УДК 533.9

# ПОВЫШЕНИЕ УРОВНЯ КОГЕРЕНТНОСТИ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ЕГО РАССЕЯНИИ ИДЕАЛЬНЫМ КРИСТАЛЛОМ

*А.В.Буц, В.А.Буц, И. К.Ковальчук*
*Украина, 61108, Харьков-108, Академическая, 1, Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»*

Рассматривается возможность выделения когерентной составляющей из пучка рентгеновского излучения падающего на кристалл. Получены уравнения и рассмотрена общая задача эволюции корреляционной функции при рассеянии рентгеновского излучения на идеальном кристалле в схеме Лауэ. Показано, что наличие кристалла позволяет существенно увеличить степень поперечной когерентности излучения. Исследовано влияние дефектов на степень когерентности рентгеновского излучения в кристалле. Получены выражения для когерентных компонент и для вторых моментов. Получено выражение для длины, на которой когерентное излучение под влиянием дефектов преобразуется в некогерентное.

## Введение

В настоящее время разработаны источники когерентного электромагнитного излучения в широком диапазоне длин волн, от оптического до радиочастотного. Неосвоенным остается диапазон рентгеновского излучения. Одним из возможных путей его получения могут быть лазеры на свободных электронах (ЛСЭ). Принципам работы и трудностям построения таких приборов посвящен, обзор [1]. Такие устройства позволяют получить мягкое рентгеновское излучение. Для перехода в область более коротких длин волн необходимо использование пучков с большой энергией и большой плотностью.

Существует другая возможность получения когерентного рентгеновского излучения. Для этого может быть использовано обычное рентгеновское (некогерентное) излучение от рентгеновской трубки из которого выделяется когерентная (регулярная) часть. При распространении его в идеальном кристалле, в результате процесса динамического перерассеяния, степень пространственной когерентности излучения возрастет, поскольку только те состояния поля, которые находятся в определенных фазовых соотношениях друг с другом при рассеянии на неоднородностях будут усиливать друг друга.. В настоящее время нет простых аналитических формул, которые позволили бы определить степень когерентности рентгеновского излучения при его распространении в кристаллах. В [2,3] приведены общие формулы для компонент корреляционной матрицы когерентности. Однако они сложны и громоздки, из них трудно получить аналитические оценки.

При выделении когерентной части рентгеновского излучения в идеальном кристалле интенсивность его оказывается малой. Поэтому интерес представляет поверхностная дифракция, когда рассеянная волна распространяется вдоль поверхности кристалла. В [4–7] было показано, что при рассеянии электромагнитных волн средами, имеющими слабую периодическую неоднородность, в условиях поверхностной дифракции, возбуждаются волны, плотность потока энергии которых значительно превосходит плотность потока падающей на среду волны. Ниже мы ограничимся только случаем изменения степени когерентности рентгеновского излучения в идеальном кристалле и влиянием дефектов кристалла на когерентное излучение.

## 1. Рост степени когерентности рентгеновского излучения при распространении в идеальных кристаллах

Рассмотрим рассеяние волны на периодически неоднородном диэлектрическом слое. Пусть из однородного полупространства z<0 с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1$ на периодически неоднородный диэлектрический слой $0 \le z \le L$ падает плоская волна $\vec{E}^1 = \vec{E}_0 \cdot \exp\left(i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)\right)$. Диэлектрическую проницаемость слоя будем описывать соотношением:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + q \cdot \cos(\vec{\kappa} \cdot \vec{r}) . \qquad (1)$$

где $\kappa_i = 2\pi / d_i$, $d_i$ – период неоднородности вдоль *i*-*ой* оси, $\varepsilon_0 = 1 - \chi_0$, $\chi_0$–поляризуемость. Между величинами $\mathrm{Re}(q, \varepsilon_0)$, $\mathrm{Im}(q, \varepsilon_0)$ существует соотношение $\mathrm{Re}\,\varepsilon_0 >> \mathrm{Re}\,q >> \mathrm{Im}(q, \varepsilon_0) >> q^2$. Диэлектрическую проницаемость полупространства за слоем (*z*>*L*) будем считать равной $\varepsilon_1$ ($\varepsilon_3 = \varepsilon_1$). Поля в слое и вне его должны удовлетворять уравнениям

$$\Delta \vec{E}^i - \frac{\varepsilon_i}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}^i}{\partial t^2} = 0, \;\; i = \{1,2,3\} , \qquad (2)$$

а также граничным условиям на поверхностные слоя:

$$(\vec{E}_t^1 = \vec{E}_t^2, \vec{H}_t^1 = \vec{H}_t^2)_{z=0}, \left(\vec{E}_t^2 = \vec{E}_t^3, \vec{H}_t^2 = \vec{H}_t^3\right)_{z=L} . \qquad (3)$$

Предполагаем, что рассеяние рентгеновского излучения происходит по схеме Лауэ и рассматриваем изменения степени поперечной когерентности при его распространении излучения вглубь кристалла. Из


ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ 2000. №1.
*Серия:* Плазменная электроника и новые методы ускорения (2), с. 212-216.

уравнений (2) для эволюции поля $\sigma$ или $\pi$-поляризации в двухволновом приближении можно получить следующие укороченные уравнения

$$2ik_{x0}\frac{\partial A_0}{\partial x}+2ik_{z0}\frac{\partial A_0}{\partial z}=\chi_0 k^2 A_0+\frac{k^2 q}{2}A_1 \qquad (4)$$

$$2ik_{x1}\frac{\partial A_1}{\partial x}+2ik_{z1}\frac{\partial A_1}{\partial z}=(\chi_0+\delta)k^2 A_0+\frac{k^2 q}{2}A_0 .$$

где $A_0$ – амплитуда падающей волны, $A_1$ – амплитуда рассеянной, $2\delta=1-k_0^{-2}\cdot(\vec{k}_1)^2$ – брегговская расстройка; $k_1^2\equiv\left(\vec{k}_0-\vec{\kappa}\right)^2\approx k_0^2$. В (4) амплитуды $A_i$ являются случайными функциями. В качестве характеристики уровня когерентности можно использовать матрицу когерентности. Для отыскания ее элементов можно либо решать систему уравнений (4) с последующим вычислением этих элементов, либо из (4) получить систему уравнений, описывающую эволюцию элементов матрицы когерентности. Воспользуемся тем, что степень когерентности меняется на расстояниях больших чем меняются амплитуды взаимодействующих в кристалле волн, т.е. предполагаем, что элементы матрицы меняются медленнее чем амплитуды волн. В этом случае можно произвести повторное укорочение системы (4), т.е. искать решение этой системы в виде

$$A=B_1(x,z)\cdot\exp(i\lambda_1 z)+B_2(x,z)\cdot\exp(i\lambda_2 z), \qquad (5)$$

где $\lambda_{1,2}=\frac{\alpha}{2}\pm\sqrt{\frac{\alpha^2}{4}-\beta}$,

$$\alpha=\frac{k^2}{2k_{1z}k_{0z}}\left[k_{1z}\chi_0+k_{0z}\left(\chi_0+\delta\right)\right],$$

$$\beta=\frac{k^4}{4k_{0z}k_{1z}}\left[\chi_0\left(\chi_0+\delta\right)-\frac{q^2}{4}\right].$$

В (5) коэффициенты $B_{1,2}(x,z)$ являются медленно меняющимися функциями как координаты z, так и x. Подставляя (5) в (4) и, оставляя в ней главные члены, после усреднения получим систему уравнений в частных производных для отыскания амплитуд $B_{1,2}(x,z)$:

$$i\frac{\partial B_k}{\partial z}+a_k\frac{\partial^2 B_k}{\partial x^2}+ib_k\frac{\partial B_k}{\partial x}=0 \quad (k=1;2), \qquad (6)$$

где $a_k=\dfrac{2k_{0x}k_{1x}}{\left[k_{1z}\left(4k_{0z}\lambda_k+k^2\chi_0\right)+k^2k_{0z}\left(\chi_0+\delta\right)\right]}$,

$$b_k=\frac{\left[k_{1x}\left(k_{0z}\lambda_k+k^2\chi_0\right)+2k_{1z}k_{0x}\lambda_k+k^2k_{0x}\left(\chi_0+\delta\right)\right]}{\left[k_{1z}\left(4k_{0z}\lambda_k+k^2\chi_0\right)+k^2k_{0z}\left(\chi_0+\delta\right)\right]}.$$

Введем новые переменные $r=x_1-r_2$, $R=(x_1+x_2)/2$. Умножая уравнение (6) на $B_k^*(z,x_2)$, а соответствующее ему комплексно сопряженное уравнение на $B_k(z,x_1)$, получим следующие уравнения для корреляционной функции

$$i\frac{\partial K}{\partial z}+a_k\frac{\partial^2 K}{\partial r\partial R}+ib_k\frac{\partial K}{\partial R}=0 . \qquad (7)$$

где $K=\left\langle B_i(x_1)\cdot B_i^*(x_2)\right\rangle$. Таким образом, мы видим, что в данном случае матрица когерентности содержит только два диагональных элемента. Уравнения (7) могут быть решены с использованием преобразования Фурье. Решение можно представить в виде

$$\begin{aligned}\mathrm{K}(z,r,R)&=\frac{1}{2\pi}\int\int\frac{1}{za_k}\mathrm{K}(0,r',R')\times\\&\times\exp\left\{\left(i\left(r-r'\right)\right)\left(za_k\,\frac{1}{}\right)\left[\left(R-R'\right)-b_k\right]\right\}dr'dR'.\end{aligned} \qquad (8)$$

где $K(0,r',R')$ – корреляционная функция падающего на поверхность кристалла поля. Т.е. значение корреляционной функции для поля на расстоянии z от поверхности кристалла связано Фурье-преобразованием с начальной корреляционной функцией, что аналогично теореме Ван-Циттерта-Цернике при рассеянии некогерентного излучения на экране со щелью. Существенным отличием от известной формулы Ван-Циттерта-Цернике является физическое содержание входящих в формулу (8) коэффициентов $a_k$ и $b_k$.

В качестве конкретного примера рассмотрим задачу рассеяния на идеальном кристалле излучения, корреляционная функция которого на поверхности кристалла имеет следующий простой вид

$$K(0,r',R')=h^2 I(R')\delta(r'), \qquad (9)$$

где $I(R')=I_0;R'\in\left[-\frac{x_0}{2};\frac{x_0}{2}\right]$,

$$I(R')=0;R'\notin\left[-\frac{x_0}{2};\frac{x_0}{2}\right].$$

Подставляя в (8) формулу (9) и полагая $x_1=0$, можно получить следующее выражение для корреляционной функции

$$\begin{aligned}\mathrm{K}(z,x)&=\frac{h^2 I_0 x_0}{za_k\pi}\exp\left\{-ix\frac{\left(x/2-b_k\right)}{za_k}\right\}\times\\&\times\left[\frac{za_k}{xx_0}\sin\left(\frac{xx_0}{za_k}\right)\right] .\end{aligned} \qquad (10)$$

Легко видеть, что (10) аналогично формуле, описывающй корреляционную функцию некогерентного излучения после дифракции этого поля на непрозрачном экране со щелью размером $2x_0$ (см., например [2]). Отличие содержится только в значениях коэффициентов $a_k$ и $b_k$. Используя формулу (10), легко получить нормированную корреляционную функцию:

$$\left|\gamma(x,z)\right|=\frac{\left|K(z,x)\right|}{\left|K(z,0)\right|}=\left|\frac{\sin(xx_0/za_k)}{xx_0/za_k}\right|, \qquad (11)$$

из которой следует следующая оценка для радиуса корреляции

$$L_{coh} = \frac{za_k}{x_0} \approx \frac{zL_{ext}}{x_0} = \frac{L_{ext}}{\theta}, \quad (12)$$

где $\theta = x_0 / z$ - угловой радиус источника. При получении оценки (12) уровень когерентности определялся по уровню $2/\pi$ ($|\gamma| = 2/\pi$). Интересно сравнить размер радиуса корреляции некогерентного излучения пучка рентгеновского излучения с поперечным размером $2x_0$ в отсутствии кристалла и при его наличии. Из формулы (12) следует, что в последнем случае радиус корреляции в $L_{ext}/\lambda \sim 1/q$ раз больше чем в отсутствии кристалла. Таким образом, наличие кристалла существенно увеличивает степень когерентности рентгеновского излучения.

## 2. Распространение волн в кристалле с дефектами

Выше исследован случай динамической дифракции рентгеновского излучения в идеальных кристаллах. Реальные кристаллы содержат дефекты, искажающие картину дифракции, предсказанную динамической теорией. Может оказаться, что приведенные выше выражения для корреляционных функций и оценки уровня поперечной когерентности окажутся несправедливыми из-за влияния случайно расположенных дефектов.

Теория, позволяющая описать процесс распространения рентгеновского излучения в несовершенных кристаллах была построена в [8–12].

Однако, существует другой метод получения уравнений для усредненных величин, отличный от того, который излагается в [11–12] и который, по-видимому, является математически более обоснованным. В этом методе используется техника вариационных производных.

### 2.1 уравнения для когерентных полей

Рассмотрим несовершенный в среднем однородный кристалл. Плоская когерентная монохроматическая волна, однородная и неограниченная в поперечном направлении падает на его входную поверхность. Это позволяет рассматривать, как и в [12], одномерный случай. Ось Z направим внутрь кристалла перпендикулярно его поверхности. Уравнения для медленно изменяющихся амплитуд падающей и дифрагированной волн имеют вид [11,12]:

$$\begin{aligned} \frac{dE_0}{dz} &= ia\Phi(z)\exp(-i\psi z)E_h \\ \frac{dE_h}{dz} &= ia^*\Phi^*(z)\exp(-i\psi z)E_0, \end{aligned} \quad (13)$$

где $E_0, E_h$ – амплитуды падающей и дифрагированной волн соответственно, $a = \kappa C\chi_h^* / 2\gamma_0$, $\chi_h = -n_0 r_0 \lambda^2 F_h / \pi$, $\psi = \kappa\beta / 2\gamma_0$ $\beta = -2\Delta\theta \sin 2\theta_B$, $\kappa = 2\pi/\lambda$, $\lambda$ –длина волны, $\chi_h$ – поляризуемость, $n_0$ –плотность ячеек, $F_h$ – структурная амплитуда, $\Delta\theta = \theta - \theta_B$, $\gamma_0 = \cos\theta_B$, $h = 2\kappa \sin\theta_B$, $\theta_B$ –угол Брэгга, $\theta$ –угол между падающей волной и входной поверхностью кристалла. $\Phi(z) = \exp(i\vec{h}\vec{u}(z))$ –фазовый фактор решетки, где $\vec{h}$ – обратный вектор решетки, $\vec{u}(z)$ –смещения точек решетки обусловленные дефектами кристалла, которые считаем случайными. $\Phi(z)$ может быть представлено следующим образом:

$$\Phi(z) = E + \Delta\Phi, \quad (14)$$

где $E = <\Phi(z)>$ –фактор Дебая-Валлера. Случайное слагаемое $\Delta\Phi$ обусловлено дефектами кристалла. Предполагается также, что $<\Delta\Phi> = 0$. Амплитуды $E_0$ и $E_h$ могут быть представлены следующим образом:

$$E_{0,h} = <E_{0,h}> + \Delta E_{0,h}, \quad (15)$$

где $<E_{0,h}>$ –когерентная часть соответствующей волны, $\Delta E_{0,h}$ –случайная часть, кроме того $<\Delta E_{0,h}> = 0$. Подставляя $\Phi(z)$ и $E_{0,h}$ в виде (14) и (15) в (13) и усредняя, можно получить уравнения для когерентных амплитуд, которые как и в [11] содержат величины $<\Delta\Phi E_h>$, $<\Delta\Phi^* E_0>$ и являются незамкнутыми. В [11] был предложен способ решения этой проблемы. Однако, там не были учтены корреляционные функции между некоторыми величинами. Мы используем метод вариационных производных, что позволяет избежать сделанных в [11] предположений. Полагая $|\vec{h}\vec{u}| << 1$, получим

$$\Phi(z) = 1 + i\vec{h}\vec{u}. \quad (16)$$

Это разложение справедливо, если смещения малы, и кристалл слабо несовершенный. Учитывая это, система для когерентных амплитуд сводится к виду:

$$\begin{aligned} \frac{d<E_0>}{dz} &= ia\exp(-i\psi z)<E_h> - \\ &- a\exp(-i\psi z)<\Delta\varphi E_h> \\ \frac{d<E_h>}{dz} &= ia^*\exp(i\psi z)<E_0> - \\ &- a^*\exp(i\psi z)<\Delta\varphi E_0>. \end{aligned} \quad (17)$$

где $\Delta\varphi = \vec{h}\vec{u}$. Чтобы преобразовать выражение $<\Delta\varphi E_{0,h}>$, используем метод, описанный в [13] в котором используется формула Фуруцу-Новикова. В этом случае для $<\Delta\varphi E_{0,h}>$ она имеет вид:

$$<\Delta\varphi(z)E_{0,h}[\Delta\varphi]> = \int_0^z dz' <\Delta\varphi(z)\Delta\varphi(z')> \left\langle \frac{\delta E_{0,h}[\Delta\varphi]}{\delta\Delta\varphi(z')} \right\rangle. \quad (18)$$

Выражение $E_{0,h}[\delta\varphi]$ обозначает, что $E_{0,h}$ является функционалом, который зависит от случайной функции $\Delta\varphi(z)$, а $\frac{\delta E_{0,h}[\Delta\varphi]}{\delta\Delta\varphi(z')}$ вариационная производная от $E_{0,h}$ по $\Delta\varphi(z)$ в точке $z'$,

$<\Delta\varphi(z)\Delta\varphi(z')>$ –собственная корреляционная функция. Мы предполагаем, что дефекты кристалла являются $\delta$-коррелированными, т.е. $<\Delta\varphi(z)\Delta\varphi(z')>=\varphi_0(z)\delta(z-z')$, где $\varphi_0$ –уровень флуктуаций дефектов. Следует заметить, что $\varphi_0$ не зависит от *z*, если дефекты в кристалле расположены равномерно. В этом случае выражение (18) может быть упрощено. Для ранее упомянутых средних значений имеем:

$$<\Delta\varphi(z)E_{0,h}>=\frac{\varphi_0}{2}\left\langle\frac{\delta E_{0,h}}{\delta\Delta\varphi(z)}\right\rangle. \tag{19}$$

Для преобразования (19), необходимо вычислить вариационные производные. Техника использования вариационных производных для решения стохастических дифференциальных уравнений детально изложена в [13]. Подставляя их в (17), получим систему дифференциальных уравнений для когерентных составляющих $E_0$ и $E_h$:

$$\begin{aligned}\frac{d<E_0>}{dz}+\frac{|a|^2\varphi_0}{4}<E_0>&=ia\exp(-i\psi z)<E_h>\\ \frac{d<E_h>}{dz}+\frac{|a|^2\varphi_0}{4}<E_0>&=ia^*\exp(i\psi z)<E_0>.\end{aligned} \tag{20}$$

Корни характеристического уранения этой системы имеют вид:

$$\lambda_1=i\left(\sqrt{\frac{\psi^2}{4}+|a|^2}-\frac{\psi}{2}\right)-\frac{|a|^2\varphi_0}{4}$$

$$\lambda_2=-i\left(\sqrt{\frac{\psi^2}{4}+|a|^2}+\frac{\psi}{2}\right)-\frac{|a|^2\varphi_0}{4}.$$

Оба они имеют отрицательную действительную часть. Т.е. когерентные составляющие падающей и дифрагированной волн затухают при распространении в идеальном кристалле с декрементом $|a|^2\varphi_0/4$.

Граничные условия на поверхности кристалла: $<E_0>=E_0^{(0)}$, $<E_h>=0$. Учитывая их, получаем решения системы (20):

$$<E_0>=\frac{E_0^{(0)}\exp\left[-\left(|a|^2\varphi_0/4+i\psi/2\right)z\right]}{\sqrt{\psi^2+4|a|^2}}\times$$
$$\times\left\{\sqrt{\psi^2+4|a|^2}\cos\frac{\sqrt{\psi^2+4|a|^2}}{2}z+i\psi\sin\frac{\sqrt{\psi^2+4|a|^2}}{2}z\right\} \tag{21}$$
$$<E_h>=2i\frac{a^*E_0^{(0)}}{\sqrt{\psi^2+4|a|^2}}\exp\left[-\left(|a|^2\varphi_0/4+i\psi/2\right)z\right]\times$$
$$\times\sin\frac{\sqrt{\psi^2+4|a|^2}}{2}z.$$

**2.2 Исследование вторых моментов**

Поскольку $<\Delta E_0>$ и $<\Delta E_h>$ равны нулю, они не позволяют получить информацию о некогерентной составляющей рентгеновского излучения, поэтому необходимо получить выражения для $<|\Delta E_0|^2>$ и $<|\Delta E_h|^2>$, которые соответствуют некогерентной интенсивности. Используя вторые моменты, можно получить связь между когерентной и некогерентной частями излучения. Вторыми моментами являются $<|E_0|^2>$, $<|E_h|^2>$, $<E_0E_h^*>$, $<E_0^*E_h>$. Уравнения для них могут быть получены из системы (13) и содержат слагаемые вида $<\Delta\varphi E_iE_k>$, где *i, k=0,h.* Они преобразуются, подобно тому, как это было сделано ранее. В результате получим систему уравнений для вторых моментов, из которой следует интеграл $<|E_0|^2>+<|E_h|^2>=const=E_0^{(0)}$. Он соответствует сохранению энергии. Используя его и, исключая $<E_0E_h^*>$ и $<E_0^*E_h>$, получаем уравнение третьего порядка для $<|E_0|^2>$, которое необходимо дополнить граничными условия на входной поверхности кристалла $<|E_0|^2>=E_0^{(0)}$, $<|E_h|^2>=<E_0E_h^*>=<E_0^*E_h>=0$. Выражения для $<|E_0|^2>$ и $<|E_h|^2>$ имеют вид:

$$<|E_0|^2>=\frac{E_0^{(0)2}}{2}+\frac{\psi^2\exp(-|a|^2\varphi_0z)}{2(\psi^2+4|a|^2)}E_0^{(0)2}+$$
$$2E_0^{(0)2}\frac{|a|^2\exp(-|a|^2\varphi_0z/2)}{\psi^2+4|a|^2}\times$$
$$\times\left[\cos\sqrt{\psi^2+4|a|^2}z-\frac{|a|^2\varphi_0}{2\sqrt{\psi^2+4|a|^2}}\sin\sqrt{\psi^2+4|a|^2}z\right]$$
$$<|E_h|^2>=\frac{E_0^{(0)2}}{2}-\frac{\psi^2\exp(-|a|^2\varphi_0z)}{2(\psi^2+4|a|^2)}E_0^{(0)2}-$$
$$-2E_0^{(0)2}\frac{|a|^2\exp(-|a|^2\varphi_0z/2)}{\psi^2+4|a|^2}\times$$
$$\times\left[\cos\sqrt{\psi^2+4|a|^2}z-\frac{|a|^2\varphi_0}{2\sqrt{\psi^2+4|a|^2}}\sin\sqrt{\psi^2+4|a|^2}z\right]. \tag{22}$$

Учитывая (15), получаем связь между полной интенсивностью с когерентной и некогерентной частями:

$$<|E_i|^2>=|<E_i>|^2+<|\Delta E_i|^2>. \tag{23}$$

где *i=0,h*, а левая часть представляет собой среднюю интенсивность соответствующей волны, $|<E_i>|^2$ и $<|\Delta E_i|^2>$ – когерентная и некогерентная интенсивности *0* и *h* волн. Используя (22) и (23), а также (21), находим выражения для некогерентных частей падающей и дифрагированной волн:

$$<|\Delta E_0|^2>=\frac{E_0^{(0)2}}{2}+\frac{\psi^2\exp(-|a|^2\varphi_0 z)}{2(\psi^2+4|a|^2)}E_0^{(0)2}-$$

$$-E_0^{(0)2}\frac{(\psi^2+2|a|^2)\exp(-|a|^2\varphi_0 z/2)}{\psi^2+4|a|^2}-$$

$$-E_0^{(0)2}\frac{|a|^4\varphi_0\exp(-|a|^2\varphi_0 z/2)}{\left(\sqrt{\psi^2+4|a|^2}\right)^3}\sin\sqrt{\psi^2+4|a|^2}\,z$$

$$<|\Delta E_h|^2>=\frac{E_0^{(0)2}}{2}-\frac{\psi^2\exp(-|a|^2\varphi_0 z)}{2(\psi^2+4|a|^2)}E_0^{(0)2}- \tag{24}$$

$$-2E_0^{(0)2}\frac{|a|^2\exp(-|a|^2\varphi_0 z/2)}{\psi^2+4|a|^2}+$$

$$+E_0^{(0)2}\frac{|a|^4\varphi_0\exp(-|a|^2\varphi_0 z/2)}{\left(\sqrt{\psi^2+4|a|^2}\right)^3}\sin\sqrt{\psi^2+4|a|^2}\,z\ .$$

Как следует из последних выражений, некогерентная часть рентгеновского излучения равна нулю на входной поверхности кристалла. Выражения (22) и (24) содержат слагаемые, которые уменьшаются при возрастании *z*. Интенсивность падающей волны уменьшается, а дифрагированной возрастает при увеличении *z*. Они обе становятся равными при $z\to\infty$. Из (21) также следует, что когерентные составляющие обеих волн уменьшаются а некогерентные части при этом возрастают. Характерная длина, на которой когерентная часть преобразуется в некогерентную имеет порядок $2/(|a|^2\varphi_0)$. Конкретные оценки для слабо искаженных кристаллов показывают, что эта длина значительно больше длины экстинкции и размеров самих кристаллов.

Использованное нами приближение применимо в том случае, когда длина на которой спадает до нуля корреляционная функция реального кристалла значительно меньше, чем длина экстинкции. Если длина на которой происходит расщепление корреляций мала, и пространственные изменения $<E_0>$ и $<E_h>$ в ее пределах малы, соответствующие уравнения могут быть упрощены. Полученные таким способом уравнения будут идентичны тем, которые приведены в [11,12] с точностью до слагаемых пропорциональных длине расщепления корреляций. Полученные нами уравнения отличаются от [11,12] множителем 1/2 в слагаемых, учитывающих дефекты кристалла. Этот множитель обусловлен $\delta$-коррелированностью смещений.

Работа выполнена при частичной поддержки УНТЦ, проекты № 279 и № 855.

## ЛИТЕРАТУРА


1. В.И.Курилко, Ю.В.Ткач // УФН. 1995, т.165, вып.3, с.241–261.
2. Г.А.Ляхов, В.А. Макаров // Изв. Вузов. Радиофизика. 1979, т. 22, с. 1453.
3. С.А.Ахманов, Ю.Е.Дьяков, А.С.Чиркин. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: «Наука», 1981.
4. В.А.Буц // Изв. Вузов. Радиофизика. 1975, т. 18, № 10, с. 1488-1498,.
5. В.А.Буц, Ю.П.Мачехин // Изв. Вузов. Радиофизика. 1977, т. 20, № 7, с. 1054-1062.
6. Ш.Чжан. Многоволновая дифракция рентгеновских лучей в кристаллах. М., «Мир», 1987.
7. А.М.Афанасьев, П.А.Александров, Р.М.Имамов. Рентгенодифракционная динамика субмикронных слоев. М.: Наука. Гл. Ред. Физ.-мат. лит., 1989.
8. S.Takagi // Acta Cryst. 1962, vol.15, p.1311–1312.
9. S.Takagi // J. Soc. Phys, Jupan. 1969, vol.26, p.1239-1253.
10 D.Taupin // Bull. Soc., Franc. Miner. Crisssst. 1964, vol.87, p.469–511.
11 N.Kato // Acta Cryct. 1980, vol.A36, p.763–769, p.770–778.
12. В.А.Бушуев // Кристаллография. 1989, т.34, с.279–287.
13. В.И.Кляцкин. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. Москва, Наука, 1975.