УДК 37.007

О.В. БІСІКАЛО, Р.Г. ТАДЕВОСЯН

ФОРМАЛЬНА ТЕОРІЯ ТА МОДЕЛЬ КОМУТАТИВНОЇ НАПІВГРУПИ ОБРАЗНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Анотація. *У статті побудовано формальну теорію на основі бінарного оператора спрямованого асоціативного зв'язку та введено поняття асоціативної нормальної форми образних конструкцій. Розглянуто модель комутативної напівгрупи, яка забезпечує представлення речення у вигляді 3-х складових питальної конструкції мовних образів.*
Ключові слова: *формальна теорія, модель, образна конструкція, асоціативна пара, граф.*

Аннотация. *В статье построена формальная теория на основе бинарного оператора направленной ассоциативной связи и введено понятие ассоциативной нормальной формы образных конструкций. Рассмотрена модель коммутативной полугруппы, представляющая предложение в виде 3-х составляющих вопросительной конструкции языковых образов.*
Ключевые слова: *формальная теория, модель, образная конструкция, ассоциативная пара, граф.*

Abstract. *The formal theory on base of binary operator of directional associative connection and introduction of concept of associative normal form of images construct is built in the article. The model of commutative halfgroup is considered. Model represents the suggestion at view of three part of verbal images of question construct.*
Keywords: *formal theory, model, images construct, associative pair, graph.*

1. Вступ

Задачі комп'ютерної лінгвістики набувають останнім часом особливої актуальності внаслідок зростаючого попиту на природно-мовний інтерфейс в інформаційних технологіях, доступних для користувачів мережі Інтернет. Дослідження здійснено у розвиток підходу до моделювання образного мислення людини [1] та спрямовано на розв'язання проблеми підвищення рівня розпізнавання та розуміння природно-мовних конструкцій. Охоплена дослідженням проблематика пов'язана з підтримкою діалогу людина-комп'ютер, релевантним пошуком інформації, задачами електронного навчання та широким колом інших задач штучного інтелекту. Мета даної роботи полягає у побудові формального апарату для представлення образної конструкції як природно-мовної синтагми у вигляді складових питальної конструкції мовних образів. Під синтагмою в подальшому будемо розуміти речення, в якому залишені тільки значимі слова, що відповідають мовним образам, а прийменники та службові слова відсутні.

Зауважимо, що у формульних виразах надано зовсім інший зміст традиційним позначенням операторів $\setminus$ (віднімання множин) та $\oplus$ (додавання за модулем 2). У відповідності до мети дослідження вони використовуються для позначення операцій спрямованого зв'язку між двома образами та об'єднання образних конструкцій відповідно.

2. Формальна теорія комутативної напівгрупи образних конструкцій

Побудуємо формальну теорію Th як прикладну теорію першого порядку на основі відомих положень теорії формальних систем, викладених у [2–4], з урахуванням вимог концепції розуміння сенсу образних конструкцій (ОК), запропонованої у [5].

1. Введемо кінцевий алфавіт, до складу якого входять символи, що будуть використані як:

– $Al = \{A, B, ..., Z, x_1, x_2, ..., x_n, t_1, t_2, t_3\}$ – змінних;

– $Con = \{\varnothing, 1, ..., n\}$ – констант;

– $\{\backslash, \oplus\}$ – символів бінарних операцій, визначення яких дамо нижче;

– $\{=\}$ – бінарного предикатного символу «дорівнює» у значенні теорії множин;

– $\{\neg, \rightarrow, \forall\}$ – логічних зв'язок та кванторів, де $\neg$ – заперечення (ні), $\rightarrow$ – логічне слідування (якщо …, то …), $\forall$ – квантор загальності;

– дужок "(", ")" та коми ",".

У відповідності з концепцією побудови простору сенсу образних конструкцій [6], будемо вважати, що символ $\backslash$ позначає спрямований зв'язок між двома образами в асоціативній парі $\omega \in \Omega$, значення якого буде наведено нижче; а символ $\oplus$ – операцію об'єднання образних конструкцій «PLUS OK».

2. Визначимо процедури побудови термів (рядків символів) та формул (допустимих виразів) формальної теорії Th. Терми отримуємо за допомогою процедури конкатенації символів алфавіту:

$$< Терм >::= x_{\mathrm{i}}\, j \mid x_i \in Al, j \in Con,$$

$$< Терм >::=< Терм >< Терм >.$$

Будемо позначати літерами $t_1, t_2, t_3 \in Al$ таким чином побудовані терми в асоціативній нормальній формі (АНФ).

$$< АНФ\omega >::= x_i \backslash x_j \mid x_i, x_j \in Al,$$

$$< АНФтерм >::=< АНФ\omega >,$$

$$< АНФтерм >::=< АНФтерм > \oplus < АНФтерм >,$$

де $< АНФ\omega >$ будемо називати елементарним термом у АНФ.

Для спрощення сприйняття літерами $A, B, \ldots, Z \in Al$ будемо окремо позначати побудовані таким чином формули:

$$< Формула >::=< АНФтерм >,$$

$$< Формула >::= (< Формула >),$$

$$< Формула >::= \neg < Формула >,$$

$$< Формула >::=< Формула > \rightarrow < Формула >,$$

$$< Формула >::= (\forall x) < Формула >.$$

Для зручності користування до складу алфавіту теорії Th введемо ще 3 логічні зв'язки, квантор $\exists$ та функціональний символ $\times$ як:

$$A \,\&\, B ::= \neg(A \rightarrow \neg B),$$

$$A \vee B ::= \neg A \rightarrow B,$$

$$A \Leftrightarrow B ::= (A \rightarrow B) \,\&\, (B \rightarrow A),$$

$$(\exists x)(A) ::= \neg(\forall x)(\neg A),$$

$$x_i \times x_j ::= (x_i \backslash x_j) \oplus (x_j \backslash x_i),$$

де & – логічне «і», $\vee$ – логічне «або», $\Leftrightarrow$ – тоді і тільки тоді, $\exists$ – квантор існування, $\times$ – прикладний функціональний символ, визначення якого буде дано нижче через символ $\backslash$. В подальшому формулу A, в якій змінна $x_i \in Al$ або терм t_1 є зв'язаними по відношенню до одного з кванторів, будемо позначати через $A(x_i)$ або $A(t_1)$.

3. Виділимо множину формул, які вважаються схемами аксіом.

Логічні аксіоми (3.1÷3.3 – числення висловлювань, 3.4÷3.5 – числення предикатів першого порядку [3]):

3.1. $A \to (B \to A)$.

3.2. $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$.

3.3. $(\neg B \to \neg A) \to ((\neg B \to A) \to B)$.

3.4. $\forall x_i A(x_i) \to A(t_1)$ [де $A(x_i)$ є формула з Th і t_1 є терм з Th, вільний для x_i в $A(x_i)$].

3.5. $\forall x_i (A \to B) \to (A \to \forall x_i B)$ [за умови, якщо формула *A* не включає вільних входжень x_i].

Власні аксіоми (3.6÷3.11 – аксіоми комутативної напівгрупи [4], 3.12÷3.15 – прикладні аксіоми (продукції) теорії):

3.6. $\forall t_1 \forall t_2 \forall t_3 (t_1 \oplus (t_2 \oplus t_3) = (t_1 \oplus t_2) \oplus t_3)$ (асоціативність).

3.7. $\forall t_1 (t_1 = t_1)$ (рефлективність).

3.8. $\forall t_1 \forall t_2 (t_1 = t_2 \to t_2 = t_1)$ (симетричність).

3.9. $\forall t_1 \forall t_2 \forall t_3 (t_1 = t_2 \to (t_2 = t_3 \to t_1 = t_3))$ (транзитивність).

3.10. $\forall t_1 \forall t_2 \forall t_3 (t_2 = t_3 \to (t_1 \oplus t_2 = t_1 \oplus t_3) \,\&\, (t_2 \oplus t_1 = t_3 \oplus t_1))$ (підстановка).

3.11. $\forall t_1 \forall t_2 (t_1 \oplus t_2 = t_2 \oplus t_1)$ (комутативність).

3.12. $\forall x_i, x_j, x_k (x_i j x_k \to x_j \setminus x_i \oplus x_k)$ (перетворення рядка на терми в АНФ).

3.13. $\forall x_i, x_j (x_i j \to x_j \setminus x_i)$ (кінцеве перетворення рядка на терм в АНФ).

3.14. $\forall x_i, x_j (x_i \setminus x_j \oplus x_i \setminus x_j \to x_i \setminus x_j)$ (скорочення терма в АНФ).

3.15. $\forall t_1 (\varnothing \oplus t_1 = t_1 \oplus \varnothing = t_1)$ (скорочення константи $\varnothing$ у термі в АНФ).

4. Визначимо скінчену множину правил виведення, які дозволяють отримати з деякої скінченої множини формул іншу множину формул.

$$A, A \to B \mapsto B \text{ «Modus ponens»},$$

$$A \mapsto (\forall t) A \text{ «правило узагальнення»},$$

де запис $\Gamma \mapsto A$ означає, що *A* є наслідком множини формул *Г*.

Окрім теорем формальної теорії предикатів першого порядку, в теорії Th справедливими є такі власні теореми. Теорема 1.

Теорема 1. $<Терм> \to <АНФтерм>$.

Доведення індукцією за довжиною виведення $B_1, B_2, ..., B_k = B$:

а) $<Терм>$ – гіпотеза;

б) $x_1 j$ – база індукції: згідно з 1-м визначенням терма (2а);

в) $x_j \setminus x_1$ – 3.13 до б);

г) < *АНФтерм*> – згідно з 1-м визначенням терма у АНФ;

д) $x_1 j x_2 i$ – або згідно з 2-м визначенням терма;

е) $x_j \setminus x_1 \oplus x_2 i$ – 3.12 до д);

є) $x_j \setminus x_1 \oplus x_i \setminus x_2$ – 3.13 до е);

ж) < *АНФтерм*> – згідно з 2-м визначенням терма у АНФ;

з) $\underbrace{x_1 j x_2 i ... x_k}_{k-1} l$ – індукційний перехід: згідно з 2-м визначенням терма;

и) $< АНФтерм > \oplus x_k l$ – 3.12 до з) *k-1* раз;

і) $< АНФтерм > \oplus x_l \setminus x_k$ – 3.13 до и);

к) $< АНФтерм >$ – згідно з 2-м визначенням терма у АНФ.

Теорема 2. Аналогічним чином доводиться така теорема:

$$< АНФтерм > \to < АНФq > \oplus < АНФ? > \oplus < АНФa >,$$

де $< АНФ\omega > = x_i \setminus x_j \mid x_i, x_j \in Al$ для зручності користування позначимо як $< АНФ? >$;

$< АНФq >$ – всі елементарні терми з $< АНФтерм >$, в яких символ x_j є першим, потім рекурсивно підставляється наступний символ за принципом пошуку у глибину, але, якщо в рекурсії знаходиться $< АНФ? > = x_j \setminus x_i$, то символ x_i та всі наступні за ним не враховуються і ця гілка пошуку переривається;

$< АНФa >$ – всі інші елементарні терми, що складають $< АНФтерм >$.

3. Модель комутативної напівгрупи образних конструкцій та приклади

Розглянемо модель формальної теорії Th як комутативну напівгрупу образних конструкцій. У межах моделі будемо вважати, що функціональні символи позначають такі зв'язки між двома мовними образами [5, 6]: $\setminus$ – зв'язок «головний-підлеглий», $\times$ – зв'язок типу «підмет-присудок». Під термом будемо розуміти образну конструкцію простого речення (синтагму), а під формулою теорії – образний аналог логічного природно-мовного виразу. Літерами $x_1, x_2, ..., x_n$ будемо позначати окремі образи з множини $I = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, літерами t_1, t_2, t_3 – терми в АНФ, $A, B, ..., X$ – формули, Y – невідомий підмет (об'єкт дії), Z – невідомий присудок (метод). Елементарний терм в АНФ $< АНФ\omega > \mid < АНФ? >$ будемо називати асоціативною парою образів, де $\mid$ – позначення оператора АБО в нотації Бекуса-Наура. Терми або образні конструкції будуються з природно-мовних речень на основі такого *правила 1*: речення з k слів записується у вигляді рядка з $2 \cdot k$ символів, де кожному i -му слову речення ставиться у відповідність мовний образ $x_i \in Al$, а після нього записується $j \in Con$ як вказівник на інший образ x_j цього речення, що є головним до підлеглого образу x_i. Якщо у реченні зустрічаються однорідні члени, то можливі випадки

$$(x_1 \,\&\, x_2) j \to x_j \setminus x_1 \oplus x_j \setminus x_2 \text{ або}$$

$$(x_1 \,\&\, x_2) j \oplus < АНФтерм > \oplus x_j \setminus x_1 \to x_j \setminus x_1 \oplus x_j \setminus x_2 \oplus < АНФтерм > \oplus x_1 \setminus x_j \oplus x_2 \setminus x_j .$$

Обмеження розглянутої моделі:

• природно-мовні речення обов'язково мають і підмет, і присудок, інакше їх штучно вводять за допомогою символів Y та/або Z;

• *правило 1* застосовується тільки до значимих слів речення, що відповідають мовним образам, а розділові знаки, прийменники та службові слова речення не враховуються.

У межах моделі доведені теореми формальної теорії Th отримують таку інтерпретацію.

Теорема 1. Будь-який терм, що відповідає природно-мовному реченню (синтагмі) та створений на основі *правила 1*, можна представити у вигляді терма в АНФ:

$$< Терм > \to < АНФтерм > .$$

Теорема 2. Якщо з речення, представленого у вигляді терма в АНФ $<АНФтерм>$, вибрати одну асоціативну пару як питальний займенник, то всі безпосередньо залежні від цієї пари елементарні терми в АНФ складуть відповідь, а всі інші елементарні терми з $<АНФтерм>$ – питальне речення: $<АНФтерм>\to<АНФq>\oplus<АНФ?>\oplus<АНФa>$.

Для зручності застосування моделі формальної теорії Th в елементах НК введемо *правило 2*:

$$<АНФтерм>\to<\underline{АНФ?}><tQ>?<tA>,$$

де $<tQ>::=(x_i \,|<АНФq>=\varnothing) \,\big|\, (x_i x_l ... x_m x_k \,|<АНФq>= x_i \setminus x_l \oplus ... \oplus x_m \setminus x_k)$;

$<tA>::=(x_j \,|<АНФa>=\varnothing) \,\big|\, (x_j x_l ... x_m x_k \,|<АНФa>= x_j \setminus x_l \oplus ... \oplus x_m \setminus x_k)$;

? – додатковий знак, що позначає закінчення питальної частини $<АНФтерм>$.

Отримані для $<tQ>$ та $<tA>$ рядки символів $x_i x_l ... x_m x_k$ переписуються шляхом вилучення зліва направо тих символів, що раніше повторювалися. Формально для другого символу $x_1 x_2 \to ([x_2 = x_1]x_1, x_1 x_2)$, для k-го символу $x_1 x_2 ... x_k \to ([x_k = x_1 \,|\, x_k = x_2 \,|\, ... \,|\, x_k = x_{k-1}]x_1 x_2 ... x_{k-1}, x_1 x_2 ... x_k)$.

З метою демонстрації можливостей моделі комутативної напівгрупи ОК формальної теорії Th розглянемо приклади речень на українській мові.

Приклад 1. Реве (та) стогне Дніпр широкий ($x_{11}x_{12}x_{13}x_{14}$).

Згідно з *правилом 1,* будуємо терм

$$(x_{11} \,\&\, x_{12})13x_{13}11x_{14}13 \to x_{11}13x_{12}13x_{13}11x_{13}12x_{14}13;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_{11}13x_{12}$ веде до

$$x_{13} \setminus x_{11} \oplus x_{12}13x_{13}11x_{13}12x_{14}13;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_{12}13x_{13}$ веде до

$$x_{13} \setminus x_{11} \oplus x_{13} \setminus x_{12} \oplus x_{13}11x_{13}12x_{14}13;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_{13}11x_{12}$ веде до

$$x_{13} \setminus x_{11} \oplus x_{13} \setminus x_{12} \oplus x_{11} \setminus x_{13} \oplus x_{13}12x_{14}13;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_{13}12x_{14}$ веде до

$$x_{13} \setminus x_{11} \oplus x_{13} \setminus x_{12} \oplus x_{11} \setminus x_{13} \oplus x_{12} \setminus x_{13} \oplus x_{14}13;$$

– продукція 3.13 до підрядка $x_{14}13$ веде до

$x_{13} \setminus x_{11} \oplus x_{13} \setminus x_{12} \oplus x_{11} \setminus x_{13} \oplus x_{12} \setminus x_{13} \oplus x_{13} \setminus x_{14}$ – маємо терм в АНФ.

Отже, початкова природно-мовна конструкція в АНФ має такий вигляд:

реве \ Дніпр $\oplus$
стогне \ Дніпр $\oplus$
Дніпр \ реве $\oplus$
Дніпр \ стогне $\oplus$
Дніпр \ широкий .

Позначимо $<АНФ?>::=x_{13} \setminus x_{14}$ словом <який?>. За теоремою 2, $<АНФa>\to\varnothing$, $<АНФq>\to x_{13} \setminus x_{11} \oplus x_{11} \setminus x_{13} \oplus x_{13} \setminus x_{12} \oplus x_{12} \setminus x_{13}$.

Тоді, згідно з <u>*правилом 2*</u>, $< tA > \to x_{14}$, а $< tQ > \to x_{13} x_{11} x_{12}$. Отже, маємо такий результат: <u>який?</u> Дніпр реве стогне ? широкий.

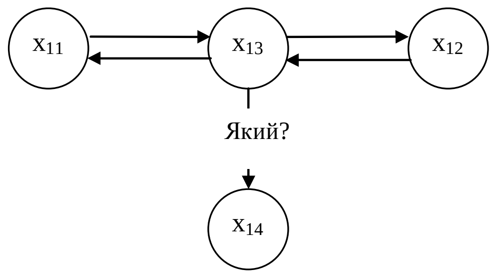

Рис. 1. Граф терма (речення) $x_{11} 13 x_{13} 11 x_{12} 13 x_{13} 12 x_{14} 13$ з виділенням асоціативної пари $x_{13} \setminus x_{14}$

Неважко довести еквівалентність графової моделі [7] та представленої в даній роботі теорії Th, що є предметом подальшого дослідження з прикладної точки зору. Цей факт дозволяє використати відомі алгоритми пошуку на графах для розв'язання прикладних задач знаходження оптимального шляху, обходу графа та пошуку при обробленні природно-мовних конструкцій. Ілюструє приклад застосування моделі теорії Th граф речення, представлений на рис. 1, де використано такі позначення:

O – мовний образ – член речення;

$\to$ – зв'язок між головним та підлеглим членами речення;

$\xrightarrow{\textit{слово}\,?}$ – питальний займенник асоціативної пари, що використовується для формування питального речення.

<u>Приклад 2.</u> Мені (аж) страшно (як) згадаю оту хатину край села ($x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7$).

Згідно з <u>*правилом 1,*</u> будуємо терм

$$x_1 2 x_2 1 x_3 2 x_4 5 x_5 3 x_6 5 x_7 6\,;$$

– 6 разів продукція 3.12 до підрядка $x_1 2 x_2 1 x_3 2 x_4 5 x_5 3 x_6 5 x_7$

$$x_2 \setminus x_1 \oplus x_1 \setminus x_2 \oplus x_2 \setminus x_3 \oplus x_5 \setminus x_4 \oplus x_3 \setminus x_5 \oplus x_5 \setminus x_6 \oplus x_7 6\,;$$

– продукція 3.13 до підрядка $x_7 6$

$$x_2 \setminus x_1 \oplus x_1 \setminus x_2 \oplus x_2 \setminus x_3 \oplus x_5 \setminus x_4 \oplus x_3 \setminus x_5 \oplus x_5 \setminus x_6 \oplus x_6 \setminus x_7$$ – маємо терм в АНФ.

Отже, початкова природно-мовна конструкція в АНФ має такий вигляд:

страшно \ мені $\oplus$
мені \ страшно $\oplus$
страшно \ згадаю $\oplus$
хатину \ оту $\oplus$
згадаю \ хатину $\oplus$
хатину \ край $\oplus$
край \ села.

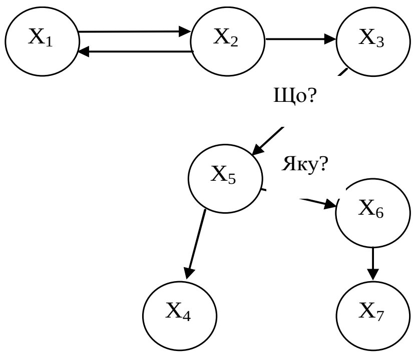

Рис. 2. Граф терма $x_1 2 x_2 1 x_3 2 x_4 5 x_5 3 x_6 5 x_7 6$ з виділенням асоціативних пар $x_3 \setminus x_5$ та $x_5 \setminus x_6$

На рис. 2 за допомогою позначень рис. 1 представлено граф речення з виділенням двох асоціативних пар.

Позначимо $< АНФ? > ::= x_3 \setminus x_5$ словом <<u>що?</u>>. За теоремою 2, $< АНФa > \to x_2 \setminus x_1 \oplus x_1 \setminus x_2 \oplus x_2 \setminus x_3$, $< АНФq > \to x_5 \setminus x_4 \oplus x_5 \setminus x_6 \oplus x_6 \setminus x_7$.

Тоді, згідно з <u>*правилом 2*</u>, $< tA > \to x_2 x_1 x_3$, а $< tQ > \to x_5 x_4 x_6 x_7$. Отже, маємо такий результат:

<u>що?</u> страшно мені згадаю ? хатину оту край села.

Тепер позначимо $< АНФ? > ::= x_5 \setminus x_6$ словом <<u>яку?</u>>. За теоремою 2,

$< АНФa > \to x_2 \setminus x_1 \oplus x_1 \setminus x_2 \oplus x_2 \setminus x_3 \oplus x_3 \setminus x_5 \oplus x_5 \setminus x_4$, $< АНФq > \to x_6 \setminus x_7$.
Тоді, згідно з *правилом 2*, $< tA > \to x_2 x_1 x_3 x_5 x_4$, а $< tQ > \to x_6 x_7$. Зрештою, маємо:
яку? страшно мені згадаю хатину оту ? край села.
Проілюструємо також модель прикладами речень на російській мові:
Приклад 3. Забытую песню несет ветерок (в) задумчивых травах звеня ($x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7$).
Згідно з *правилом 1*, будуємо терм

$$x_1 2 x_2 3 x_3 4 x_4 3 x_5 6 x_6 7 x_7 3;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_1 2 x_2$ веде до

$$x_2 \setminus x_1 \oplus x_2 3 x_3 4 x_4 3 x_5 6 x_6 7 x_7 3;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_2 3 x_3$ веде до

$$x_2 \setminus x_1 \oplus x_3 \setminus x_2 \oplus x_3 4 x_4 3 x_5 6 x_6 7 x_7 3;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_3 4 x_4$ веде до

$$x_2 \setminus x_1 \oplus x_3 \setminus x_2 \oplus x_4 \setminus x_3 \oplus x_4 3 x_5 6 x_6 7 x_7 3;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_4 3 x_5$ веде до

$$x_2 \setminus x_1 \oplus x_3 \setminus x_2 \oplus x_4 \setminus x_3 \oplus x_3 \setminus x_4 \oplus x_5 6 x_6 7 x_7 3;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_5 6 x_6$ веде до

$$x_2 \setminus x_1 \oplus x_3 \setminus x_2 \oplus x_4 \setminus x_3 \oplus x_3 \setminus x_4 \oplus x_6 \setminus x_5 \oplus x_6 7 x_7 3;$$

– продукція 3.12 до підрядка $x_6 7 x_7$ веде до

$$x_2 \setminus x_1 \oplus x_3 \setminus x_2 \oplus x_4 \setminus x_3 \oplus x_3 \setminus x_4 \oplus x_6 \setminus x_5 \oplus x_7 \setminus x_6 \oplus x_7 3;$$

– продукція 3.13 до підрядка $x_7 3$ веде до

$x_2 \setminus x_1 \oplus x_3 \setminus x_2 \oplus x_4 \setminus x_3 \oplus x_3 \setminus x_4 \oplus x_6 \setminus x_5 \oplus x_7 \setminus x_6 \oplus x_3 \setminus x_7$ – маємо терм в АНФ.

Отже, початкова природно-мовна конструкція в АНФ має такий вигляд:
песню \ забытую $\oplus$
несет \ песню $\oplus$
ветерок \ несет $\oplus$
несет \ ветерок $\oplus$
травах \ задумчивых $\oplus$
звеня \ травах $\oplus$
несет \ звеня .

На рис. 3 за допомогою позначень рис. 1 представлено граф речення з виділенням двох асоціативних пар.

Позначимо $< АНФ? > ::= x_3 \setminus x_2$ словом <что?>. За теоремою 2, $< АНФa > \to x_2 \setminus x_1$, $< АНФq > \to x_4 \setminus x_3 \oplus x_3 \setminus x_4 \oplus x_6 \setminus x_5 \oplus x_7 \setminus x_6 \oplus x_3 \setminus x_7$.

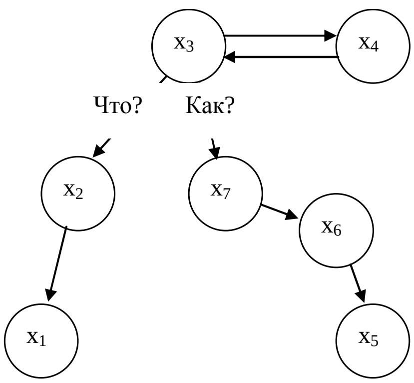

Рис. 3. Граф терма $x_1 2 x_2 3 x_3 4 x_4 3 x_5 6 x_6 7 x_7 3$ з виділенням асоціативних пар $x_3 \backslash x_2$ та $x_3 \backslash x_7$

Тоді, згідно з *правилом 2*, $< tA > \to x_2 x_1$, а $< tQ > \to x_3 x_4 x_7 x_6 x_5$. Отже, маємо такий результат:
что? несет ветерок звеня задумчивых травах ? песню забытую.

Тепер позначимо $< АНФ? > ::= x_3 \backslash x_7$ словом <как?>. За теоремою 2, $< АНФa > \to x_7 \backslash x_6 \oplus x_6 \backslash x_5$, $< АНФq > \to x_4 \backslash x_3 \oplus x_3 \backslash x_4 \oplus x_3 \backslash x_2 \oplus x_2 \backslash x_1$.

Тоді, згідно з *правилом 2*, $< tA > \to x_7 x_6 x_5$, а $< tQ > \to x_3 x_4 x_2 x_1$. Отже, маємо такий результат:
как? несет ветерок песню забытую ? звеня задумчивых травах.

Приклад 4. Царь небесный пошлет мне прощенье (за) прегрешенья ($x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$).

Згідно з *правилом 1,* будуємо терм

$$x_1 3 x_2 1 x_3 1 x_4 3 x_5 3 x_6 5;$$

– 5 разів продукція 3.12 до підрядка $x_1 3 x_2 1 x_3 1 x_4 3 x_5 3 x_6$

$$x_3 \backslash x_1 \oplus x_1 \backslash x_2 \oplus x_1 \backslash x_3 \oplus x_3 \backslash x_4 \oplus x_3 \backslash x_5 \oplus x_6 5;$$

– продукція 3.13 до підрядка $x_6 5$

$$x_3 \backslash x_1 \oplus x_1 \backslash x_2 \oplus x_1 \backslash x_3 \oplus x_3 \backslash x_4 \oplus x_3 \backslash x_5 \oplus x_5 \backslash x_6$$ – маємо терм в АНФ.

Отже, початкова природно-мовна конструкція в АНФ має такий вигляд:
пошлет \ царь $\oplus$
царь \ небесный $\oplus$
царь \ пошлет $\oplus$
пошлет \ мне $\oplus$
пошлет \ прощенье $\oplus$
прощенье \ прегрешенья.

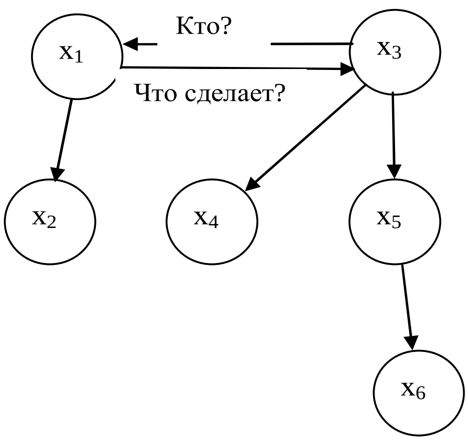

Рис. 4. Граф терма $x_1 3 x_2 1 x_3 1 x_4 3 x_5 3 x_6 5$ з виділенням асоціативних пар $x_3 \backslash x_1$ та $x_1 \backslash x_3$

На рис. 4 за допомогою позначень рис. 1 представлено граф речення з виділенням двох асоціативних пар.

Позначимо $< АНФ? > ::= x_3 \backslash x_1$ словом <кто?>. За теоремою 2,

$$< АНФa > \to x_3 \backslash x_4 \oplus x_3 \backslash x_5 \oplus x_5 \backslash x_6,$$

$$< АНФq > \to x_1 \backslash x_2.$$

Тоді, згідно з *правилом 2*, $< tA > \to x_3 x_4 x_5 x_6$, а $< tQ > \to x_1 x_2$. Отже, маємо такий результат:
кто? пошлет мне прощенье прегрешенья ? царь небесный.

Тепер позначимо $< АНФ? > ::= x_1 \backslash x_3$ словом <что сделает?>. За теоремою 2, $< АНФa > \to x_1 \backslash x_2$, $< АНФq > \to x_3 \backslash x_4 \oplus x_3 \backslash x_5 \oplus x_5 \backslash x_6$.

Тоді, згідно з *правилом 2*, $<tA>\to x_1x_2$, а $<tQ>\to x_3x_4x_5x_6$. Отже, маємо такий результат:

что сделает? царь небесный ? пошлет мне прощенье прегрешенья.

4. Висновки

Отже, наведені приклади демонструють інтуїтивну зрозумілість результатів застосування моделі комутативної напівгрупи ОК формальної теорії Th до природно-мовних конструкцій у вигляді речень на українській та російських мовах. На відміну від відомих формальних теорій у формальній теорії Th застосовано бінарний оператор спрямованого асоціативного зв'язку та поняття АНФ згідно з концепцією розуміння сенсу електронного текстового контенту. Побудована на основі теорії Th модель комутативної напівгрупи образних конструкцій забезпечує представлення ОК природно-мовної синтагми у вигляді 3-х складових питальної конструкції мовних образів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бісікало О.В. Інфологічний підхід до моделювання образного мислення людини [Електронний ресурс] / О.В. Бісікало // Вісник СумДУ. – (Серія «Технічні науки»). – 2009. – № 2. – С. 15 – 20. – Режим доступу: http://visnyk.sumdu.edu.ua/arhiv/2009/Tech_2_09/ 09bovoml.pdf.

2. Бардачов Ю.М. Дискретна математика: підручник / Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Є.; за ред. В.Є. Ходакова. – К.: Вища школа, 2002. – 287 с.

3. Столл Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории / Столл Р.; пер с англ. – М.: Просвещение, 1968. – 231 с.

4. Основи дискретної математики: підручник / Ю.В. Капітонова, С.Л. Кривий, О.А. Летичевський [та ін.]. – К.: Наук. думка, 2002. – 579 с.

5. Бісікало О.В. Концептуальні основи моделювання образного мислення людини / Бісікало О.В. – Вінниця: ПП Балюк І.Б., ВДАУ, 2009. – 163 с.

6. Бісікало О.В. Побудова нечітких відношення і простору сенсу образних конструкцій / О.В. Бісікало // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – (Серія "Фізико-математичні науки»). – 2011. – Вип. № 1. – С. 70 – 73.

7. Бісікало О.В. Представлення асоціативної мережі образів за допомогою графів / О.В. Бісікало, Р.Г. Тадевосян // Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка": Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2009. – № 650. – С. 73 – 80.

Стаття надійшла до редакції 15.10.2010