

Т.М. Власова, В.В. Вишнеvский, В.Г. Калмыков, Т.Н. Романенко

## Кодирование объекта полутонового изображения с использованием канонических сплайнов

Рассмотрен метод кодирования объектов полутонового изображения с использованием канонических сплайнов в рамках структурной модели полутонового изображения. Приведены примеры кодирования изображения, изначально заданного в растровом виде.

The method, to encode the gray-scale image objects, is considered, using canonical splines within the gray-scale image structural model. The examples of the image encoding, initially set in a raster kind, are given.

Розглянуто метод кодування об'єктів напівтонового зображення з використанням канонічних сплайнів у межах структурної моделі напівтонового зображення. Наведено приклади кодування зображення, заданого у растровому вигляді.

**Введение.** Обработка визуальной информации, в частности полутоновых изображений, относится к наиболее сложным задачам искусственного интеллекта и, в то же время, все более актуальным для практического использования в различных отраслях науки и технологий. В настоящее время в средствах искусственного интеллекта полутоновые изображения представлены в растровом виде. Такое представление исключает возможность обработки – преобразования, идентификации объектов, отличающихся аффинными преобразованиями – масштабом, положением в поле изображения, поворотом. В современных средствах обработки визуальной информации практически не используются такие понятия как *контуры объектов полутоновых изображений* представлены, в основном, в виде последовательности точек. В то же время одной из важнейших и наиболее естественных особенностей зрительного восприятия человека есть его способность к сегментации поля зрения на объекты, которые отличаются от фона оптической плотностью, цветом, текстурой и др. Основная характеристика любого объекта – его форма, которая определена контуром – границей между объектом и фоном и функцией оптической плотности внутри контура каждого из объектов. Эти особенности зрительного восприятия человека отражены в используемой структурной модели полутонового изображения [1].

Структурная модель дает возможность однообразного по форме представления произвольных полутоновых изображений. Представление объектов изображений в структурной модели –

инвариантно относительно аффинных преобразований, и позволило бы существенно повысить скорость и качество обработки визуальной информации, что, в свою очередь, обеспечило бы качественное функционирование использующих эти средства информационных технологий.

В настоящей статье рассмотрен метод кодирования объектов полутонового изображения с использованием канонических сплайнов в рамках структурной модели полутонового изображения. Приведены примеры кодирования изображения, изначально заданного в растровом виде.

### Структурная модель полутонового изображения

Основой структурного анализа полутонового изображения есть модель, определяющая его структурные элементы. В соответствии с известными представлениями о механизмах зрительного восприятия [2] такими структурными элементами изображения, в частности, есть объекты, расположенные на фоне, который определяется двумерной функцией оптической плотности. Объекты, в свою очередь, определяются контурами, которые их ограничивают, и функцией оптической плотности в пределах объекта.

Под изображением понимают часть плоскости, ограниченную некоторой геометрической фигурой, обычно – прямоугольником, каждая точка которой характеризуется определенным значением яркости. Другими словами, на части плоскости, ограниченной прямоугольником с размерами  $X, Y$ , определена функция  $p = f(x, y)$ , ( $0 \leq x \leq X$ ;  $0 \leq y \leq Y$ ). Этой функции можно по-

ставить в соответствие некоторую поверхность  $z = f(x, y)$  в пространстве  $Oxyz$ .

Для поверхности, соответствующей полутоновому изображению, справедливо следующее ограничение. Каждому значению пары координат  $(x, y)$  соответствует одно и только одно значение функции  $z(x, y)$ , т.е. перпендикуляр к плоскости изображения в любой точке  $x, y$  пересекает воображаемую поверхность один и только один раз.

В полутоновом изображении всегда можно выделить области, для которых значение яркости постоянно, либо меняется по определенному закону. Закон изменения яркости определяется  $\text{grad } p$  – градиентом яркости. Обычно в пределах одной области  $p = \text{const}$  (в частности ноль), либо  $\partial p / \partial x + \partial p / \partial y = \text{const}$ , либо  $\partial^2 p / \partial x^2 + \partial^2 p / \partial y^2 = \text{const}$ . Возможны и другие законы изменения яркости в поле изображения.

Полутоновое изображение можно рассматривать как некоторую область регулярной поверхности [3], состоящую из регулярных кусков простых поверхностей, причем каждый объект изображения соответствует одному или нескольким кускам простых поверхностей, ограниченных контуром. Контур – геометрическое место особых точек регулярной поверхности.

### **Цифровая строковая модель произвольного полутонового изображения**

С поверхностью в пространстве  $Oxyz$ , которой соответствует полутоновое изображение, совмещена решетка  $N \times M \times P$ , и для каждого пиксела изображения определено среднее в пределах его площади значение яркости  $p(n, m)$ , принимающее целочисленные значения  $p(n, m) = (0, P)$ ;  $n = (0, N)$ ;  $m = (0, M)$ . Сторона решетки с  $N$  клетками расположена вдоль оси  $Ox$ , сторона решетки с  $M$  клетками расположена вдоль оси  $Oy$ , сторона решетки с  $P$  клетками расположена вдоль оси  $Oz$ . Пусть  $unz$  – множество параллельных плоскостей, перпендикулярных оси  $Ox$  в трехмерном пространстве  $Oxyz$ , где  $n = (0, N)$  – соответствуют горизонтальным строкам полутонового изображения. Точно так же  $xmz$  – множество параллельных плоскостей, перпендикулярных оси  $Oy$ , где  $m = (0, M)$  – со-

ответствуют вертикальным строкам полутонового изображения. Пересечение поверхности изображения с этими плоскостями образует на каждой из плоскостей  $unz$  график (функцию) яркости  $z_n(x)$  вдоль горизонтальной строки  $n$ , а на каждой из плоскостей  $xmz$  график (функцию) яркости  $z_m(y)$  вдоль вертикальной строки  $m$ . Для случая дискретизованного изображения функциям яркости соответствуют последовательности значений яркости – горизонтальных  $p_n(m)$  и вертикальных  $p_m(n)$  строк.

Выделение особых точек регулярных поверхностей может быть выполнено в процессе структурного анализа [4] последовательностей  $p_n(m)$  и  $p_m(n)$ . Особые точки областей полутонового изображения (его регулярной поверхности) образуют линии контуров в плоскости  $xOy$ .

### **Аппроксимация непрерывных областей полутонового изображения каноническими сплайнами третьего порядка**

Структурными элементами изображения есть объекты, расположенные на достаточно контрастном фоне. Объекты определяются ограничивающими их контурами и функцией яркости в пределах их контуров. Будем считать, что функция яркости и ее производные в пределах контура, ограничивающего объект, непрерывны. Также будем полагать, что поверхность, соответствующая функции яркости  $z = f(x, y)$ , в пределах контура объекта, простая, т.е. непрерывная, однозначная, состоит из одной полости и не имеет самопересечений. Без ограничения общности будем рассматривать простые объекты, контуры которых образованы непрерывными линиями, имеющими непрерывные производные, полагая, что сложный объект всегда можно представить как совокупность простых объектов.

Если объект полутонового изображения – простая поверхность, то, в соответствии с цифровой строковой моделью полутонового изображения, каждой горизонтальной строке  $n$  изображения можно поставить в соответствие последовательность значений  $p_n(m)$  ( $m = 1, M$ ), отображающих зависимость яркости от координаты  $m$ . Эта последовательность может быть аппроксимирована [4] аналитической параметрически задан-

ной полиномиальной кривой. Для большинства практических случаев третий порядок полиномов достаточен. В настоящей статье используется канонический сплайн (*cardinal spline*):

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x \\ z(t) &= a_z t^3 + b_z t^2 + c_z t + d_z \end{aligned}, \quad (1)$$

где параметр  $t$  изменяется от нуля до единицы.

Коэффициенты полиномов вычисляются как

$$\begin{aligned} a_x &= T(x_2 - x_0) + T(x_3 - x_1) + 2x_1 - 2x_2; \\ a_z &= T(z_2 - z_0) + T(z_3 - z_1) + 2z_1 - 2z_2; \\ b_x &= -2T(x_2 - x_0) - T(x_3 - x_1) - 3x_1 + 3x_2; \\ b_z &= -2T(z_2 - z_0) - T(z_3 - z_1) - 3z_1 + 3z_2; \\ c_x &= T(x_2 - x_0); \quad c_z = T(z_2 - z_0); \quad d_x = x_1; \quad d_z = z_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $T$  – «натяжение» (при  $T = 0$  получаем прямую линию, при увеличении  $T$  изгиб кривой возрастает, при  $T$  больше единицы или меньше нуля кривая может принять вид петли), а точки  $(x_0, z_0)$ ,  $(x_1, z_1)$ ,  $(x_2, z_2)$ ,  $(x_3, z_3)$  определяют форму аппроксимирующей кривой [5, 6].

Таким образом, как результат аппроксимации, каждая горизонтальная строка полутонового изображения может быть представлена в виде вектора  $\mathbf{v} = \{x_0, z_0, x_1, z_1, x_2, z_2, x_3, z_3\}$ , компоненты которого определяют коэффициенты полиномов канонического сплайна.

Строку  $m$  ( $m = 0, M$ ) полутонового изображения можно представить в виде ломаной линии, образованной последовательностью отрезков, соединяющих точки, соответствующие соседним в строке значениям яркости  $p_n(m)$  (рис. 1).

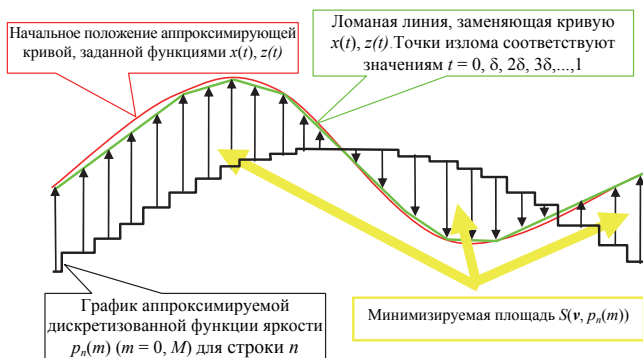


Рис. 1. Аппроксимация дискретизованной функции яркости параметрически заданным сплайном

В качестве меры различия (расстояния) строки изображения от аппроксимирующей кривой

используется значение площади  $S(\mathbf{v}, p_n(m))$  фигуры, ограниченной кривой, определяемой коэффициентами  $\mathbf{v}$ , и ломаной, образованной значениями яркости. Тогда поиск сплайна с коэффициентами  $\mathbf{v}_{\text{opt}}$ , который наилучшим образом аппроксимирует заданную строку изображения, можно рассматривать как определение коэффициентов сплайна, которые минимизируют значение  $S(\mathbf{v}, p_n(m))$ :

$$\mathbf{v}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{v}} S(\mathbf{v}, p_n(m)) \quad (3)$$

Непосредственное вычисление  $S(\mathbf{v}, p_n(m))$  не представляется возможным, поскольку данный контур не есть односвязным. Ломаная  $p_n(m)$  и аппроксимирующая кривая с коэффициентами  $\mathbf{v}$  неоднократно пересекаются. Вычисление координат точек пересечения затруднено параметрическим заданием сплайна. Наиболее простым решением представляется замена аппроксимирующей кривой ломаной линией  $V_t$  (см. рис. 1), точки излома которой  $(x_t, z_t)$  принадлежат кривой и вычислены для значений  $t = 0, \delta, 2\delta, 3\delta, \dots, 1$ . Значение  $\delta$  выбрано достаточно малым, чтобы обеспечить достаточно точное для практических вычислений отображение ломаной линией  $V_t$  исходного сплайна. В результате замены параметрически заданного сплайна ломаной линией, отрезки которой – явно заданные функции, появляется возможность вычислить для каждого значения  $p_n(m)$  значение  $V_t(m)$ , соответствующее паре значений  $x(t), z(t)$ . Тогда площадь  $S(\mathbf{v}, p_n(m))$  может быть вычислена как

$$S(\mathbf{v}, p_n(m)) = \sum_{m=0}^{m=M} V_t(m) - p_n(m). \quad (4)$$

Значение  $\mathbf{v}_{\text{opt}}$ , соответствующее минимальному значению  $S(\mathbf{v}, p_n(m))$ , может быть получено путем использования метода градиентного спуска.

Пусть задан некоторый простой объект, соответствующий куску простой поверхности (рис. 2), образованный частями строк  $\{m_b(n), m_e(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ , где

- $m_b(n), m_e(n)$  – соответственно начальный и конечный (слева направо) пиксели части  $n$ -й горизонтальной строки изображения, находящейся внутри контура объекта;

•  $n_b, n_e$  – соответственно начальный и конечный (сверху вниз) номера строк изображения, части которых находятся внутри контура объекта.

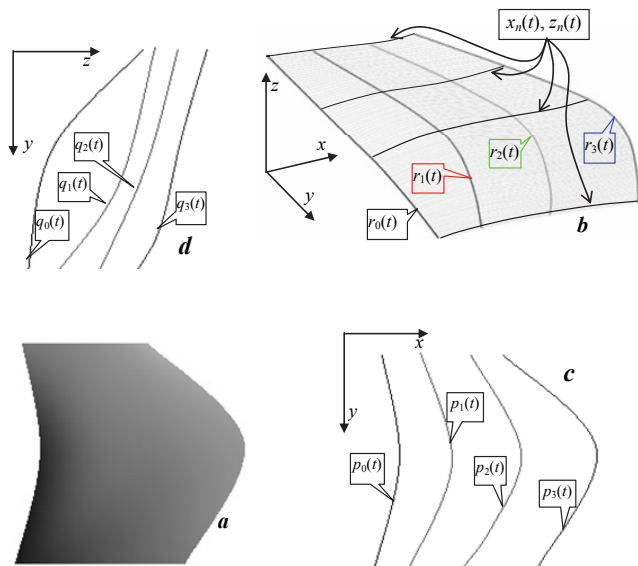


Рис. 2. Аппроксимация простого объекта пространственными сплайнами: *a* – объект полутонового изображения  $\{m_b(n), m_e(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ ; *b* – представление объекта в виде куска простой поверхности;  $x_n(t), z_n(t)$  – примеры сплайнов, аппроксимирующих функции яркости горизонтальных строк в плоскостях  $xOz$  для различных значений  $n$ ;  $r_0(t), r_1(t), r_2(t), r_3(t)$  – пространственные сплайны, аппроксимирующие последовательности параметров плоских сплайнов  $\{x_0(n), z_0(n), x_1(n), z_1(n), x_2(n), z_2(n), x_3(n), z_3(n)\}$  для всех  $n_b \leq n \leq n_e$ ; *c* – проекции пространственных сплайнов на плоскость  $xOy$ :  $p_0(t) = \{x_0(t), y_0(t)\}$ ,  $p_1(t) = \{x_1(t), y_1(t)\}$ ,  $p_2(t) = \{x_2(t), y_2(t)\}$ ,  $p_3(t) = \{x_3(t), y_3(t)\}$ ; кривые  $p_0(t)$  и  $p_3(t)$  отображают контур объекта; *d* – проекции пространственных сплайнов на плоскость  $zOy$ :  $q_0(t) = \{z_0(t), y_0(t)\}$ ,  $q_1(t) = \{z_1(t), y_1(t)\}$ ,  $q_2(t) = \{z_2(t), y_2(t)\}$ ,  $q_3(t) = \{z_3(t), y_3(t)\}$

В результате аппроксимации сплайнами функций яркости частей всех строк изображения, находящихся внутри контура данного объекта, определены значения  $v_{\text{opt}}(n) = \{x_0(n), z_0(n), x_1(n), z_1(n), x_2(n), z_2(n), x_3(n), z_3(n)\}$  для всех  $n_b \leq n \leq n_e$ . Отметим, что  $x_0(n) = m_b(n)$ ,  $x_3(n) = m_e(n)$  – граничные точки строк, определяемые контуром объекта.

Вследствие непрерывности куска поверхности, соответствующего рассматриваемому объекту, каждое из множеств точек  $\{x_0(n), z_0(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ ,  $\{x_1(n), z_1(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ ,  $\{x_2(n), z_2(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ ,  $\{x_3(n), z_3(n), n_b \leq n \leq n_e\}$  образует пространственную кривую, которая, в свою

очередь, может быть аппроксимирована пространственными каноническими сплайнами  $r_0(t) = \{x_0(t), y_0(t), z_0(t)\}$ ,  $r_1(t) = \{x_1(t), y_1(t), z_1(t)\}$ ,  $r_2(t) = \{x_2(t), y_2(t), z_2(t)\}$ ,  $r_3(t) = \{x_3(t), y_3(t), z_3(t)\}$ . Для простоты рассматриваются проекции сплайнов на плоскости  $xOy$ :  $p_0(t) = \{x_0(t), y_0(t)\}$ ,  $p_1(t) = \{x_1(t), y_1(t)\}$ ,  $p_2(t) = \{x_2(t), y_2(t)\}$ ,  $p_3(t) = \{x_3(t), y_3(t)\}$  и  $zOy$ :  $q_0(t) = \{z_0(t), y_0(t)\}$ ,  $q_1(t) = \{z_1(t), y_1(t)\}$ ,  $q_2(t) = \{z_2(t), y_2(t)\}$ ,  $q_3(t) = \{z_3(t), y_3(t)\}$  (рис. 2). Обозначим  $i$ -ю управляющую точку  $j$ -го пространственного сплайна как  $w_{ij} = (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij})$ . В результате аппроксимации для каждого из пространственных, так же как и для плоских сплайнов, определены значения  $v_{\text{opt}}(r_0) = (w_{00}, w_{01}, w_{02}, w_{03})$ ;  $v_{\text{opt}}(r_1) = (w_{10}, w_{11}, w_{12}, w_{13})$ ;  $v_{\text{opt}}(r_2) = (w_{20}, w_{21}, w_{22}, w_{23})$ ;  $v_{\text{opt}}(r_3) = (w_{30}, w_{31}, w_{32}, w_{33})$ . Так, выбранный объект полутонового изображения при аппроксимации его сплайнами третьей степени может быть определена 16 пространственными точками.

Таким образом, порядок определения параметров непрерывной области – объекта полутонового изображения сводится к следующему.

- Для каждой из частей строк изображения  $\{m_b(n), m_e(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ , принадлежащих объекту, определяют параметры сплайна третьей степени  $v_{\text{opt}}(n) = \{x_0(n), z_0(n), x_1(n), z_1(n), x_2(n), z_2(n), x_3(n), z_3(n)\}$ .

- Каждое из множеств точек  $\{x_0(n), z_0(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ ,  $\{x_1(n), z_1(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ ,  $\{x_2(n), z_2(n), n_b \leq n \leq n_e\}$ ,  $\{x_3(n), z_3(n), n_b \leq n \leq n_e\}$  аппроксимируют пространственными каноническими сплайнами третьей степени  $r_0(t) = \{x_0(t), y_0(t), z_0(t)\}$ ,  $r_1(t) = \{x_1(t), y_1(t), z_1(t)\}$ ,  $r_2(t) = \{x_2(t), y_2(t), z_2(t)\}$ ,  $r_3(t) = \{x_3(t), y_3(t), z_3(t)\}$ , каждый из которых, в свою очередь, полностью определяется четырьмя управляющими точками, т.е. кусок простой поверхности, соответствующий объекту – области полутонового изображения – определяется 16 управляющими точками.

На рис. 3 представлен пример работы программы кодирования и восстановления фрагмента полутонового изображения.

На рис. 4 представлен пример кодирования объекта полутонового изображения, включая кривые достаточно сложного контура.

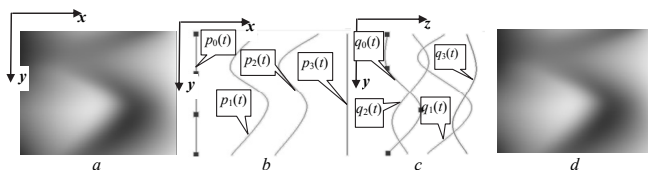


Рис. 3. Кодирование и восстановление фрагмента полутонового изображения:  $a$  – исходное изображение;  $b$  – проекции  $p_0(t), p_1(t), p_2(t), p_3(t)$  пространственных сплайнов  $r_0(t), r_1(t), r_2(t), r_3(t)$  на плоскость  $xOy$ ;  $c$  – проекции  $q_0(t), q_1(t), q_2(t), q_3(t)$  пространственных сплайнов  $r_0(t), r_1(t), r_2(t), r_3(t)$  на плоскость  $yOz$ ;  $d$  – восстановленное изображение

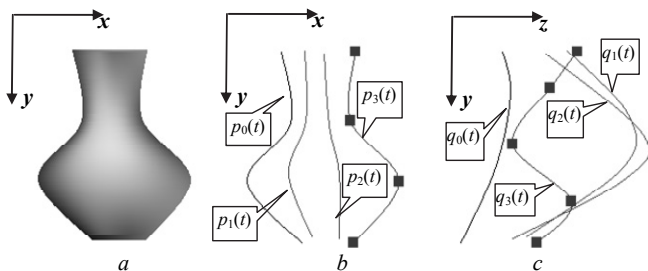


Рис. 4. Кодирование объекта полутонового изображения:  $a$  – исходное изображение;  $b$  – проекции  $p_0(t), p_1(t), p_2(t), p_3(t)$  пространственных сплайнов  $r_0(t), r_1(t), r_2(t), r_3(t)$  на плоскость  $xOy$ ; проекции  $p_0(t), p_3(t)$  отображают кривые контура объекта;  $c$  – проекции  $q_0(t), q_1(t), q_2(t), q_3(t)$  пространственных сплайнов  $r_0(t), r_1(t), r_2(t), r_3(t)$  на плоскость  $yOz$

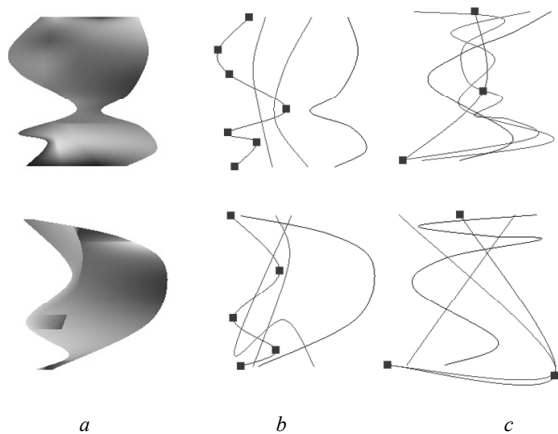


Рис. 5. Модельные объекты полутоновых изображений, построенные по произвольно сформированным наборам проекций пространственных кривых:  $a$  – изображения объектов;  $b$  – проекции кривых пространственных сплайнов на горизонтальную плоскость  $xOy$ ;  $c$  – проекции кривых пространственных сплайнов на вертикальную плоскость  $yOz$

Разработанная программа позволяет формировать проекции пространственных сплайнов,

определяемые произвольным количеством управляющих точек, и строить по ним фрагменты полутоновых изображений, которые могут быть использованы при разработке алгоритмов обработки визуальной информации (рис. 5).

**Заключение.** Предложенный алгоритм в рамках структурной модели полутонового изображения позволяет аппроксимировать описания объектов полутонового изображения, инвариантные к некоторым аффинным преобразованиям, в виде проекций пространственных канонических сплайнов. Эксперименты показали возможность описания объектов и фрагментов полутоновых изображений с использованием проекций пространственных канонических сплайнов в рамках описанной модели полутоновых изображений. Разработанная программа может быть использована как генератор произвольных объектов и фрагментов полутоновых изображений в процессе исследования и разработки методов и алгоритмов обработки визуальной информации.

1. Калмыков В.Г., Вишневецкий В.В, Власова Т.М. Структурная модель полутонового изображения и ее использование в задаче сегментации изображений // Information Technologies and Knowledge. – 2008. – 2, № 5 – P. 153–163.
2. David H. Hubel. Eye, brain, and vision New York: Scientific American Library, 1988. – 240 p.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974. – 831 с.
4. Vishnevskiy V., Kalmykov V., Romanenko T. Approximation of experimental data by Bezier curves // Information theories & applications. – 2008. – 15, № 3 – P. 235–242.
5. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. – М.: Мир, 2001. – 604 с.
6. Петцольд Ч. Программирование для Microsoft Windows на С# в 2-х т. Т. 2. – М.: Русская Редакция, 2002. – 624 с.

Поступила 01.04.2011

Тел. для справок: (044) 526-1369 (Киев)

E-mail: chery@immisp.kiev.ua, vit.vizual@gmail.com,

vl.kalmykov@gmail.com, romanta0771@gmail.com

© Т.М. Власова, В.В. Вишневецкий, В.Г. Калмыков, Т.Н.,

Романенко, 2012