму на систему MIMO 2×2 з сигналами OFDM-16 (крива 1), при впливі тільки шуму на систему MIMO 2×2 з сигналами OFDM-16 (крива 2) та на систему MIMO 2×2 з сигналами ФМ-2 (крива 3)

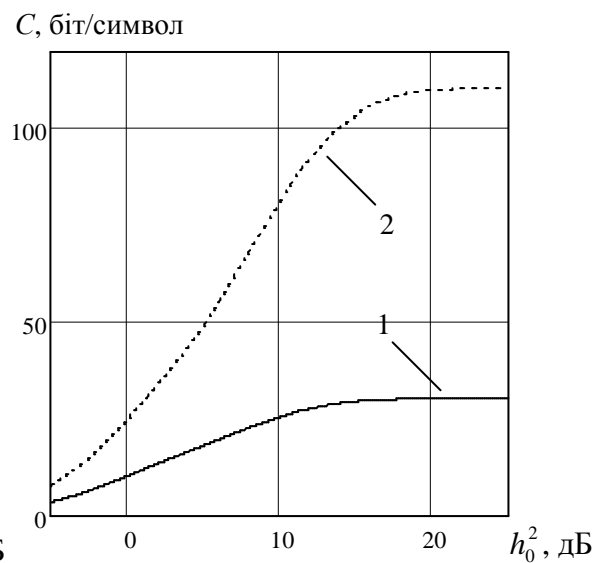


Рис. 9. Залежність пропускної спроможності каналу від відношення сигнал-шум при впливі ШЗЧС та шуму на систему MIMO 2×2 (крива 1) та MIMO 4×4 (крива 2) з сигналами OFDM-16

## 5. Висновки

Використовуючи основні положення теорії інформації, теорії сигналів та теорії зв'язку, у роботі вперше отримані нові аналітичні залежності, які дозволяють розраховувати пропускну спроможність каналу зв'язку з технологією MIMO-OFDM з урахуванням спектральних характеристик та щільності розподілу ймовірностей квадратурних складових флуктуаційного шуму та навмисних завод.

Отримані аналітичні залежності для розрахунку пропускної спроможності відрізняються від відомих урахуванням впливу навмисних завод та застосуванням дискретно-неперервного каналу для систем з технологією MIMO-OFDM.

Проведений аналіз показав, що вплив навмисних завод на канали програмованих радіостанцій з технологією MIMO-OFDM істотно знижує їх пропускну спроможність.

Підвищити пропускну спроможність каналів програмованих радіостанцій з технологією MIMO-OFDM можна за рахунок збільшення субканалів сигналів OFDM та каналів MIMO.

Одержані результати можна використовувати для розрахунку пропускну спроможності каналів зв'язку радіозасобів з технологією MIMO-OFDM, а також для вибору параметрів сигнально-кодкових конструкцій перспективних засобів радіозв'язку, розв'язавши задачу математичного програмування, яка полягає в знаходженні оптимальних параметрів сигнально-кодкових конструкцій, що забезпечують максимум пропускну спроможності каналу при обмеженнях на достовірність прийому інформації.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Khan F. LTE for 4G Mobile Broadband. Air Interface Technologies and Performance / Khan F. – Cambridge: Cambridge University Press, 2009. – 509 p.
2. Cho Y. MIMO-OFDM Wireless Communications with Matlab / Y. Cho, J. Kim, W. Yang [et al.]. – Singapore: John Wiley & Sons, 2010. – 457 p.
3. Ergen M. Mobile Broadband. Including Wimax and LTE / Ergen M. – Berkeley: Springer Science+Business Media, 2009. – 515 p.
4. Sesia S. LTE – The UMTS Long Term Evoluton. From Theory to Practice / Sesia S., Toufik I., Baker M. – West Sussex: John Wiley & Sons, 2009. – 626 p.
5. Зайцев С.В. Анализ принципов построения программируемых радиостанций / С.В. Зайцев, С.П. Ливенцев, А.И. Артюх // Зв'язок. – 2007. – № 5. – С. 46 – 54.
6. Пат. на корисну модель 33338, МПК Н03М 13-37. Пристрій оптимізації процесу турбодекодування при низьких значеннях відношення сигнал-шум в каналі / Артюх О.І., Лівенцев С.П., Зайцев С.В., Кувшинов О.В., Горлинський Б.В. – заявл. 21.02.08; опубл. 25.06.08, Бюл. № 12.
7. А.с. 17007 Україна. Имитационная модель системы радиосвязи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты, помехоустойчивым турбокодированием и функционирующая в условиях радиоэлектронного противодействия / С. Зайцев, С. Ливенцев, Б. Горлинський, А. Артюх. – заявл. 19.04.06; опубл. 2006, Бюл. № 10.
8. McIlree P. Channel Capacity Calculations for M-ary N-dimensional Signal Sets: Thesis for the degree of Master of Engineering in Electronic Engineering / P. McIlree. – South Australia: The University of South Australia, 1995. – P. 7 – 24.
9. Особенности декодера турбокода в программируемых радиостанциях при воздействии помех / С.П. Ливенцев, С.В. Зайцев, С.В. Кныр [и др.] // Зв'язок. – 2007. – № 2. – С. 31 – 35.
10. Зайцев С.В. Анализ пропускной способности дискретно-непрерывного канала связи для программируемых радиостанций с цифровыми методами модуляции сигнала при воздействии организованных помех / С.В. Зайцев // Правове, нормативне та метрологічне забезпечення систем захисту інформації в Україні. – 2006. – № 2 (13). – С. 27 – 32.
11. Hanzo L. MIMO-OFDM for LTE, WiFi and WiMax. Coherent versus Non-coherent and Cooperative Turbo-transceivers / Hanzo L., Akhtman Y., Wang L. – West Sussex, UK: John Wiley & Sons, 2011. – 658 p.
12. Dahlman E. 4G LTE/LTE-Advanced for Mobile Broadband / Dahlman E., Parkvall S., Skold J. – Oxford, UK: Academic Press is an imprint of Elsevier, 2011. – 431 p.

*Стаття надійшла до редакції 11.08.2011*