УДК 533.9

ЕЛЕМЕНТАРНИЙ МЕХАНІЗМ ЗБУДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ В ПРИЛАДАХ ТИПУ МОНОТРОН.

В.О.Буц, І.К.Ковальчук
Національний Науковий Центр "Харківський Фізико-техчнічний Інститут",61108, Україна, Харків, вул. Академічна, 1, E-mail: kovalchuk_ik@kipt.kharkov.ua

Вивчається фізичний механізм збудження електромагнітних коливань в резонаторі електронним пучком. Він з`ясовується шляхом розв`язання точної електродинамічної задачі, а також з наочних фізичних міркувань, які грунтуються на засадах випромінювання елементарного заряду і механізму групування. При цьому доведено, що головна роль в генерації електромагнітного поля в резонаторі належить елементарному механізму випромінювання Вавілова окремим електроном. Механізмами, які є відповідальними за когерентне випромінювання окремих часток можуть бути або лінійні процеси, коли відбувається групування пучка (для "щільних" пучків), або нелінійна динаміка в полі випромінювання (для короткохвильового випромінювання або "нещільних" пучків)

Вступ

Розуміння механізму розвитку пучкової нестійкості припускає знання головних її елементів. Відомо (див., наприклад [1-3]), що для пучкових систем можливо сформувати всього три головних складові, які цілком визначають всю безліч пучкових нестійкостей. Цими складовими є: елементарний механізм випромінювання окремих частинок пучка, кількість когерентних частинок в згустках, які виникають внаслідок розвитку пучкової нестійкості, а також кількість когерентних згустків, або повна кылькість частинок, що випромінюють когерентно. Як показано, наприклад, в роботах [4-6], вірне використання лише цих двох (трьох) складових дозволяє не тільки якісно вірно описати процес розвитку пучкових нестійкостей, але й одержати вірні аналітичні вирази для інкрементів. Збіг цих виразів свідчить, що фізичний процес, який вивчається в пучковій системі є достатньо глибоко зрозумілим.

Однією з простих і цікавих пучкових систем є система, що являє собою монотрон. Для збудження коливань вона запропонована давно і до теперішнього часу достатньо докладно вивчена (див., наприклад [7-13]). В багатьох роботах, в тій чи іншій мірі, порушувалось питання про фізичний механізм збудження коливань в монотроні. Проте в тому розумінні, як це наведено вище, на погляд авторів, він не з`ясован.

В представленій роботі вивчаються фізичні механізми збудження електромагнітних коливань електронним пучком в резонаторі. При цьому показано, що процес збудження коливань в монотроні грунтується на елементарному ефекті випромінювання Вавілова, а механізмом, відповідальним за когерентне випромінювання окремих частинок можуть бути, або лінійні процеси, коли виникають згустки (для "щільних" пучків: $n_0\,\lambda^3\,\gamma^2 >>1$, де n_0 –щільність пучка, λ –довжина хвилі, γ –релятивіський фактор), або особливості нелінійної динаміки заряджених частинок в полі випромінювання (для "рідких" пучків: $n_0\,\lambda^3\,\gamma^2 <<1$).

1. Випромінювання Вавілова

В роботі [14] Вавіловим було показано, що коли заряджена частинка рухається в середовищі з постійною швидкістю, яка менше швидкості світла в ньому, можливе випромінювання, якщо середовище обмежене в повздовжньому напрямку. Кількісно таке випромінювання, можливо, вперше було розглянуто в роботі [15] і названо авторами випромінюванням Вавілова.

` Розглянемо циліндричний резонатор, що має радіус R і довжину L з боковою поверхнею і торцями, які є надпровідниками. Заряджена частка влітає до резонатора в момент часу $t=0$ через один з торців і рухається з постійною швидкістю V вздовж вісі z, яка співпадає з віссю резонатора. В момент часу $t=L/V$ заряд виходить з резонатора через інший торець. Вважаємо також, що резонатор знаходиться у зовнішньому безкінечному магнітному полі, яке направлене вздовж його вісі. Окрім того, будемо враховувати лише аксиально симетричне поле Е-типу (E_r, E_z, H_φ), складовіві якого задовільняють рівнянням Максвелла, для розв`язання яких скористаємося перетворюванням Лапласа. Враховуючи те, що електрон знаходиться в резонаторі в проміжок часу L/V, для складових зображення поля $E_r^{(p)}, E_z^{(p)}, H_\varphi^{(p)}$ можливо одержати відповідну систему рівнянь.

З урахуванням межових умов на боковій поверхні $(r=R)$, залежність поля від радіуса візьмемо в такому вигляді: $E_z^{(p)} = \sum_m E_{zm}^{(p)} J_0(æ_m r)$; $E_r^{(p)} = \sum_m E_{rm}^{(p)} J_1(æ_m r)$; $H_\varphi^{(p)} = \sum_m H_{rm}^{(p)} J_1(æ_m r)$, де $æ_m = \mu_m^{(0)}/R$, $\mu_m^{(0)}$ - m-ий корінь функції Бесселя нульового порядку. З урахуванням цієї залежності, система рівнянь для поля складається з двох звичайних диференційних рівнянь і одного алгебраїчного

$$\frac{dE_r^{(p)}}{dz}+æE_z^{(p)}=\frac{p}{c}H_\varphi^{(p)}\ ,\ -\frac{dH_\varphi^{(p)}}{dz}=\frac{p}{c}E_r^{(p)}$$
$$H_\varphi^{(p)}=\frac{p}{cæ}E_z^{(p)}-\frac{4e}{c}\frac{\exp(-pz/V)}{æA_m}\ . \qquad (1)$$

де $A_m = R^2 J_1(\mu_m)$ - нормуючий множник.

Розв`язуючи систему (1) з межовими умовами на торцях резонатора $E_r^{(p)}(0)=E_r^{(p)}=0$, одержуємо такі вирази для зображень складових поля:

$$E_z^{(p)}=\frac{4e\,æ^2\gamma^2 V}{A}\frac{\exp(-pL/V)\cosh\beta z-\cosh\beta(z-L)}{\beta\sinh\beta L(p^2-\gamma^2æ^2V^2)}+$$
$$+\frac{4ep\exp(-pz/V)}{A(p^2-\gamma^2æ^2V^2)}$$
$$E_r^{(p)}=\frac{4e\,æ^2\gamma^2 V}{A}\frac{-\exp(-pL/V)\sinh\beta z+\sinh\beta(z-L)}{\beta\sinh\beta L(p^2-\gamma^2æ^2V^2)}+$$
$$+\frac{4epæ\gamma^2V\exp(-pz/V)}{A(p^2-\gamma^2æ^2V^2)}$$
$$H_\varphi^{(p)}=\frac{4e\,æ^2\gamma^2 pV}{A}\frac{\exp(-pL/V)\cosh\beta z-\cosh\beta(z-L)}{\beta\sinh\beta L(p^2-\gamma^2æ^2V^2)}+$$
$$+\frac{4epæ\gamma^2V\exp(-pz/V)}{A(p^2-\gamma^2æ^2V^2)}\ .$$
(2)

де c – швидкість світла, γ - релятивіський фактор, $\beta^2=\left(æ^2+p^2/c^2\right)$.

Вирази для складових поля знаходимо за допомогою перетворювання Мелліна, які визначаються полюсами своїх зображень (2). Як видно із (2), всі складові поля мають однакові полюси першого порядку: два з них $(p=\pm\gamma æV)$ розташовані на дійсній вісі, решта, що комплексно-сопряжені, на уявній $p=\pm p_n, p_n=ic\sqrt{æ_m^2+\pi^2n^2/L^2}$. Окрім того полюси $p_0=\pm icæ$ є точками утворення гілок. При $t>L/V$, тобто, після виходу частинки з резонатора, полюси $p=\pm\gamma æV$ внеску до інкремента не дають. Таким чином, заряджена частинка, що пролітає через резонатор вздовж його вісі з постійною швидкістю, збуджує в ньому безмежний дискретний набір коливань на власних частотах $\omega_{mn}=c\sqrt{æ^2+\pi^2n^2/L^2}$. Остаточні вирази для цих складових мають вигляд:

$$E_{zmn}(r,z,t)=(-1)^n\frac{8eæ^2c^2V}{A_{mn}L\omega_{mn}}\cos\frac{\pi nz}{L}J_0(æ_m r)\times$$
$$\times\left\{\frac{\cos\omega_{mn}t\sin(\omega_{mn}L/V)}{\omega_{mn}^2-k_{zn}^2V^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{(-1)^n[1+(-1)^{n+1}\cos(\omega_{mn}L/V)]\sin\omega_{mn}t}{\omega_{mn}^2-k_{zn}^2V^2}\right\}$$
$$E_{rmn}(r,z,t)=(-1)^n\frac{8ek_{zn}æc^2V}{A_{mn}L\omega_{mn}}\sin\frac{\pi nz}{L}J_1(æ_m r)\times$$
$$\times\left\{\frac{\cos\omega_{mn}t\sin(\omega_{mn}L/V)}{\omega_{mn}^2-k_{zn}^2V^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{(-1)^n[1+(-1)^{n+1}\cos(\omega_{mn}L/V)]\sin\omega_{mn}t}{\omega_{mn}^2-k_{zn}^2V^2}\right\} \qquad (3)$$
$$H_{\varphi mn}(r,z,t)=(-1)^n\frac{8eæcV}{A_{mn}L}\cos\frac{\pi nz}{L}J_1(æ_m r)\times$$
$$\times\left\{\frac{\sin\omega_{mn}t\sin(\omega_{mn}L/V)}{\omega_{mn}^2-k_{zn}^2V^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{(-1)^n[1+(-1)^{n+1}\cos(\omega_{mn}L/V)]\cos\omega_{mn}t}{\omega_{mn}^2-k_{zn}^2V^2}\right\},$$

де $\omega_{mn}=c\sqrt{æ^2+\pi^2n^2/L^2}$, $k_{zn}=\pi n/L$.

Енергія, втрачена окремою частинкою на збудження одного з власних коливань становить

$$W_{mn}=\frac{8e^2æ^2}{R^2k_{mn}^2}L\frac{1+(-1)^{n+1}\cos(\omega_{mn}L/V)}{J_1^2\left(\mu_m^{(0)}\right)(1-k_{zn}^2V^2/\omega_{mn}^2)}\frac{V^2}{L^2\omega_{mn}^2}\ . \qquad (4)$$

Вираз (4) з точністю до множника, обумовленого відмінністю геометричної форми круглого резонатора від прямокутного, співпадає з формулою, яка одержана в [15].

2. Лінійна самоузгоджена теорія нестійкості у циліндричному резонаторі.

Розглянемо, як і в попередньому розділі, циліндричний резонатор, що має довжину L та радіус R, в котрий через один з торців інжектується однорідний по перетину електронний пучок з щільністю n_0 і швидкістю V. Будемо вважати, що резонатор заповнений середовищем з діелектричною проникливістю ε. Вздовж вісі резонатора (паралельно розповсюдженню пучка) накладено постійне зовнішнє магнітне поле, таке, що $\omega_h^2 >> \omega^2$ (ω_h –циклотронна чатота). Для опису процесу збудження коливань пучком в резонаторі, скористаємося рівняннями Максвела і гідродинамічними рівняннями руху частинок пучка. Останні для малих збурювань щільності і швидкості мають вигляд:

$$\frac{\partial\tilde{v}}{\partial t}+V\frac{\partial\tilde{v}}{\partial z}=-\frac{e}{\gamma^3m}E_z\ ,\quad \frac{\partial\tilde{n}}{\partial t}+V\frac{\partial\tilde{n}}{\partial z}+n_0\frac{\partial\tilde{v}}{\partial z}=0\ . \qquad (5)$$

Рівняння Максвела і рівняння (5) слід доповнити межовими умовами

$$\tilde{v}(z=0)=0,\ \tilde{n}(z=0)=0\ . \qquad (6)$$

Розв`язок системи (5) з урахуванням межових умов можливо записати в такому вигляді:

$$\tilde{v} = -\frac{e}{\gamma^3 mV}\int_0^z E_z\left(z', t - \frac{z-z'}{V}\right)dz',$$

$$\tilde{n} = -\frac{en_0}{\gamma^3 mV^2}\frac{\partial}{\partial z}\int_0^z dz'\int_0^{z'} E_z\left(z'', t - \frac{z-z''}{V}\right)dz''. \quad (7)$$

З рівнянь Максвелла з урахуванням (7) та межових умов для електричного поля в резонаторі та вважаючи, що $E_z(r,z,t) = \sum_m E_m(z,t)J_0(æ_m r)$, де $J_0(x)$ - функція Бесселя нульового порядку, $æ_m = \mu_m^{(0)}/R$, $\mu_m^{(0)}$ - m-ий корінь цієї функції і $E_z(z,t) \sim \exp(-i\omega t)$, одержуємо звичайне інтегродиференційне рівняння

$$\frac{d^2E_z}{dz^2} + \left(\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2} - æ_m^2\right)E_z =$$
$$-\frac{\omega_b^2}{\varepsilon\gamma^3V^2}\frac{d^2}{dz^2}\int_0^z (z-z')\exp\left(i\frac{\omega}{V}(z-z')\right)E_z(z')dz' -$$
$$-\frac{\omega_b^2}{\varepsilon\gamma^3V^2}\int_0^z (z-z')\exp\left(i\frac{\omega}{V}(z-z')\right)E_z(z')dz' \quad . \quad (8)$$

де ω_b –плазмова частота пучка. Припускаючи, що щільність пучка мала $(\omega_b^2 \ll \omega^2)$, рівняння (8) легко розв`язується за допомогою послідовних наближень. Перед усім, нас цікавить значення уявної добавки до власної частоти резонатора, яка зумовлена наявністю пучка. Вираз для цієї добавки має вигляд:

$$\mathrm{Im}\,\delta\omega = (-1)^n\frac{c^2\omega_b^2\omega}{\varepsilon\gamma^3V^2}\times$$
$$\times\frac{(\varepsilon-1)(\omega^2-k_z^2V^2)/\varepsilon + æ^2V^2/\varepsilon}{(\omega^2-k_z^2V^2)^2}\sin\frac{\omega L}{V} - 2\frac{c^2\omega_b^2V}{\varepsilon\gamma^3L}\times$$
$$-\frac{(\varepsilon-1)k_z^2(\omega^2-k_z^2V^2)/\varepsilon + æ^2(\omega^2+k_z^2V^2)/\varepsilon}{(\omega^2-k_z^2V^2)^3}\times$$
$$\times\frac{[1+(-1)^{n+1}\cos(\omega L/V)]}{(\omega^2-k_z^2V^2)^3}\ .$$

(9)

В [11] для випадку $(\varepsilon = 1)$ було отримане таке дисперсійне рівняння для визначення спектру власних частот резонатора з пучком

$$[\exp((k_2-k_1)L)-1] - [\exp((k_3-k_1)L)-1]\times$$
$$\times\frac{(1-k_1^2/k_2^2)(1-k_2^2/k_4^2)}{(1-k_1^2/k_3^2)(1-k_3^2/k_4^2)} -$$
$$-[\exp((k_4-k_1)L)-1]\frac{(1-k_1^2/k_2^2)(1-k_2^2/k_3^2)}{(1-k_1^2/k_4^2)(1-k_4^2/k_3^2)} = 0\,,(10)$$

де k_1, k_2, k_3, k_4 — розв`язки дисперсійного рівняння хвилевода з таким радіусом, як і радіус резонатора, заповненого пучком тією ж щільністю і швидкістю:

$$æ_m^2 + \left(k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\left[1 - \frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_zV)^2}\right] = 0\,. \quad (11)$$

В наближенні малої щільності пучка, рівняння (10) та (11) легко розв`язуються, а вирази для уявних частин власних частот резонатора співпадають з одержаним раніше виразом (9) в припущенні, що в останньому $\varepsilon = 1$. В цьому випадку одержуємо

$$\mathrm{Im}\,\omega = (-1)^n\frac{\omega_b^2æ^2c^2\omega}{\gamma^3(\omega^2-k_z^2V^2)}\sin\frac{\omega L}{V} -$$
$$-2\frac{\omega_b^2æ^2c^2V}{\gamma^3L}\frac{(\omega^2+k_z^2V^2)[1+(-1)^n\cos(\omega L/V)]}{(\omega^2-k_z^2V^2)^3}. \quad (12)$$

З (12) зокрема випливає, що при кутах прольоту $\omega L/V$, близьких до значень $5\pi/2$, $9\pi/2$, $13\pi/2$ і т.д. виникає нестійкість на одній з власних частот резонатора, що, як відзначалось в [11], спостерігалось в експерименті.

3. Оцінка інкремента з простих фізичних міркувань

Вираз для уявної добавки до власної частоти коливань (12), який одержано при точному розв`язанні задачі, може бути отриман простим комбінуванням виразу для поля випромінювання окремої частки (див. розділ 1) і виразу для кількості частинок, що випромінюють когерентно. При цьому останній може бути отриман із рівнянь руху та неперервності

$$\tilde{n} = \frac{en_0}{\gamma^3mV^2}\exp\left(i\frac{\omega}{V}z\right)\int_0^z\exp\left(-i\frac{\omega}{V}z'\right)E_z(z')dz' +$$
$$i\frac{en_0\omega}{\gamma mV^3}\exp\left(i\frac{\omega}{V}z\right)\int_0^z dz'\int_0^{z'}\exp\left(-i\frac{\omega}{V}z''\right)E_z(z'')dz''\,,$$

(13)

де $E_z(z) = E_{z0}\cos k_z z$, $(k_z = \pi n/L)$ - повне поле випромінювання заряджених частинок, яке може бути визначено як сума полів окремих електронів, що випромінюють когерентно, тобто може бути представлене таким чином:

$$E_z(z) = \int_0^R J_0(æ_m r)rdr\int E_z^{(0)}(z,z')\tilde{n}(z')dz' \quad , \quad (14)$$

де $E_z^{(0)}(z,z')$ - поле випромінювання окремої частинки в точці z, в той час як вона сама знаходиться в точці z'. Явний вигляд цього поля легко отримати із загального виразу (2). При цьому зручно перейти від Лапалас-зображення до перетворення Фур`є заміною p на $-i\omega$. Окрім того, слід врахувати, що випромінювання загалом відбувається на частоті, яка близька до однієї з власних частот резонатора. Після врахування цих факторів вираз для $E_z^{(0)}(z,z')$ має такий вигляд:

$$E_z^{(0)}(z,z') = -\frac{4eæ^2c^2V^2}{AL^2\omega}\frac{[1+(-1)^n\sin(\omega L/V)]}{(\omega-\omega_0)(\omega^2-k_z^2V^2)}\times$$
$$\times\cos k_z z\exp\left(-i\frac{\omega}{V}z'\right). \quad (15)$$

Підставивши (15) в (14), одержуємо такий вираз для добавки до власної частоти резонатора, яка обумовлена наявністю пучка

$$\operatorname{Im}\omega = (-1)^n \frac{\omega_b^2 æ^2 c^2 \omega}{2\pi\gamma^3(\omega^2 - k_z^2 V^2)} \sin\frac{\omega L}{V} - \\ -2\frac{\omega_b^2 æ^2 c^2 V}{\gamma^3 L}\frac{k_z^2 V^2[1+(-1)^n \cos(\omega L/V)]}{(\omega^2 - k_z^2 V^2)^3}. \qquad (16)$$

Порівнюючи вираз (16) з (12), який одержано при точному розв`язанні задачі, видно, що вони відрізняються лише одним доданком в чисельнику другого доданка формули (16), тобто замість виразу $\omega^2 + k_z^2 V^2$ маємо $k_z^2 V^2$. По порядку величини ці вирази співпадають і можуть відрізнятись один від одного максимально у два рази, тобто відмінність у формулах (16) і (12) постає тільки в коефіцієнті порядку одиниці у другому доданку формули (16). Таким чином, можливо стверджувати, що дійсно, фізичний механізм збудження коливань в резонаторі пучком заряджених частинок грунтується на елементарному механізмі випромінювання Вавілова. Більш того, використовуючи випромінювання Вавілова однієї зарядженої частинки, можливо відтворити не тільки якісно, але й кількісно процес колективного збудження полів пучком заряджених часток.

4. Нелінійна теорія збудження резонатора пучком заряджених частинок.

Раніше механізм, що визначав випромінювання окремих частинок пучка, був лінійний механізм утворення згустків. Для короткохвильового випромінювання або для рідких пучків наведена раніше гідродинамічна модель неприйнятна. В цих умовах більш істотними є нелінійний механізм індукованого когерентного випромінювання окремих частинок пучка. Сутність цього механізму взаємодії часток з полем електромагнітної хвилі полягає в асиметрії нелінійної динаміки часток відносно фаз хвилі, що прискорюють або гальмують частинку. Врахування нелінійної динаміки часток, як відомо з теорії монотрону, призводить, в залежності від кута прольоту, або до гальмування частинок пучка, або до їх прискорення. Асиметричність нелінійної динаміки частинок для необмеженого пучка призводить до утворення когерентних згустків (якщо кількість частинок достатньо велика), або до синхронізації окремих часток відносно фази хвилі. Проте, для обмеженої області взаємодії частинок з полем, як це відбувається в резонаторі, така інтерпретація в загальному випадку мало корисна. Тому в цьому граничному випадку можливо говорити про одночасткове індуковане випромінювання заряджених частинок в резонаторі.

Повна нелінійна самоузгоджена теорія збудження коливань електронним пучком в резонаторі описується системою нелінійних інтегродиференційних рівнянь з частковими похідними. Проте існує достатньо широке коло випадків, які дозволяють істотно спростити дослідження. Перед усім, це випадок коротких систем. Під такими ми розуміємо системи, через які частинка рухається за час значно менший, ніж величина оберненого інкременту пучкової нестійкості. Накладаючи зовнішнє сильне магнітне поле, вважаємо рух пучка одновимірним. Окрім того, пучок можливо вважати достатньо тонким, так що розшаруванням пучка можливо знехтувати. В стаціонарному режимі амплітуда коливань в резонаторі не залежить від часу. Ці особливості дозволяють скористатись наближенням заданого поля, що істотно спрощує дослідження. В цьому випадку маємо справу з системою звичайних диференційних рівнянь для руху частинок пучка і фази хвилі, що взаємодіє з частинками. Ця модель дозволяє розглянути інший випадок: збудження резонатору дуже рідким електронним потоком, коли у просторі взаємодії частинок з полем може бути лише одна частинка. Ця модель особливо важлива при збудженні короткохвилевого випромінювання. Вона має такий вигляд:

$$\frac{d\varepsilon}{d\xi} = \mu\left[\cos\Phi + \cos\left(\Phi + \frac{2\xi}{V_{ph}}\right)\right], \frac{d\Phi}{d\xi} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} - \frac{1}{V_{ph}}, \quad (17)$$

де $\varepsilon = V^2/V_0^2$–кінетична енергія частинки, V_0–її початкова швидкість, $V_{ph} = v_{ph}/V_0$, v_{ph}—фазова швидкість хвилі $\mu = (2E)/(m\omega V_0)$ безрозмірна амплітуда поля в резонаторі, $\Phi = \omega t - kz$–фаза хвилі, L—довжина резонатора, $\xi = z\omega/V_0$ — нормована координата частинки, а залежність $\omega(k)$ визначається із розв`язання дисперсійного рівняння відповідної електродинамічної структури. Розглянута модель, з одного боку, дозволяє відповісти нам на де-які, поставлені раніше питання, зокрема, про роль елементарного механізму випромінювання окремої частинки в збудженні поля в резонаторі, а з іншого може мати самостійний практичний інтерес. Розв`язання системи (17) можливо провести по теорії збурювань вважаючи $|\mu| << 1$. Важливою характеристикою ефективності збудження поля пучком є електронний коефіцієнт корисної дії (ККД), що визначається відношенням зміни середньої щільності енергії пучка до початкової щільності енергії:

$$\eta = 1 - \langle\varepsilon\rangle; \quad \langle\varepsilon\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \varepsilon\, d\varphi_0, \quad (18)$$

де усереднення проводиться по початковим фазам вльоту φ_0 частинок до резонатору. При цьому $\langle\varepsilon\rangle < 1$ відповідає генерації, $\langle\varepsilon\rangle > 1$ прискоренню частинок в середньому. Обраховуючи μ в другому порядку теорії збурювань, знаходимо:

$$\eta = -\frac{\mu^2}{2}[1-(-1)^n \cos\theta] \times \\ \times\left[\frac{V_{ph}^3}{(V_{ph}-1)^3} + \frac{V_{ph}^4}{(V_{ph}^2-1)^2} - \frac{(-1)^n \theta \sin\theta\, V_{ph}^3}{(V_{ph}-1)^2}\right], \quad (19)$$

де $\theta = \omega L/V_0, \omega L/v_{ph} = \pi n$. Із порівняння формули (19) для електронного ККД з формулами (16) і (4) для інкрементів нестійкості і втрат енергії зарядженої частинки в резонаторі випливає, що вони мають спільні головні функціональні доданки. Таким чином, і на нелінійній стадії процесу збудження коливань в резонаторі особливості елементарного механізму випромінювання окремої частинки відіграють визначальну роль.

Вище викладена методика визначенння фізичних механізмів пучкової нестійкості вимагала загальних виразів для поля випромінювання окремої зарядженої частинки в конкретній електродинамічній структурі, а також загальний вираз для кількості частинок, що випромінюють когерентно, які достатньо складні і містять в собі значну інформацію про властивості та особливості електродинамічної структури. Визначення вищезгаданих механізмів може бути ще спрощене. Основною особливістю випромінювання Вавілова є обмеженість в часі (просторі) взаємодії частинки з полем. В цьому випадку, скориставшись визначенням довжини формування, легко знайти як самі вирази для поля, так і для втрат енергії на випромінювання зарядженої частинки. Дійсно, довжина формування, як відомо, визначається за формулою (див., наприклад [16])

$$\vec{l} = \int_{-T}^{T} d t\vec{v} \exp i(\omega t - \vec{k}\vec{v}z),$$

а втрати енергії частинкою можливо визначити таким чином

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c}\left|[\vec{k}\,\vec{l}\,]\right|^2 = \frac{e^2 n_\perp v^2}{\pi^2 c}\frac{\sin^2(\omega^* t)}{(\omega^*)^2},$$

де $\omega^* = \omega - k_\parallel v$. Підставляючи ω^* в цей вираз, після елементарних перетворювань одержуємо

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{c}\left(\frac{e æ \mathrm{V}}{\pi}\right)^2\left(\frac{V}{\omega L}\right)^2\frac{L^2}{2}\frac{1+(-1)^{n+1}\cos(\omega L/V)}{(1-k^2V^2/\omega^2)^2}.$$

Цей вираз з точністю до коефіцієнта, який визначається геометричним фактором електродинамічної структури (резонатора), співпадає з формулою (8).

Таким чином, з отриманих раніше результатів, можливо зробити висновок: збудження коливань в резонаторі грунтується на елементарному ефекті випромінювання Вавілова, а механізмом, відповідальним за когерентні колективні процеси можуть бути, або лінійний процеси утворення згустків для щільних пучків ($\lambda^3\gamma^2 n_0 >> 1$), або нелінійна динаміка заряджених часток, що особливо виявляється при збудженні короткохвильового випромінювання рідкими пучками ($\lambda^3\gamma^2 n_0 << 1$). Відзначимо, що автори роботи [18] доводять, що механізмом збудження коливань в резонаторі є Пірсівська нестійкість. На нашу думку Пірсівська нестійкість у свою чергу є результатом прояву більш елементарного механізму - механізму випромінювання Вавілова. Крім того, Пірсівська нестійкість ніяк не може себе проявити, коли щільність пучків мала настільки, що в області взаємодії часток з полем (в резонаторі) знаходиться всього одна частинка.

Робота виконана при підтримці УНТЦ, проекти № 855 та № 279.

Література

1. В.Л. Гинзбург // ДАН СССР, 1947, т.56, №3, с.253–254.
2. В.Л.Гинзбург // Известия АН СССР, серия физическая. 1947, т.11, N2, с.165–182.
3. Я.БФайнберг // Атомная энергия, 1961, т.11, N4, с.313–335.
4. В.И.Курилко // ДАН СССР, 1973, т.208, N5, с.1059–1061.
5 В.А.Буц // ЖТФ, 1973, т.43, N3, с.456–466.
6. В.И.Курилко, Ю.В Ткач // УФН, 1995, т.165, N3, с.241–261.
7. J.J.Muller, E.Rostas, J.E.Helvet // Phys. Acta, 1940, vol.13, p.435–450.
8. F.Biguard, P.Grivet, A.Septiet //IEEE Trans., 1968, vol.1m=17, P.354–358. //Зарубежная радиоэлектроника, 1969, N10, с.123–131.
9. В.К Юлпатов // Изв. вузов. Радиофизика, 1970, т.13, N12, с.1784–1788.
10. А.В.Сморогонский //Изв. вузов. Радиофизика, 1973, т.16, N1, с.150–155.
11. А.А.Рухадзе, В.В.Северьянов // ЖТФ, 1992, т.62, в.12, с.99–113.
12. В.А.Буц, И.К.Ковальчук, О.В.Мануйленко, А.П.Толстолужский //Электромагнитные волны и электронные системы. Часть 1, 1998, т.3, №4, с.23–36. Часть 2, 1998, т.3, №5, с. 21–33.
13.А.В.Гапонов//ЖЭТФ, 1960, т.39, в.2(8), с.326–331
14. С.И.Вавилов. Микроструктура света.– Москва, Издательство АН СССР, 1950.
15. К.Д.Синельников, А.И.Ахиезер, Я.Б.Файнберг // Сб. науч. тр./ Арт. акад.--Харьков, 1953, N127, С.1–8.
16. Б.М.Болотовский //Труды ФИАН. т.140, Ионизационные эффекты и переходное излучение релятивистских заряженных частиц.—М.: Наука, 1982, с.95–140.
17. В.А.Буц, А.В.Буц //ЖЭТФ, 1996, т.110, в.3(9), с.818-831.
18. Д.Н.Клочков, А.А.Рухадзе // Физика пламы, 1997, т.23, №7, с. 646–649.