

М.И. Фаттахова

Точный метод расчета сотовых сетей связи со стратегией резервирования каналов

Предложен аналитический метод для расчета показателей качества обслуживания в беспроводных сотовых сетях связи, в которых доступ разнотипных вызовов управляется с помощью схемы резервирования каналов.

An analytical approach is suggested for the quality parameters calculation in wireless cellular networks where different types of calls are prioritized with a channel reservation scheme.

Запропоновано аналітичний підхід до розрахунку показників якості обслуговування у бездротових стільникових мережах зв'язку, де доступ різнотипних викликів керований схемою резервування каналів.

Введение. В беспроводных сотовых сетях связи подвижные абоненты направляют свои вызовы к базовой станции ближайшей соты с помощью свободного радиоканала. При переходе абонентом границы данной соты ему для продолжения сеанса связи требуется свободный канал в новой соте. Процедура перехода абонента из канала данной соты в канал соседней соты называется хэндовер (*handover*), а вызов, порождающий данную процедуру, – *h*-вызовом (хэндовер-вызовом). Существуют различные схемы реализации преимущества *h*-вызовов в беспроводных сотовых сетях связи, поскольку *h*-вызовы более чувствительны к возможным потерям и задержкам, чем новые вызовы (*o*-вызовы). Эффективный путь уменьшения потери *h*-вызовов – выделение определенного количества каналов специально для вызовов данного типа и/или ограничение количества *o*-вызовов в каналах [1–3].

Почти во всех известных работах по теории телетрафика предполагается, что хэндовер и новые вызовы идентичны по длительности занятия канала. Благодаря этому допущению работа соты описывается одномерной цепью Маркова (ЦМ), и удается найти достаточно простые и точные формулы для расчета вероятности потери *h*-вызовов и вероятности блокировки *o*-вызовов. Однако предположение об идентичности разнотипных вызовов по длительности занятия канала весьма ограничительны и не всегда реальны [4–6]. Следовательно, одномерные ЦМ не могут быть использованы в качестве адекватных моделей таких сетей, и поэтому требуется исследование многомерных

моделей. Однако использование многомерных моделей приводит к известной проблеме «проклятия размерности».

В данной статье представлен точный метод расчета моделей без очередей, в которых *h*- и *o*-вызовы не идентичны по длительности занятия канала. Начнем изложение этого метода с краткого обзора известных результатов для подобных моделей. В работе [4] изучены модели с различными стратегиями резервирования каналов для *h*-вызовов. Для них не существует явного решения, и поэтому на основе эвристических соображений авторы предложили приближенные формулы для расчета показателей качества обслуживания (*Quality of Service – QoS*). При этом исследованы модели с классической схемой резервирования каналов (*Classical Guard Channels – CGC*) [5] и обобщенной схемой резервирования каналов (*Fractional Guard Channels – FGC*) [6]. Точность предложенных формул устанавливается с помощью имитационного моделирования. Другой подход к решению подобной задачи был предложен в работе [7]. Он имеет высокую точность для моделей, в которых нагрузочные параметры разнотипных вызовов существенно отличаются один от другого. Но для моделей с идентичными параметрами разнотипных вызовов наблюдаются определенные расхождения с точными результатами.

В данной статье предложен точный метод исследования моделей беспроводных сотовых сетей связи без очередей, в которых используются *CGC*- и *FGC*-схемы доступа. Теоретические основы метода базируются на классических ре-

зультатах киевской математической школы во главе с академиком НАН Украины В.С. Королюком в области фазового укрупнения состояний сложных систем [8].

Описание модели

Сначала рассмотрим описание модели соты однородной беспроводной сети с CGC-схемой резервирования каналов. Рассматриваемая сота содержит N каналов, $1 < N < \infty$, которые совместно используются пуассоновскими потоками новых и h -вызовов. Интенсивность x -вызовов равна λ_x , $x \in \{o, h\}$. Если в момент поступления h -вызова имеется хотя бы один свободный канал, то он принимается, и для его обслуживания назначается один из свободных каналов, в противном случае h -вызов теряется. Поступивший новый вызов принимается лишь тогда, когда число занятых каналов меньше m , $1 \leq m \leq N$ (в случае $m = N$ отсутствуют ограничения для доступа o -вызовов, т.е. имеется полностью доступная схема использования каналов); в противном случае o -вызов блокируется. Функции распределения времени занятия канала для вызовов обоих типов имеют показательный вид, но их параметры отличаются один от другого, т.е. интенсивность обслуживания новых (хэндовер) заявок равна μ_o (μ_h), при этом, вообще говоря, $\mu_o \neq \mu_h$.

Состояние соты в произвольный момент времени описывается двумерным вектором $\mathbf{k} = (k_o, k_h)$, где k_o (k_h) указывает число новых (хэндовер) заявок в каналах. Тогда фазовое пространство состояний (ФПС) соответствующей цепи определяется так:

$$S := \{ \mathbf{k} : k_o = 0, 1, \dots, m; k_h = 0, 1, \dots, N; k_o + k_h \leq N \}. \quad (1)$$

Стационарную вероятность состояния $\mathbf{k} \in S$ обозначим $p(\mathbf{k})$. Они определяются из соответствующей системы уравнений глобального равновесия, и далее с их помощью вычисляются все необходимые показатели QoS исследуемой модели. Основными показателями QoS модели являются вероятность потери h -вызовов (P_h) и вероятность блокировки o -вызовов (P_o). Они при использовании описанной схемы доступа определяются так:

$$P_h = \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) I(k_o + k_h = N), \quad (2)$$

$$P_o = \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) I(k_o + k_h \geq m). \quad (3)$$

Здесь и в дальнейшем $I(A)$ обозначает индикаторную функцию события A . Из формул (2) и (3) получим, что при $m = N$ имеет место равенство $P_o = P_h$.

Теперь рассмотрим описание модели при FGC-схеме доступа. Здесь поступивший новый вызов принимается с вероятностью β_i , если в момент его поступления число занятых каналов равно i , $i = 0, 1, \dots, N - 1$; с вероятностью $1 - \beta_i$ поступивший новый вызов блокируется. Очевидно, что CGC-схема доступа – частный случай описанной стратегии. Действительно, если в FGC-схеме доступа положить $\beta_i = 1$ для всех $i = 0, 1, \dots, m - 1$ и $\beta_i = 0$ для всех $i = m, m + 1, \dots, N - 1$, то получим CGC-схемы доступа.

При использовании FGC-схемы доступа состояние соты в произвольный момент времени, как и при CGC-схеме доступа, описывается двумерным вектором $\mathbf{k} = (k_o, k_h)$, где k_o (k_h) указывает число новых (хэндовер) вызовов в каналах, а ФПС-модели также задается с помощью (1). Интенсивности переходов между состояниями этой двумерной ЦМ $q(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$, $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in S$ определяются так:

$$q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_o \beta_i, & \text{если } k_o + k_h = i, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_h, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ k_o \mu_h, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ k_h \mu_h, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (4)$$

где $\mathbf{e}_1 = (1, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1)$.

Метод расчета

Поскольку вероятность потери h -вызовов и вероятность блокировки o -вызовов определяются числом занятых каналов (2) и (3), то рассмотрим следующее разбиение ФПС (1):

$$S = \bigcup_{i=0}^N S_i, S_i \cap S_j = \emptyset, i \neq j, \quad (5)$$

где $S = \{ \mathbf{k} \in S : k_o + k_h = i \}$.

Вероятность укрупненного состояния S_i обозначим через $\pi(i)$, т.е.

$$\pi(i) := \sum_{\mathbf{k} \in S_i} p(\mathbf{k}). \quad (6)$$

Очевидно, что

$$\sum_{i=0}^N \pi(i) = 1. \quad (7)$$

Тогда искомые показатели QoS (2) и (3) выражаются через стационарные вероятности укрупненных состояний следующим образом:

$$P_h = \pi(N), \quad (8)$$

$$P_o = \sum_{i=0}^N (1 - \beta_i) \pi(i). \quad (9)$$

Следовательно, для вычисления искомых показателей QoS (2) и (3) достаточно лишь найти вероятности укрупненных состояний $\pi(i)$.

Докажем, что вероятности укрупненных состояний определяются так:

$$\pi(j) = \frac{1}{j!} \prod_{i=0}^{j-1} (v_o \beta_i + v_h) \pi(0), \quad j = 1, \dots, N, \quad (10)$$

где $v_x := \lambda_x / \mu_x$, $x \in \{o, h\}$,

$$\pi(0) = \left(\sum_{j=0}^N \frac{1}{j!} \prod_{i=0}^{j-1} (v_o \beta_i + v_h) \right)^{-1}.$$

С этой целью сначала докажем, что выполняются следующие равенства:

$$v_o \beta_{i-1} \pi(i-1) = E(k_o | i) \pi(i), \quad (11)$$

$$v_h \pi(i-1) = E(k_h | i) \pi(i), \quad i = 1, \dots, N, \quad (12)$$

где $E(\cdot | \cdot)$ означает условное математическое ожидание.

Сначала докажем равенство (11). С учетом (4) находим, что система уравнений локального равновесия для состояний $\mathbf{k} \in S_i$, $i = 1, \dots, N$, имеет следующий вид:

$$v_o \beta_{i-1} p(k_o - 1, k_h) I(k_o \geq 1) = k_o p(k_o, k_h). \quad (13)$$

Суммируя обе части (13) по всем возможным $\mathbf{k} \in S_i$, находим:

$$v_o \beta_{i-1} \sum_{\mathbf{k} \in S_i} p(k_o - 1, k_h) I(k_o \geq 1) = \sum_{\mathbf{k} \in S_i} k_o p(k_o, k_h). \quad (14)$$

С учетом (6) легко получаем

$$\sum_{\mathbf{k} \in S_i} p(k_o - 1, k_h) I(k_o \geq 1) = \pi(i-1). \quad (15)$$

Правую часть (14) преобразуем:

$$\sum_{\mathbf{k} \in S_i} k_o p(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{k} \in S_i} k_o \cdot \frac{p(\mathbf{k})}{\pi(i)} \cdot \pi(i). \quad (16)$$

Из определения условной вероятности имеем:

$$P(\mathbf{k} | i) = P(\mathbf{k} | k_o + k_h = i) = \begin{cases} \frac{p(\mathbf{k})}{\pi(i)}, & \text{если } \mathbf{k} \in S_i \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (17)$$

С учетом (16) получим из (17):

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{k} \in S_i} k_o p(\mathbf{k}) &= \left(\sum_{\mathbf{k} \in S_i} k_o P(\mathbf{k} | i) \right) \pi(i) = \\ &= E(k_o | i) \pi(i). \end{aligned} \quad (18)$$

Тогда с учетом (15) и (18) окончательно получим:

$$v_o \beta_{i-1} \pi(i-1) = E(k_o | i) \pi(i).$$

Аналогично доказывается равенство (12). Далее, суммируя по частям равенства (11) и (12), получим:

$$\begin{aligned} (v_o \beta_{i-1} + v_h) \pi(i-1) &= \\ &= (E(k_o | i) + E(k_h | i)) \pi(i) = \\ &= E(k_o + k_h | i) \pi(i) = i \pi(i). \end{aligned} \quad (19)$$

Тогда из (19) с учетом условия нормировки (7) вытекает справедливость равенства (10). Таким образом, с учетом (8)–(10) получаем, что предложенный в работе [6] алгоритм – точный, а не приближенный.

Из полученных формул в частном случае можно выписать следующие точные формулы для расчета показателей QoS (2) и (3) при использовании CGC-схемы доступа:

$$P_h = \pi(0) \cdot \left(\frac{v}{v_h} \right)^m \cdot \frac{v_h^N}{N!},$$

$$P_o = \pi(0) \cdot \left(\frac{v}{v_h} \right)^m \cdot \sum_{i=m+1}^N \frac{v_h^i}{i!},$$

$$\text{где } \pi(0) = \left(\sum_{i=0}^m \frac{v^i}{i!} + \left(\frac{v}{v_h} \right)^m \cdot \sum_{i=m+1}^N \frac{v_h^i}{i!} \right)^{-1}.$$

Отметим, что еще одна важная характеристика беспроводных сетей – среднее число занятых каналов, N_{av} . Эта величина определяется так:

$$N_{av} := \sum_{i=1}^N i\pi(i).$$

Заключение. Рассмотренный метод имеет несколько важных преимуществ. Во-первых, он дает возможность получать точные оценки всех известных показателей качества в тех практически важных случаях, когда времена занятия канала для новых и хэндовер-вызовов отличаются один от другого; во-вторых, разработанный алгоритм достаточно эффективен по сложности; в-третьих, он позволяет вычислить индивидуальные характеристики разнотипных потоков (среднее число o - и h -вызовов в системе и/или в очереди).

Хотя для упрощения описания моделей и простоты промежуточных расчетов рассмотрены модели моносервисных сетей, полученные результаты легко могут быть адаптированы для мультисервисных сетей.

1. *Leoung C.W., Zhuang W.* Call admission control for wireless personal communications // *Computer Communications*. – 2003. – **26**. – P. 522–541.
2. *Das Bit S., Mitra S.* Challenges of computing in mobile cellular environment – a survey // *Ibid.* – P. 2090–2105.
3. *Ahmed M.* Call admission control in wireless networks // *IEEE Comm. Surveys*. – 2005. – **7**, N 1. – P. 50–69.
4. *Fang Y., Chlamtac I.* Teletraffic analysis and mobility modelling for PCS networks // *IEEE Transaction on Comm.* – 1999. – **47**. – P. 1062–1072.
5. *Fang Y., Chlamtac I., Lin Y.B.* Channel occupancy times and handoff rate for mobile computing and PCS networks // *IEEE Transaction on Computers*. – 1998. – **47**. – P. 679–692.
6. *Fang Y., Zhang Y.* Call admission control schemes and performance analysis in wireless mobile networks // *IEEE Transaction on Vehicular Techn.* – 2002. – **51**, N 2. – P. 371–382.
7. *Melikov A.Z., Babayev A.T.* Refined approximations for performance analysis and optimization of queuing model with guard channels for handovers in cellular networks // *Computer Comm.* – 2006. – **29**, N 9. – P. 1386–1392.
8. *Korolyuk V.S., Korolyuk V.V.* Stochastic models of systems. – Boston: Kluwer Academ. Publ., 1999. – 405 p.

Поступила 01.07.2010
E-mail: meri-fatah@rambler.ru
© М.И. Фаттахова, 2010

Внимание !

**Оформление подписки для желающих
опубликовать статьи в нашем журнале обязательно.**

В розничную продажу журнал не поступает.

Подписной индекс 71008