УДК 629.735.051:681.513.5

Л.Н. Блохин, О.В. Ермолаева, И.Ю. Прокофьева

Модернизированная оптимальная фильтрация детерминированных данных в бортовой измерительной системе

Предложены новые процедура и алгоритм оптимальной фильтрации детерминированной информации в линейной многомерной измерительной системе, элементы которой (звенья и сигналы) имеют произвольную динамику.

A new procedure and an algorithm of optimal filtering of deterministic information for linear multivariate measuring system, elements, which units and signals have the random dynamics, are offered.

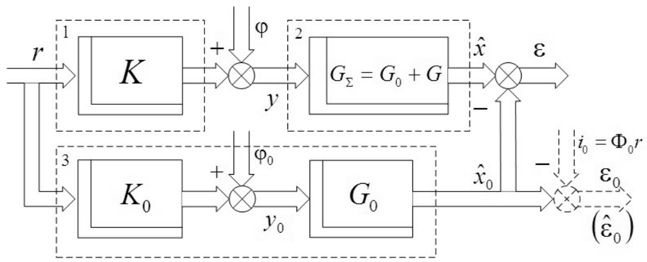
Запропоновано нові процедуру та алгоритм оптимальної фільтрації детермінованої інформації в лінійній багатовимірній вимірювальній системі, елементи (ланки та сигнали) якої мають довільну динаміку.

Введение. Качество функционирования подвижных объектов различного назначения в стационарных режимах, как правило, определяется точностью движения объектов по заданным траекториям. Точность движения в определяющей степени связана с точностью обработки первичной информации о параметрах движения объекта, получаемой с помощью соответствующих бортовых измерительных систем или комплексов. Эта информация всегда стохастична, т.е. содержит как детерминированные, так и случайные составляющие. Если в настоящее время обработке случайной стационарной информации в литературе уделяется достаточно внимания [1], то в теории обработки реальной многомерной детерминированной информации наблюдаются, в частности, пробелы в оптимальной обработке указанной информации.

Постановка задачи

В настоящей статье предложены новые процедура и алгоритм обработки детерминированной информации, протекающей в измерительном комплексе в длительном, близком к стационарному, режиме функционирования исследуемого комплекса. Предлагаемая процедура должна выполняться перед обработкой полностью случайной стационарной информации известными методами и алгоритмами.

Структурная схема предлагаемой измерительной системы представлена на рисунке.



Структурная схема исследуемой измерительной системы: 1 – бортовой измеритель; 2 – фильтр–наблюдатель; 3 – вычислитель

Характеристики элементов структуры:

$\mathbf{K}$ – матрица передаточных функций реального бортового измерительного устройства;

$\mathbf{K}_0$ – матрица передаточных функций базового (расчетного) измерительного устройства;

$\hat{\mathbf{K}}$ – матрица передаточных функций части измерительного устройства, дополняющего базовую структуру $\mathbf{K}_0$ до ее реальной, конкретной в каждом режиме движения объекта, структуры $\mathbf{K}$;

$\mathbf{G}$ – искомая в задаче матрица передаточных функций фильтрующего устройства;

$\mathbf{G_0}$ – матрица передаточных функций базового (расчетного) фильтрующего устройства;

$\mathbf{V}$ – матрица передаточных функций части фильтрующего устройства, в сумме со структурой $\mathbf{G_0}$ определяющая полную структуру $\mathbf{G}$;

$\mathbf{\Phi}_0$ – матрица желаемых передаточных функций измерительной системы, преобразующей ее входные сигналы в выходные;

$\mathbf{r}_0$ – n-мерный вектор программных сигналов;

$\mathbf{r}$ – n-мерный вектор реальных входных сигналов в систему;

$\hat{\mathbf{r}}$ – дополнение к вектору базовой программы $\mathbf{r}_0$, сумма которых составит вектор $\mathbf{r}$ в конкретном реальном движении объекта;

φ – v-мерный вектор реальных помех измерения программных сигналов;

φ_0 – v-мерный вектор помех измерения базового вектора $\mathbf{r}_0$;

$\hat{\varphi}$ – v-мерный вектор помех измерения, дополняющих базовый вектор φ_0 до вектора реальных помех измерений φ в каждом конкретном режиме движения объекта;

$\mathbf{x}$ и $\mathbf{x_0}$ – n-мерные векторы расчетного и реального выходов измерительных трактов;

$\mathbf{i_0}$ – n-мерный вектор желаемых сигналов выходов системы измерений;

$\boldsymbol{\varepsilon}$ и $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ – n-мерные векторы ошибок базового и реального трактов измерений.

Далее в алгоритме используются частотные характеристики (спектры) указанных сигналов как результат применения к ним преобразования Фурье вида: $q(\omega)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} q(t)e^{j\omega\tau}dt.$

В дальнейшем преобразования Фурье-сигналов, действующих в системе, для краткости записи обозначены как $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}_0$, $\hat{\mathbf{r}}$, φ, φ_0, $\hat{\varphi}$, $\boldsymbol{\varepsilon_0}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$.

Эти частотные характеристики целесообразно представлять как произведения диагональных матриц соответствующих размеров и обозначений на единичные векторы-столбцы также соответствующих размеров, а именно:

$$\mathbf{r}(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\Theta}_r\cdot\mathbf{L}_{n\times1},\qquad \mathbf{r}_0(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\Theta}_{r0}\cdot\mathbf{L}_{n\times1},$$
$$\hat{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\Theta}_{\hat{r}}\cdot\mathbf{L}_{n\times1};\qquad \varphi(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\Theta}_{\varphi}\cdot\mathbf{L}_{v\times1},$$
$$\varphi_0(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\Theta}_{\hat{\varphi}0}\cdot\mathbf{L}_{v\times1},\quad \hat{\varphi}(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\Theta}_{\hat{\varphi}}\cdot\mathbf{L}_{v\times1},$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_0(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon0}\cdot\mathbf{L}_{n\times1},\quad \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon}\cdot\mathbf{L}_{n\times1}.$$

Комплексно-сопряженные характеристики указанных сигналов в таком случае будут иметь вид:

$$\mathbf{r}_*=\mathbf{L}_{1\times n}\cdot\boldsymbol{\Theta}_{r*},\quad \mathbf{r}_{0*}=\mathbf{L}_{1\times n}\cdot\boldsymbol{\Theta}_{r0*},\quad \hat{\mathbf{r}}_*=\mathbf{L}_{1\times n}\cdot\boldsymbol{\Theta}_{\hat{r}*};$$
$$\varphi_*=\mathbf{L}_{1\times v}\cdot\boldsymbol{\Theta}_{\varphi*},\quad \varphi_{0*}=\mathbf{L}_{1\times v}\cdot\boldsymbol{\Theta}_{\varphi0*}\cdot\mathbf{L}_{v\times1},$$
$$\hat{\varphi}_*=\mathbf{L}_{1\times v}\cdot\boldsymbol{\Theta}_{\hat{\varphi}*};\quad \boldsymbol{\varepsilon}_{0*}=\mathbf{L}_{1\times n}\cdot\boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon0*},\quad \boldsymbol{\varepsilon}_*=\mathbf{L}_{1\times n}\cdot\boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon*}.$$

При реальном условии $n\geq\nu$ дальнейшее решение задач требует ввода следующих эквивалентных функций, уравнивающих размерности рассматриваемых в задаче векторов сигналов:

$$\varphi=\boldsymbol{\Theta}_{\varphi}\cdot\mathbf{L}_{v\times1}=\left[\boldsymbol{\Theta}_{\varphi},\quad 0_{v\times(n-v)}\right]\cdot\mathbf{L}_{n\times1}=\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\varphi}\cdot\mathbf{L}_{n\times1};$$
$$\varphi_0=\boldsymbol{\Theta}_{\varphi0}\cdot\mathbf{L}_{v\times1}=\left[\boldsymbol{\Theta}_{\varphi0},\quad 0_{v\times(n-v)}\right]\cdot\mathbf{L}_{n\times1}=\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\varphi0}\cdot\mathbf{L}_{n\times1};$$
$$\hat{\varphi}=\boldsymbol{\Theta}_{\hat{\varphi}}\cdot\mathbf{L}_{v\times1}=\left[\boldsymbol{\Theta}_{\hat{\varphi}},\quad 0_{v\times(n-v)}\right]\cdot\mathbf{L}_{n\times1}=\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\hat{\varphi}}\cdot\mathbf{L}_{n\times1};$$
$$\varphi_*=\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\varphi*}\cdot\mathbf{L}_{n\times1},\quad \varphi_{0*}=\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\varphi0*}\cdot\mathbf{L}_{n\times1},\quad \hat{\varphi}_*=\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\hat{\varphi}*}\cdot\mathbf{L}_{n\times1}.$$

Следует подчеркнуть, что так называемые базовые (расчетные) характеристики измерителя $\mathbf{K}_0$, векторов сигналов $\mathbf{r}_0$, $\mathbf{y}_0$ и φ_0 на практике получают при проведении полунатурных испытаний близких прототипов исследуемого подвижного объекта в интересующих режимах его функционирования.

Структурная схема исследуемой системы измерений (рис.1) отражает указанные взаимосвязи между ее звеньями и сигналами, а также поясняет особенности введенных ранее обозначений.

Рассматриваемая задача эквивалентна задаче синтеза наилучших структур матриц передаточных функций фильтров $\mathbf{G}_0$ и $\mathbf{V}$ в вычислителе и реальном измерительном тракте соответственно.

Процедура решения задачи фильтрации

В принятых обозначениях вектор выходных сигналов измерительного тракта рассматриваемой системы $\mathbf{x}$ и его сопряженное выражение $\mathbf{x}_*$ следует записать так:

$$\mathbf{x}=\mathbf{G}(\mathbf{Kr}+\varphi),\ \ \mathbf{x}_*=(\mathbf{r}_*\mathbf{K}_*+\varphi_*)\mathbf{G}_*,\qquad (1)$$

а вектор выходных сигналов вычислителя (расчетного измерительного тракта) в виде

$$\mathbf{x}_0=\mathbf{G}_0(\mathbf{K}_0\mathbf{r}_0+\varphi_0),\ \ \mathbf{x}_{0*}=(\mathbf{r}_{0*}\mathbf{K}_{0*}+\varphi_{0*})\mathbf{G}_{0*}.\ (2)$$

С учетом выражения (2) вектор ошибок измерений программных сигналов расчетным измерительным трактом имеет вид

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \mathbf{x}_0 - \mathbf{i}_0 = \mathbf{G}_0\left(\mathbf{K}_0\mathbf{r}_0 + \varphi_0\right) - \mathbf{\Phi}_0\mathbf{r}_0 = \\ = \left[\mathbf{G}_0\left(\mathbf{K}_0\mathbf{\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0}\right) - \mathbf{\Phi}_0\mathbf{\Theta}_r\right]\mathbf{L}_{n\times 1} = \mathbf{\Theta}_{\varepsilon 0}\mathbf{L}_{n\times 1}. \quad (3)$$

Поскольку обрабатывается детерминированная информация, то наилучшая структура функции $\mathbf{G}_0$ из выражения (3) по условию $\Theta_\varepsilon = 0_n$ уже известна

$$\mathbf{G}_0 = \mathbf{\Phi}_0\mathbf{\Theta}_{r0}\left(\mathbf{K}_0\mathbf{\Theta}_{r0} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0}\right)^{\#}, \quad (4)$$

где «#»– символ псевдообращения матрицы.

В ситуации, когда $n = \nu$, выражение (4) следует переписать так:

$$\mathbf{G}_0 = \mathbf{\Phi}_0\mathbf{\Theta}_{r0}\left(\mathbf{K}_0\mathbf{\Theta}_{r0} + \mathbf{\Theta}_{\varphi 0}\right)^{-1}. \quad (5)$$

Указанную в выражениях (4) или (5) структуру $\mathbf{G}_0$ в ходе дальнейшего решения задачи следует считать известной.

Для решения задачи интересен вектор сигналов рассогласования выражений (1) и (2), а также его комплексно сопряженный вектор, которые следует записать так:

$$\mathbf{x}_\Sigma = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 = \left(\mathbf{G}_0 + \mathbf{V}\right)\left(\mathbf{Kr} + \varphi\right) - \mathbf{G}_0\left(\mathbf{K}_0\mathbf{r}_0 + \varphi_0\right) = \\ = \mathbf{G}_0\left[\left(\mathbf{K}_0 + \hat{\mathbf{K}}\right)\left(\mathbf{r}_0 + \hat{\mathbf{r}}\right) + \left(\varphi_0 + \hat{\varphi}\right)\right] + \mathbf{V}\left(\mathbf{Kr} + \varphi\right) - \quad (6) \\ -\mathbf{G}_0\left(\mathbf{K}_0\mathbf{r}_0 + \varphi_0\right) = \mathbf{V}\left(\mathbf{Kr} + \varphi\right) + \mathbf{G}_0\left[\left(\mathbf{Kr} + \varphi\right) - \left(\mathbf{K}_0\mathbf{r}_0 + \varphi_0\right)\right]; \\ \mathbf{x}_{\Sigma *} = \left(\mathbf{r}_*\mathbf{K}_* + \varphi_*\right)\mathbf{V}_* + \left[\left(\mathbf{r}_*\mathbf{K}_* + \varphi_*\right) - \left(\mathbf{r}_{0*}\mathbf{K}_{0*} + \varphi_{0*}\right)\right]\mathbf{G}_{0*}.$$

С учетом выражения (6) и указанных ранее обозначений векторы сигналов ошибки измерительной системы можно представить в виде

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{x}_\Sigma - \mathbf{\Phi}_0\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\right) = \mathbf{V}\left(\mathbf{Kr} + \varphi\right) + \\ +\mathbf{G}_0\left[\left(\mathbf{Kr} + \varphi\right) - \left(\mathbf{K}_0\mathbf{r}_0 + \varphi_0\right)\right] - \mathbf{\Phi}_0\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\right) = \\ = \Big\{\mathbf{V}\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right) + \mathbf{G}_0\left[\left(\mathbf{K\Theta}_{r*} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right) - \right. \\ \left. -\left(\mathbf{K}_0\mathbf{\Theta}_{r0} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0}\right)\right] - \mathbf{\Phi}_0\left(\mathbf{\Theta}_\mathbf{r} - \mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}0}\right)\Big\}\mathbf{L}_{n\times 1}; \quad (7) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_* = L_{1\times n}\Big\{\left(\mathbf{\Theta}_{r*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right)\mathbf{V}_* + \left[\left(\mathbf{\Theta}_{r*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right) - \right. \\ \left. -\left(\mathbf{\Theta}_{r0*}\mathbf{K}_{0*} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0*}\right)\right]\mathbf{G}_{0*} - \left(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}*} - \mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}0*}\right)\mathbf{\Phi}_{0*}\Big\}.$$

Функционал качества измерений и обработки интересующей информации, нуждающийся в минимизации, выглядит так:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon}_*\mathbf{R}\right)ds, \; s = j\omega, \quad (8)$$

где $\mathbf{R}$ – положительно определенная весовая функция.

Подставив векторы (7) в функционал (8), следует переписать его так:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \mathrm{tr}\Big(\Big(\Big\{\mathbf{V}\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right) + \mathbf{G}_0\left[\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right) - \right. \\ \left. -\left(\mathbf{K}_0\mathbf{\Theta}_{r0} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0}\right)\right] - \mathbf{\Phi}_0\left(\mathbf{\Theta}_\mathbf{r} - \mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}0}\right)\Big\}\mathbf{L}_n \times \quad (9) \\ \times\Big\{\left(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right)\mathbf{V}_* + \left[\left(\mathbf{\Theta}_{r*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right) - \right. \\ \left. -\left(\mathbf{\Theta}_{r0*}\mathbf{K}_{0*} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0*}\right)\right]\mathbf{G}_{0*} - \left(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}*} - \mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}0*}\right)\mathbf{\Phi}_{0*}\Big\}\mathbf{R}\Big)\Big)ds,$$

где матрица $\mathbf{L}_n = \mathbf{L}_{n\times 1} \cdot \mathbf{L}_{1\times n}$.

Первая вариация функционала (9) при варьируемой функции $\mathbf{V}$ будет иметь вид:

$$\delta\mathbf{I} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \mathrm{tr}\Big(\Big(\mathbf{R}\Big\{\mathbf{V}\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)\mathbf{L}_n\left(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right) + \\ +\mathbf{G}_0\left[\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right) - \left(\mathbf{K}_0\mathbf{\Theta}_{r0} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0}\right)\right] \times \quad (10) \\ \times\mathbf{L}_n\left(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right) - \mathbf{\Phi}_0\left(\mathbf{\Theta}_r - \mathbf{\Theta}_{r0}\right)\mathbf{L}_n\left(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right)\Big\}\delta\mathbf{V}_* + \\ +\delta\mathbf{V}\Big\{\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)\mathbf{L}_n\left(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{r}*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right)\mathbf{V}_* + \left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)\mathbf{L}_n \times \\ \times\left[\left(\mathbf{\Theta}_{r*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right) - \left(\mathbf{\Theta}_{r0*}\mathbf{K}_{0*} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0*}\right)\right]\mathbf{G}_{0*} - \\ -\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)\mathbf{L}_n\left(\mathbf{\Theta}_{r*} - \mathbf{\Theta}_{r0*}\right)\mathbf{\Phi}_{0*}\Big\}\mathbf{R}\Big)\Big)ds.$$

Следует ввести такие обозначения:

$$\mathbf{\Gamma}_*\mathbf{\Gamma} = \mathbf{R}, \; \mathbf{DL}_n\mathbf{D}_* = \left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)\mathbf{L}_n\left(\mathbf{\Theta}_{r*}\mathbf{K}_* + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi *}\right), \\ \mathbf{T} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+ + \mathbf{T}_- = \mathbf{\Gamma}\Big\{\mathbf{G}_0\left[\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right) - \left(\mathbf{K}_0\mathbf{\Theta}_{r0} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0}\right)\right] - \\ -\mathbf{\Phi}_0\left(\mathbf{\Theta}_r - \mathbf{\Theta}_{r0}\right)\Big\}\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)^{\#}\mathbf{D} = \mathbf{\Gamma}\Big\{\left[\mathbf{G}_0\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right) - \mathbf{\Phi}_0\mathbf{\Theta}_r\right] - \quad (11) \\ -\left[\mathbf{G}_0\left(\mathbf{K}_0\mathbf{\Theta}_{r0} + \bar{\mathbf{\Theta}}_{\varphi 0}\right) - \mathbf{\Phi}_0\mathbf{\Theta}_{r0}\right]\Big\}\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)^{\#}\mathbf{D} = \\ = \mathbf{\Gamma}\left[\mathbf{G}_0\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)^{\#} - \mathbf{\Phi}_0\mathbf{\Theta}_r\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)^{\#}\right]\mathbf{D} = \\ = \mathbf{\Gamma}\left[\mathbf{G}_0 - \mathbf{\Phi}_0\mathbf{\Theta}_r\left(\mathbf{K\Theta}_r + \bar{\mathbf{\Theta}}_\varphi\right)^{\#}\right]\mathbf{D} = \mathbf{\Gamma}\left(\mathbf{G}_0 - \hat{\mathbf{G}}\right)\mathbf{D},$$

где применены винеровские операции факторизации и сепарации матриц [3].

С учетом обозначений (11) вариация (10) должна иметь вид

$$\delta\mathbf{I} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} \mathrm{tr}\{\mathbf{\Gamma}_*[\mathbf{\Gamma VD} + \mathbf{T}]\mathbf{L}_n\mathbf{D}_*\delta\mathbf{V}_* + \delta\mathbf{VDL}_n(\mathbf{D}_*\mathbf{V}_*\mathbf{\Gamma}_* + \mathbf{T}_*)\mathbf{\Gamma}\}ds.$$

Условие, обеспечивающее тождественное равенство нулю вариации (10) будет

$$\mathbf{\Gamma VD} = -\left(\mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+\right),$$

а алгоритм синтеза оптимальной структуры коррекции фильтра

$$\mathbf{V} = -\mathbf{\Gamma}^{-1}\left(\mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+\right)\mathbf{D}^{-1}. \quad (12)$$

Итак, задача решена.

Подставив выражение (12) в функционал (9), можно оценить минимальную величину последнего. Вычисляя величину $\mathbf{I}_{\min}$ по соответствующим таблицам [5], можно построить поверхности ее изменения в функции варьируемых параметров основных элементов исследуемого бортового измерителя и сделать обоснованные выводы о целесообразной коррекции параметров синтезированной структуры фильтра-наблюдателя выходов бортового измерителя.

Решение задачи фильтрации детерминированных данных

Рассмотрим скалярный пример, иллюстрирующий предложенную процедуру.

Исходные данные примера таковы:

$$\mathrm{K}_0=\frac{a}{Ts+1};\quad \mathrm{K}=\frac{b}{\tau s+1};\quad r_0(s)=\Theta_{r_0}=\frac{n_0}{\nu_0 s+1};$$

$$r(s)=\Theta_r=\frac{n}{\nu s+1};\quad \varphi_0(s)=\Theta_{\varphi_0}=\frac{m_0}{\mu_0 s+1};$$

$$\varphi(s)=\Theta_\varphi=\frac{m}{\mu s+1};\ \Phi_0=1;\ R=1;\ n=\nu=1.$$

Базовая (расчетная) передаточная функция фильтра G_0 согласно выражению (5) и исходным данным имеет вид

$$G_0=\Phi_0\Theta_{r0}\left(K_0\Theta_{r0}+\Theta_{\varphi 0}\right)^{-1}=$$

$$=\frac{n_0}{\nu_0 s+1}\left[\frac{a}{Ts+1}\cdot\frac{n_0}{\nu_0 s+1}+\frac{m_0}{\mu_0 s+1}\right]^{-1}=$$

$$=\frac{(Ts+1)(\mu_0 s+1)}{a(\mu_0 s+1)+\frac{m_0}{n_0}\left[T\nu_0 s^2+(T+\nu_0)s+1\right]}=$$

$$=\frac{n_0}{m_0}\cdot\frac{(Ts+1)(\mu_0 s+1)}{\left[T\nu_0 s^2+\left(T+\nu_0+a\frac{n_0}{m_0}\mu_0\right)s+\left(1+\frac{n_0}{m_0}a\right)\right]}.$$

С учетом данных примера обозначения (11) следует записать так:

$$\Gamma=\Gamma_*=1;$$

$$DL_nD_*=\left[\frac{b}{\tau s+1}\cdot\frac{n}{\nu s+1}+\frac{m}{\mu s+1}\right]\times$$

$$\times L_n\left[\frac{b}{(-\tau s+1)}\cdot\frac{n}{(-\nu s+1)}+\frac{m}{(-\mu s+1)}\right];$$

$$D=\frac{m\left[\tau\nu s^2+\left(\tau+\nu+b\mu\cdot\frac{n}{m}\right)s+\left(1+b\cdot\frac{n}{m}\right)\right]}{(\tau s+1)(\nu s+1)(\mu s+1)};$$

$$D_*=\frac{m\left[\tau\nu s^2-\left(\tau+\nu+b\mu\cdot\frac{n}{m}\right)s+\left(1+b\cdot\frac{n}{m}\right)\right]}{(-\tau s+1)(-\nu s+1)(-\mu s+1)}.$$

Для прозрачности дальнейшего хода решения примера целесообразно ввести функции D_0 и D_{0*} вида:

$$D_0=K_0\Theta_{r_0}+\Theta_{\varphi_0}=\frac{a}{Ts+1}\cdot\frac{n_0}{\nu_0 s+1}+\frac{m_0}{\mu_0 s+1}=$$

$$=\frac{m_0\left[T\nu_0 s^2+\left(T+\nu_0+a\mu_0\frac{n_0}{m_0}\right)s+\left(1+a\cdot\frac{n_0}{m_0}\right)\right]}{(Ts+1)(\nu_0 s+1)(\mu_0 s+1)};$$

$$D_{0*}=\frac{m_0\left[T\nu_0 s^2-\left(T+\nu_0+a\mu_0\frac{n_0}{m_0}\right)s+\left(1+a\cdot\frac{n_0}{m_0}\right)\right]}{(-Ts+1)(-\nu_0 s+1)(-\mu_0 s+1)}.$$

Также запишем дополнительную функцию $\hat{G}$, представляющую собой часть коррекции структуры синтезируемого оптимального фильтра G и соответственно функции T (11):

$$\hat{G}=\Phi_0\Theta_r\left(K\Theta_r+\Theta_\varphi\right)^{-1}=\frac{n}{\nu s+1}\left[\frac{b}{\tau s+1}\cdot\frac{n}{\nu s+1}+\frac{m}{\mu s+1}\right]^{-1}=$$

$$=\frac{n}{m}\cdot\frac{(\tau s+1)(\mu_0 s+1)}{\left[\tau\nu s^2+\left(\tau+\nu+b\frac{n}{m}\mu\right)s+\left(1+\frac{n}{m}b\right)\right]};\qquad (*)$$

$$\mathrm{T}=\mathrm{T}_0+\mathrm{T}_+=\Gamma\left(G_0-\hat{G}\right)D=$$

$$=\left\{\frac{n_0}{m_0}\cdot\frac{(Ts+1)(\mu_0 s+1)}{\left[T\nu_0 s^2+\left(T+\nu_0+a\frac{n_0}{m_0}\mu_0\right)s+\left(1+\frac{n_0}{m_0}a\right)\right]}-\right.$$

$$\left.-\frac{n}{m}\cdot\frac{(\tau s+1)(\mu_0 s+1)}{\left[\tau\nu s^2+\left(\tau+\nu+b\frac{n}{m}\mu\right)s+\left(1+\frac{n}{m}b\right)\right]}\right\}\times$$

$$\times\frac{m_0\left[T\nu_0 s^2+\left(T+\nu_0+a\mu_0\frac{n_0}{m_0}\right)s+\left(1+a\cdot\frac{n_0}{m_0}\right)\right]}{(Ts+1)(\nu_0 s+1)(\mu_0 s+1)}.$$

С учетом выражения (*) оптимальная структура коррекции фильтра V в рассматриваемом примере будет такой:

$$V=-\Gamma^{-1}\left(\mathrm{T}_0+\mathrm{T}_+\right)D^{-1}=-G_0+\hat{G}=$$

$$=-\frac{n_0}{m_0}\cdot\frac{(Ts+1)(\mu_0 s+1)}{\left[T\nu_0 s^2+\left(T+\nu_0+a\mu_0\frac{n_0}{m_0}\right)s+\left(1+a\frac{n_0}{m_0}\right)\right]}+$$

$$+\frac{n}{m}\cdot\frac{(\tau s+1)(\mu s+1)}{\left[\tau\nu s^2+\left(\tau+\nu+b\mu\frac{n}{m}\right)s+\left(1+b\frac{n}{m}\right)\right]}.$$

Подстановка полученной оптимальной функции $V=-G_0+\hat{G}$ в функционал (9) позволит определить его минимальное значение, знаменующее факт достижения высшего рубежа качества рассматриваемого процесса фильтрации. Минимальное значение функционала (9) следует определить так:

$$I_{\min}=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big\{\left(-G_0+\hat{G}\right)\left(K\Theta_r+\Theta_\varphi\right)+$$

$$+G_0\left[\left(K\Theta_r+\Theta_\varphi\right)-\left(K_0\Theta_{r0}+\Theta_{\varphi0}\right)\right]-$$

$$-\Phi_0\left(\Theta_r-\Theta_{r0}\right)\Big\}\cdot\Big\{\left(\Theta_{r*}K_*+\Theta_{\varphi*}\right)\left(-G_{0*}+\hat{G}_*\right)+$$

$$+\left[\left(\Theta_{r*}K_*+\Theta_{\varphi*}\right)-\left(\Theta_{r0*}K_{0*}+\Theta_{\varphi0*}\right)\right]G_{0*}-$$

$$-\left(\Theta_{r*}-\Theta_{r0*}\right)\Phi_{0*}\Big\}ds=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big\{\Big[\hat{G}\left(K\Theta_r+\Theta_\varphi\right)-$$

$$-G_0\left(K_0\Theta_{r0}+\Theta_{\varphi0}\right)\Big]-\Phi_0\left(\Theta_r-\Theta_{r0}\right)\Big\}\times$$

$$\times\Big\{\Big[\left(\Theta_{r*}K_*+\Theta_{\varphi*}\right)\hat{G}_*-\left(\Theta_{r0*}K_{0*}+\Theta_{\varphi0*}\right)G_{0*}\Big]-$$

$$-\left(\Theta_{r*}-\Theta_{r0*}\right)\Phi_{0*}\Big\}ds=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big[\left(\hat{G}D-\Phi_0\Theta_r\right)-$$

$$-\left(G_0D_0-\Phi_0\Theta_{r0}\right)\Big]\times\Big[\left(D_*\hat{G}_*-\Theta_{r*}\Phi_{0*}\right)-$$

$$-\left(D_{0*}G_{0*}-\Theta_{r0*}\Phi_{0*}\right)\Big]ds\to 0.$$

Значение интеграла $I_{\min}$ в примере стремится к нулю, так как стремится к нулю каждое из слагаемых подинтегральной функции. Последнее следует из выражения (5) и его аналога для реальных функций (функции без индекса «0»). Рассмотренный пример иллюстрирует высокую эффективность предложенных в статье процедур оптимальной фильтрации.

Заключение. Необходимость оптимальной обработки наряду со случайной стационарной и обязательно имеющей место детерминированной информации, одновременно протекающей в длительных, близких к стационарным, режимах функционирования исследуемых бортовых измерительных комплексов подвижных объектов различного назначения в статье показана. Предложенная модернизированная процедура метода Винера–Колмогорова применительно к обработке детерминированной информации и алгоритм синтеза оптимальной структуры многомерного фильтра–наблюдателя такой информации в исследуемом измерителе минимизирует его ошибки.

1. *Азарсков В.Н.*, *Блохин Л.Н.*, *Житецкий Л.С.* Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации. – К.: Изд-во НАУ, 2006. – 437 с.
2. *Брайсон А.*, *Хо Ю-Ши*. Прикладная теория оптимального управления. – М.: Мир, 1972 – 541 с.
3. *Блохін Л.М.*, *Буриченко М.Ю.* Статистична динаміка систем управління: Підручник. – К.: Изд-во НАУ, 2003. – 208 с.
4. *Блохин Л.Н.* Оптимальные системы стабилизации. – Киев: Техніка, 1982. – 143 с.
5. *Davis M.S.* Factoring the Spectral Matrix. // IEEE Trans. Automat. Control. – 1963. – **AC-8**, N 4. – P. 296–305.
6. *Ньютон Дж. К.*, *Гулд Л.А.*, *Кайзер Дж.Ф.* Теория линейных следящих систем. – М.: Наука, 1961. – 407 с.

Поступила 21.01.2014

Тел. для справок: +38 044 406-7427 (Киев)