

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СТРУКТУРЫ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ

***Аннотация.** Предлагается применение нового метода исключения для оценки надежности структуры сложной системы. Приводятся результаты сравнения работы методов наложения, исключения и метода Монте-Карло при анализе надежности структуры сложной системы.*

***Ключевые слова:** сложная система, надежность, надежность сложной системы, метод наложения, метод Монте-Карло, метод исключения.*

***Анотація.** Пропонується застосування нового методу виключення для оцінки надійності структури складної системи. Наводяться результати порівняння роботи методів накладення, виключення і методу Монте-Карло при аналізі надійності структури складної системи.*

***Ключові слова:** складна система, надійність, надійність складної системи, метод накладення, метод Монте-Карло, метод виключення.*

***Abstract.** Use of the new method of exclusion for the estimation of reliability of a complex system is proposed. The results of overlay methods performing comparison, the exclusion method and the Monte Carlo method in the analysis of the reliability of structure of a complex system are shown.*

***Keywords:** complex system, reliability, reliability of complex system, overlay method, Monte Carlo method, exclusion method.*

1. Введение

Анализ и оценка надежности структуры сложной системы по вероятностным характеристикам ее компонентов занимают ключевые позиции в современных исследованиях, посвященных организации и обслуживанию технических производственных систем. Проведение подобных исследований существенно всякий раз, когда стоимость отказа системы высока либо система относится к классу опасных объектов с высоким уровнем ущерба [1–3].

В качестве основных параметров оценки структуры системы, с точки зрения теории надежности и безопасности, выделяют показатели надежности (или безотказности), отказоустойчивости и эффективности функционирования системы [1, 2]. Надежность системы определим как вероятность того, что система со всеми ее подсистемами и составными компонентами успешно завершит задачу, для исполнения которой она предназначена, при условиях, с которыми встречаются в течение установленного периода времени, определенного между входом и выходом (источником и приемником).

Оценка надежности – количество эксплуатационной надежности системы. Отказоустойчивость – способность системы функционировать, имея отказы различных составных компонентов. Эффективность – свойство системы, характеризующее степень выполнения назначенных системе задач в процессе ее эксплуатации. Анализ данных параметров производится путем исследования отношений зависимости между составными компонентами системы и их влияния на систему в целом.

Для решения задачи оценки надежности системы используют многочисленные методы математического и имитационного моделирования [3, 4], позволяющие с заданной точностью находить требуемые показатели. Однако применимость данных методов ограничивается параметрами исследуемой системы: наличием сложной топологии, то есть несводимостью к последовательно-параллельному представлению, либо большой размерностью, исключающей применение булева разложения и бинарных алгоритмов полного перебора.

В настоящее время широкое развитие имеют методы исследования систем, представляемых как чистые параллельно-последовательные структуры, или систем, в которых сложную топологию можно свести к параллельно-последовательной. Современные вычислительные алгоритмы исследования сложных систем основаны на переборе состояний, использовании нейронных сетей и эвристических алгоритмов, параллельном анализе. Исследования, направленные на получение приблизительных данных параметров оценки структуры системы, используют методы имитационного моделирования, дополняя их границами для уменьшения сложности вычислений [3, 5].

Рассматриваемый в статье новый метод исключения позволяет оценить надежность сложной системы, представляемой в графическом виде и характеризующейся наличием большого числа составных компонентов, сложной топологией и имеющей вероятностную характеристику надежности составных элементов.

Целью статьи является описание идеи, алгоритма, способа применения метода исключения для оценки надежности сложной системы. Приведены результаты работы метода исключения при исследовании структуры сложных систем, сравнения полученных данных с данными аналогичных (решающих эти же задачи) методов – метода наложения, метода Монте Карло и метода полного перебора.

2. Метод исключения для оценки надежности сложной системы

В качестве объекта исследования будем рассматривать систему, представляемую в форме графовой структуры – комбинации вершин (узлов) и ребер. Узлы графа описывают все возможные состояния компонентов системы и их соответствующие вероятностные характеристики, ребра – связи компонентов между собой, граф неориентированный.

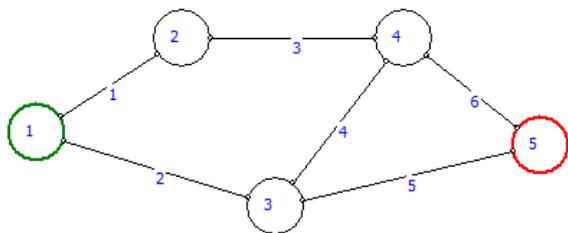


Рис. 1. 5-узловой 3-путный граф системы

В качестве примера рассмотрим образец системы, представленной 5-узловым графом (рис. 1). Начальный узел системы (вход) – узел под номером 1, целевой узел (выход) – 5 (система «1 – 5»). Пусть для данной системы каждый узел графа имеет показатель надежности $R = 0,9$, что можно трактовать в зависимости от задач исследования: 90 %

времени узел функционирует, 10 % – не выполняет свои функции либо с вероятностью 0,9 в настоящий момент времени узел исправен (работает) и вероятностью 0,1 – находится в неисправном состоянии. При использовании метода полного перебора список рассматриваемых различных вариантов состояния системы включал бы $2^5=32$ записи, составляющие полную связь между 1 и 5 узлами графа. В табл. 1 представлены варианты нахождения узлов графа в одном из двух возможных состояний (1 – узел находится в рабочем состоянии, 0 – в противном случае), определяющих рабочее состояние исследуемой системы и соответствующие им показатели надежности (отличные от нуля).

Применение метода полного перебора и его табличной реализации оправдано для систем, представляемых графами с малым количеством узлов, поскольку рост числа рассматриваемых вариантов функционирования системы имеет экспоненциальную природу. Так, система, содержащая 10 узлов, потребует рассмотрения 10 столбцов и 2^{10} (1025) строк (10 250 полных ячеек), а система с 20 узлами потребует 20 столбцов и 2^{20} (1 048 576) строк (20 971 520 полных ячеек).

Рассмотрение графа с малым количеством узлов удобно для анализа влияния путей в графе друг на друга и на показатель надежности системы. Путь в графе – конечная последовательность узлов, в которой каждый узел, кроме целевого, соединен со следующим в последовательности узлов ребром.

Рассмотрение графа с малым количеством узлов удобно для анализа влияния путей в графе друг на друга и на показатель надежности системы. Путь в графе – конечная последовательность узлов, в которой каждый узел, кроме целевого, соединен со следующим в последовательности узлов ребром.

Таблица 1. Список рабочих состояний 5-узловой 3-путной системы «1 – 5» с ненулевыми показателями надежности

Узел					Надежность	Надежность «1-5»
1	2	3	4	5		
1	0	1	0	1	0,00729	0,00729
1	0	1	1	1	0,06561	0,06561
1	1	0	1	1	0,06561	0,06561
1	1	1	0	1	0,06561	0,06561
1	1	1	1	1	0,59049	0,59049
Полная надежность					1	0,79461

Исследуем систему, представленную на рис. 1, с точки зрения образуемых путей от узла 1 к узлу 5. Существуют три таких пути {1→3→5}, {1→3→4→5} и {1→2→4→5}. В табл. 2 приведены список состояний системы, соответствующих данным путям, и значения надежности.

Таблица 2. Список состояний 5-узловой 3-путной системы «1-5» с показателями надежности для существующих путей

Узел					Надежность	Надежность пути		
1	2	3	4	5		{1→3→5},	{1→3→4→5}	{1→2→4→5}.
1	0	1	0	1	0,00729	0,00729		
1	0	1	1	1	0,06561	0,06561	0,06561	
1	1	0	1	1	0,06561			0,06561
1	1	1	0	1	0,06561	0,06561	0,06561	
1	1	1	1	1	0,59049	0,59049	0,59049	0,59049
Полная надежность					1	0,729	0,72171	0,6561

Путь в графе назовем минимальным или родительским, если любой другой путь, соединяющий те же начальный и целевой узлы, либо содержит в себе данный путь, либо содержит замещение одного из узлов данного пути.

Путь в графе назовем дочерним, если существует такой родительский путь, который полностью входит в состав данного пути, то есть содержит все узлы из набора родительского пути.

Как видно из табл. 2, путь {1→3→5} является минимальным и родительским для пути {1→3→4→5}. Учитывая в надежности системы надежность родительского пути (в нашем случае {1→3→5}), будем учитывать надежность и всех его дочерних путей, поскольку для их исполнения требуются более строгие условия. Определить надежность пути можно простым перемножением показателей надежности всех узлов, входящих в данный путь. Так, для родительского пути {1→3→5} показатель надежности:

$$R_{1-3-5} = R_1 \times R_3 \times R_5 = 0,9^3 = 0,729 .$$

Исследуемая система имеет второй минимальный путь {1→2→4→5}, в котором узел 2 можем считать замещением узла 3 первого родительского пути. Общая надежность данного пути может быть определена как сумма входящих в ее состав наборов состояний (данные табл. 2), так и путем перемножения показателей надежности узлов, образующих путь:

$$R_{1-2-4-5} = R_1 \times R_2 \times R_4 \times R_5 = 0,9^4 = 0,6561 .$$

Из данных таблицы видно, что сумма надежностей двух минимальных путей ($=1,385$) точно на $0,59049$ больше, чем требуемый результат. Это вероятность наложения (перекрытия) между двумя путями. Для случая графа, узлы которого имеют одинаковые надежности (например, при представлении компьютерных сетей), подобные пересечения могут быть найдены с помощью метода наложения, предложенного и реализованного американскими учеными-исследователями Сахиноглом и Райсом (Mehmet Sahinoglu, Benjamin Rice) [5]. Решение задачи нахождения надежности системы в случае различных показателей надежности узлов графа осуществляет предлагаемый новый метод исключения.

Суть метода исключения заключается в корректировке показателя надежности минимального пути системы коэффициентом исключения (L) таким образом, чтобы уменьшить показатель надежности минимальных путей на дублируемые величины (перекрытия). Для рассматриваемого примера 5-узловой системы (рис. 1) коэффициент исключения рассчитывается для второго минимального пути как отрицание замещенного в первом минимальном пути узла:

$$L_{1-2-4-5} = \overline{R_3} = 1 - R_3 = 1 - 0,9 = 0,1.$$

Тогда надежность рассматриваемой системы рассчитывается следующим образом:

$$R_{sys} = R_{1-3-5} + R_{1-2-4-5} \times L_{1-2-4-5} = 0,729 + 0,6561 \cdot 0,1 = 0,79461.$$

Рассмотрим метод исключения для случая исследования графического представления абстрактной системы.

Метод исключения можно разбить на два этапа: поиск набора минимальных путей на графе и расчет на его базе согласно правилам исключения вероятностного показателя надежности системы.

Этап поиска набора минимальных путей напрямую связан с эффективностью дальнейшего применения метода исключения. На данном этапе необходимо исключить возможность дублирования путей, а также организовать сортировку найденных путей в порядке возрастания их длины (длина пути – количество образующих путь узлов), поскольку это может экспоненциально повлиять на полное время исполнения алгоритма метода.

Для применения метода исключения рационально иметь уникально упорядоченные узлы графа системы. Упорядочивание может быть выполнено алфавитной сортировкой или присвоением абстрактного индекса ($1, \dots, n$) каждому узлу перед применением метода. Порядок узлов не важен, поскольку набор минимальных путей не зависит от индексации.

Пусть имеем граф, состоящий из n уникально упорядоченных узлов $X = \{x_j \mid j = \overline{1, n}\}$ (индекс j однозначно определяет узел x_j) и содержащий m минимальных путей $S = \{N_i \mid i = \overline{1, m}\}$, где $N_i = \{x_j \mid j \in J\}$, $J = \{1, 2, \dots, n\}$ – i -ый минимальный путь. Каждый узел графа x_j , $j \in J$ характеризуется некоторой вероятностной величиной $p_j \in [0, 1]$, в приводимом исследовании это надежность, то есть вероятность нахождения узла в рабочем состоянии.

Надежность i -ого пути:

$$P_i = \prod_{j \in K} p_j, K = \{j \in J \mid x_j \in N_i\}. \quad (1)$$

Надежность системы определяется следующей формулой:

$$P = \sum_{i=1}^m P_i \cdot L_i, \quad (2)$$

где $L_i = \overline{\bigwedge_{l=1}^{i-1} T_l}$ – коэффициент исключения, $T_l = \{x_q \mid x_q \in N_l, x_q \notin N_i\}$ – набор замещенных узлов l -ого пути. Формула для коэффициентов исключения раскрывается согласно правилам исключения.

Правила исключения:

1. Пусть набор T_l содержит r узлов, тогда преобразование замещенных узлов и переход к числовому выражению соответствующей вероятностной характеристики коэффициента исключения (в приводимом исследовании – надежности) осуществляется по следующим формулам:

$$\begin{aligned} T_l &= (x_q^1 x_q^2 \dots x_q^r) = x_q^1 x_q^2 \dots x_q^r \rightarrow p_q^1 \cdot p_q^2 \cdot \dots \cdot p_q^r, \\ \overline{T_l} &= \overline{(x_q^1 x_q^2 \dots x_q^r)} = \overline{x_q^1} + \overline{x_q^1 x_q^2} + \dots + \overline{x_q^1 x_q^2 \dots x_q^{r-1} x_q^r} \rightarrow \\ &= p_q^1 + p_q^1 p_q^2 + \dots + p_q^1 p_q^2 \dots p_q^{r-1} p_q^r = 1 - p_q^1 + p_q^1 (1 - p_q^2) + \dots + p_q^1 p_q^2 \dots p_q^{r-1} (1 - p_q^r). \end{aligned} \quad (3)$$

2. Если один из наборов T_s коэффициента исключения L_i входит в состав другого набора замещенных узлов T_v (то есть каждый узел набора T_s содержится в наборе T_v), то из состава коэффициента исключения L_i более широкий набор T_v удаляется.

3. Для различных наборов T_s и T_v коэффициента исключения, не содержащих общих узлов:

$$\overline{(T_s \& T_v)} = (\overline{T_s} \& \overline{T_v}) = \overline{T_s} \cdot \overline{T_v}. \quad (4)$$

4. Пусть наборы T_s и T_v содержат общие узлы, тогда их возможно представить в следующем виде: $T_s = CA$, $T_v = CB$, где C – общий и A, B – уникальные поднаборы замещенных узлов наборов. Коэффициент исключения L_i в этом случае преобразуется к виду

$$\overline{(T_s \& T_v)} = \overline{(CA \& CB)} = \overline{C} + C \cdot \overline{(A \& B)}. \quad (5)$$

3. Алгоритм метода исключения

Метод исключения реализует последовательное исполнение алгоритма генерации набора минимальных путей и алгоритма исключения. Проведение после алгоритма генерации предварительной сортировки полученных путей по возрастанию их длин повышает эффективность работы (сокращает время исполнения) алгоритма исключения.

Задача поиска набора минимальных путей может быть решена обращением к идее структурированного алгоритма с использованием простого стека [6]. Предполагается наличие уникального упорядочения узлов графа, то есть каждому из узлов поставлен в соответствие абстрактный индекс $(1, \dots, n)$.

Алгоритм поиска минимальных путей: добавляется стартовый (начальный) узел на первоначально пустой стек, и повторяется следующий алгоритм для внесенного (текущего) узла стека, пока стек снова не станет пустым.

1. Если текущий узел соединяется непосредственно с целевым узлом:

- а) целевой узел добавляется в стек;
- б) текущий стек сохраняется как новый минимальный путь (первый узел в стеке – узел запуска, он представляет начало минимального пути, текущий узел – целевой, он представляет конец пути);

с) из стека исключаются два последних узла пути: целевой узел и узел, который соединяется непосредственно с ним.

2. Если текущий узел не соединяется непосредственно с целевым узлом, в стек добавляется следующий соединительный узел. Соединительный узел может быть определен следующей логикой:

а) никакой узел, который уже находится в стеке, не является кандидатом (это выводит рекурсию);

б) если предыдущее действие было действием постановки узла в стек, выбирают самый низкий упорядоченный узел, соединенный с текущим узлом стека и не находящийся в стеке;

с) если предыдущее действие было исключаящим действием (то есть один из узлов, соединенных с текущим узлом, был удален), выбирают следующий упорядоченный узел, соединенный с текущим узлом стека после ранее исключенного узла.

3. Если текущий узел не соединяется непосредственно с целевым узлом, как и все его соединительные узлы, текущий узел удаляется из стека.

Рассмотрим исполнение алгоритма поиска минимальных путей на примере системы, представленной 6-узловым графом «1 – 6» (рис. 2).

Шаг 1. Добавление начального узла в стек: {1}.

Шаг 2. Текущий узел стека соединен с узлами 2 и 3 графов, которые не находятся в стеке. Поскольку предыдущее действие – добавление узла в стек, добавляется следующий самый низкий по уровню узел 2: {1→2}.

Шаг 3. Текущий узел (2) соединен с узлами 1 и 4, 1 уже находится в стеке, добавляем узел 4: {1→2→4}.

Шаг 4. Текущий узел (4) связан непосредственно с целевым узлом (6). Целевой узел добавляется в стек: {1→2→4→6} – минимальный путь. Из текущего стека удаляются два последних узла: {1→2}.

Шаг 5. Узел 4 на предыдущем шаге был выброшен из стека, текущий узел стека (2) не соединен ни с каким узлом с индексом больше чем 4, согласно алгоритму, узел 2 выбрасывается из стека: {1}.

Шаг 6. Узел 2 на предыдущем шаге был выброшен из стека; следующий узел с индексом, большим 2, связанный с текущим узлом (1) и не находящийся в стеке, – узел 3. Узел 3 добавляется в стек: {1→3}.

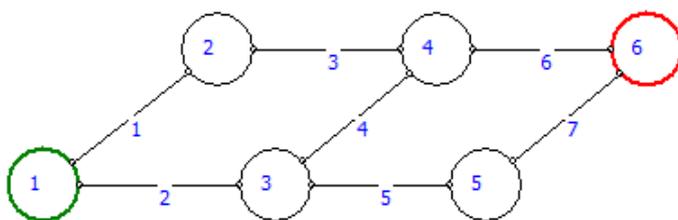


Рис. 2. 6-узловый 4-путный граф системы

Шаг 7. Текущий узел (3) соединен с узлами 1, 4, и 5; 1 уже находится в стеке, добавляется следующий самый низкий узел (4): {1→3→4}.

Шаг 8. Текущий узел (4) соединен непосредственно с целевым узлом. Целевой узел добавляется в стек: {1→3→4→6} – минимальный

путь. Из текущего стека удаляются два последних узла: {1→3}.

Шаг 9. Узел 4 на предыдущем шаге был выброшен из стека; следующий узел, соединенный с текущим узлом, имеющий индекс, больший 4 и не находящийся в стеке, – узел 5. Узел 5 добавляется в стек: {1→3→5}.

Шаг 10. Текущий узел (5) соединен непосредственно с целевым узлом (6). Целевой узел добавляется в стек: {1→3→5→6} – минимальный путь. Из текущего стека удаляются два последних узла {1→3}.

Шаг 11. Узел 5 на предыдущем шаге был выброшен из стека; нет никаких узлов, имеющих индекс, больший 5, соединенных с текущим узлом. Текущий узел (3) удаляется из стека: {1}.

Шаг 12. Узел 3 на предыдущем шаге был выброшен из стека; нет никаких узлов, имеющих индекс, больший 3, и соединенных с текущим узлом. Текущий узел (1) удаляется из стека.

Шаг 13. Стек пуст; алгоритм генерации минимальных путей исполнен. Набор минимальных путей $S_0 = \{(1246), (1346), (1356)\}$.

Поскольку набор минимальных путей содержит пути равной длины (4 – количество узлов графа), проводить сортировку с целью оптимизации работы алгоритма исключения нет необходимости.

Алгоритм исключения может быть реализован с использованием конечного массива стеков $S = \{S_k\}$. Каждый стек содержит один или несколько наборов $S_k = \{N_i\}$, каждый набор состоит из одного или нескольких узлов $N_i = (x_j^1 x_j^2 \dots x_j^r), j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Начальный (корневой) стек S_0 образует набор минимальных путей, сгенерированный для системы – $\{N_i | i = \overline{1, m}\}$. Корневой стек создает дополнительные (дочерние) стеки на уровень ниже. Вероятностный показатель надежности системы (P_{sys}) представляет собой глобальную переменную (глобальная надежность), формируемую текущими показателями надежности пути $R_i = P_i \cdot L_i$ согласно формуле (2).

Начальная глобальная надежность и текущие показатели надежности равны нулю, коэффициенты исключения равны 1. Для каждого набора N_i корневого стека:

1. Рассчитывается показатель надежности i -ого пути P_i согласно формуле (1). Текущий показатель надежности $R_i = P_i$.

2. Рассчитывается коэффициент исключения L_i . Для 1-ого набора коэффициент 1.

Создается дочерний стек S_i , содержащий наборы замещенных узлов пути: $S_i = \{T_l^i | l = \overline{1, i-1}\}$, где $T_l^i = \{x_j | x_j \in N_i, x_j \notin N_l\}$.

Производится обработка дочернего стека:

а) устраняются все наборы стека, содержащие полное вхождение других наборов. Если существуют наборы $T_k^i, T_q^i \in S_i$ такие, что $T_k^i \cap T_q^i = T_k^i$, то набор T_q^i удаляется из стека;

б) устраняются все неполные вхождения в наборы стека. Если существуют наборы $T_k^i, T_q^i \in S_i$ такие, что $T_k^i \cap T_q^i = C$, где C – набор, содержащий один или более замещенных узлов, то есть $T_k^i = CA, T_q^i = CB$, наборы T_k^i, T_q^i исключаются из стека, коэффициент исключения преобразуется согласно формуле (5);

с) для оставшихся наборов стека $\{T_k^i | k \in K\}$ коэффициент исключения $L_i = \prod_{k \in K} L_i \cdot \overline{T_k^i}$, где $\overline{T_k^i}$ вычисляется согласно формуле (3) правил исключения.

3. Рассчитываются текущий и глобальный показатели надежности $R_i, P_{sys} = P_{sys} \cdot R_i$.

В табл. 3 представлен пример работы алгоритма исключения для задачи нахождения надежности 6-узловой системы «1 – 6» (рис. 2). Набор минимальных путей $\{(1246), (1346), (1356)\}$ получен ранее алгоритмом генерации. Надежность узлов примем равной 0,9, то есть с вероятностью 0,9 узел графа находится в рабочем состоянии.

Таблица 3. Данные алгоритма исключения для 6-узловой системы «1 – 6» при одинаковых показателях надежности узлов

i	N_i	P_i	T^i	L_i	R_i
1	(1246)	$p_1 p_2 p_4 p_6 =$ $= 0,9^4 = 0,6561$	–	1	$0,6561 \cdot 1 = 0,6561$
2	(1346)	0,6561	$(1246) \setminus (1346) = (2)$	$\overline{(2)} = \bar{2} = 0,1$	0,06561
3	(1356)	0,6561	$(1246) \setminus (1356) = (24)$ $(1346) \setminus (1356) = (4)$	$\overline{(24 \& 4)} = \overline{(2)} = \bar{4} = 0,1$	0,06561
P_{sys}					0,78732

На первом шаге алгоритма исключения вычисляются значения надежности минимальных путей (столбец P_i). Далее формируются наборы замещенных узлов (столбец T^i), рассчитываются коэффициент исключения и текущая надежность пути (столбцы L_i и R_i соответственно). Показатель надежности системы (P_{sys}) представляет собой сумму текущих надежностей. Результат работы алгоритма исключения, то есть надежность системы, совпадает с результатами, получаемыми как методом наложения, так и методом полного перебора.

При изменении показателей надежности узлов системы, но при неизменном составе набора минимальных путей графа, символьное выражение коэффициентов исключения и надежности путей останется неизменным.

Пусть новое значение показателей надежности узлов системы, представленной на рис. 2, определяет вектор надежностей $P = (0,91; 0,92; 0,93; 0,94; 0,95; 0,96)$, то есть i -ый узел системы имеет надежность p_i , соответствующую вероятности нахождения узла в рабочем состоянии. Используя полученные ранее символьные выражения коэффициентов исключения и надежности путей (табл. 3), получим новый показатель надежности системы – $P_{sys} = 0,862895$ (табл. 4), значение которого совпадает с результатами работы метода полного перебора.

Таблица 4. Данные алгоритма исключения для 6-узловой системы «1 – 6» при различных показателях надежности узлов

i	N_i	P_i	L_i	R_i
1	(1246)	$p_1 p_2 p_4 p_6 =$ $= 0,755489$	1	0,755489
2	(1346)	0,763701	$\overline{(2)} = \bar{2} = 0,08$	0,061096
3	(1356)	0,771826	$\overline{(24 \& 4)} = \overline{(2)} = \bar{4} = 0,06$	0,0430954
P_{sys}				0,862895

4. Пример исследования сложной системы методом исключения

Рассмотрим пример исследования сложной системы, представленной 19-узловым с 32 ребрами графом (рис. 3). Начальный узел – 1, целевой – 19. Пусть для данной системы каждый узел графа имеет показатель надежности $R = 0,9$.

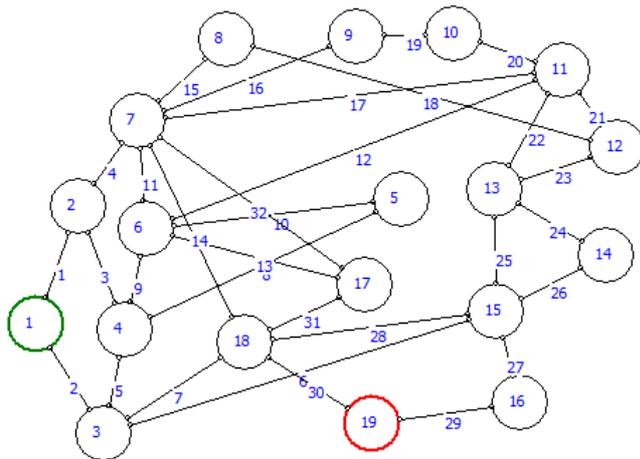


Рис. 3. 19-узловой 32-связный граф системы

Согласно методу исключения, на первом этапе генерируется список минимальных путей на графе. Для данной системы он включает восемь различных путей:

$$\{(24611131516), (24611131518), (2461718), (27812131516), (2711131516), (2718), (31516), (318)\}.$$

С целью оптимизации работы алгоритма исключения (сокращения времени исполнения) пути сортируются в порядке возрастания длин. Затем производится расчет надежности путей,

составляются наборы замещенных узлов, вычисляются коэффициенты исключения (процесс расчета коэффициентов в символьном виде представлен в табл. 5). Полученные значения вероятностей путей и коэффициентов исключения дают показатель надежности исследуемой системы $P_{sys} = 0,784448$.

Таблица 5. Расчет коэффициентов исключения для 19-узловой системы «1 – 9»

i	N_i	L_i
1	(3 18)	1
2	(3 15 16)	$\overline{(18)} = \overline{18}$
3	(2 7 18)	$\overline{(3 \& 31516)} = \overline{(3)} = \overline{3}$
4	(2 4 6 17 18)	$\overline{(3 \& 31516 \& 7)} = \overline{(3 \& 7)} = \overline{3 \cdot 7}$
5	(2 7 11 13 15 16)	$\overline{(318 \& 3 \& 18 \& 461718)} = \overline{(3 \& 18)} = \overline{3 \cdot 18}$
6	(2 7 8 12 13 15 16)	$\overline{(318 \& 3 \& 18 \& 461718 \& 11)} = \overline{(3 \& 18 \& 11)} = \overline{3 \cdot 18 \cdot 11}$
7	(2 4 6 11 13 15 16)	$\overline{(318 \& 3 \& 718 \& 1718 \& 7 \& 7812)} = \overline{(3 \& 1718 \& 7)} =$ $= \overline{3 \cdot (\overline{17} + \overline{17 \cdot 18})} \cdot \overline{7} = \overline{3 \cdot \overline{17} \cdot \overline{7}} + \overline{3 \cdot \overline{17 \cdot 18} \cdot \overline{7}}$
8	(2 4 6 11 13 15 18)	$\overline{(3 \& 316 \& 7 \& 17 \& 716 \& 781216 \& 16)} = \overline{(3 \& 7 \& 17 \& 16)} =$ $= \overline{3 \cdot \overline{7} \cdot \overline{17} \cdot \overline{16}}$

Сравним результаты работы метода исключения с методами наложения и Монте-Карло (табл. 6). Выбор для сравнения метода наложения, предложенного и реализованного американскими исследователями Мехметом Сахинголом и Бенджамином Райсом для исследования надежности компьютерных сетей, и метода Монте-Карло обусловлен тем, что оба метода:

- 1) позволяют проводить исследования графовых структур;
- 2) находятся в открытой печати, то есть имеется полное описание метода;
- 3) имеют простую машинную реализацию;
- 4) дают точный (метод наложения) или с высокой степенью точности (метод Монте-Карло) результат.

Как видно из табл. 6, метод наложения имеет преимущество в сравнении с методом исключения, поскольку дает точный результат для исследуемой системы более быстро. Однако применение метода наложения возможно только для систем с одинаковыми веро-

ятноственными показателями для всех узлов графа, тогда как метод исключения применим для исследования любой системы, представленной графовой структурой.

Преимущество метода исключения перед методом Монте-Карло заключено не только во времени исполнения и точности получаемых данных, но и в затратах памяти, необходимой для хранения и обработки данных в процессе работы алгоритма.

Таблица 6. Результаты исследования 19-узловой системы «1–19»

	Метод		
	исключения	наложения	Монте-Карло (100 000 итераций)
Показатель надежности системы, P_{sys}	0,78445	0,78445	0,78439
Время исполнения, t (с)	51,06	50,10	83,08

Пусть новое значение показателей надежности узлов системы, представленной на рис. 3, определяет вектор надежностей $P = (0,91; 0,92, \dots, 0,918; 0,919)$, то есть i -ый узел системы имеет надежность $p_i = 0,9 + 0,0i$, соответствующую вероятности нахождения узла в рабочем состоянии. Используя полученные ранее выражения для коэффициентов исключения (табл. 5), новый показатель надежности системы $P_{sys} = 0,82327$, время исполнения метода (работы программы, реализующей метод) $t = 51,06$ с. Метод Монте-Карло дает результат $P_{sys} = 0,82214$ за $t = 94,47$ с.

Общей проблемой для рассмотренных трех методов исследования является время обработки больших систем с более чем 30 узлами и 50 связями (ребрами).

5. Заключение

Представленный в статье новый метод исследования – метод исключения, предназначен для анализа и оценки структуры сложных систем. Широко используемые в настоящий момент для этих целей методы математического и имитационного моделирования [3] обладают рядом объективных ограничений при исследовании сложных систем, связанных с возможностями описания структуры объекта, затратами ресурсов памяти компьютера и временем исполнения соответствующих алгоритмов.

Метод исключения применим для исследования систем, представленных в графическом виде (неориентированным графом) и характеризующихся наличием большого числа составных компонентов, сложной топологией (не сводимых к последовательно-параллельным структурам), имеющих вероятностную характеристику надежности составных элементов.

Алгоритм метода исключения, включающий разделенные между собой этап поиска набора минимальных путей на графе и этап применения алгоритма исключения, позволяет оптимизировать работу метода. Оптимизация возможна путем изменения (усовершенствования) алгоритма поиска минимальных путей внедрением возможности непосредственного задания списка минимальных путей в процессе работы метода.

Структура алгоритма исключения позволяет настраивать работу метода на решение задачи анализа и оценки только состояния системы при условии неизменности ее структуры (то есть при постоянном наборе минимальных путей). Для этого достаточно организовать возможность отдельного сохранения и вызова символьного выражения коэффициентов исключения и применять данную процедуру при изменении значений вероятностных показателей узлов системы.

Приведенные в статье примеры расчета надежности сложных систем методами исключения, наложения и Монте-Карло позволяют оценить достоверность и точность работы предлагаемого метода, эффективность (скорость исполнения) организации алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем / Рябинин И.А. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2007. – 276 с.
2. Каштанов В.А. Теория надежности сложных систем / В.А. Каштанов, А.И. Медведев. – М.: Физматлит, 2010. – 608 с.
3. Rykov V.V. Mathematical and Statistical Models and Methods in Reliability / Rykov V.V., Balakrishnan N., Nikulin M.S. – New York, Dordrecht, Heidelberg, London: Birkhäuser, 2010. – P. 485.
4. Советов Б.Я. Моделирование систем: учеб. для вузов / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев; 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2001. – 343 с.
5. Sahinoglu M. Network reliability evaluation / M. Sahinoglu, R. Benjamin // Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics. – 2010. – Vol. 2, Marth/April. – P. 189 – 211.
6. Ратобильская Д.В. Вероятностная оценка структуры сложной системы по вероятностным характеристикам ее компонентов / Д.В. Ратобильская // Шоста наук.-практ. конф. за міжнар. участю «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС'2011»: тези доп. – Чернигов: ФОП Васюта В.В., 2011. – С. 386 – 391.

Стаття надійшла до редакції 14.07.2011