

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА НЕРАВНОВЕСНЫХ СПИРАЛЬНО-ПЛАЗМЕННЫХ СИСТЕМ. ЧАСТЬ I

*В.А.Буц, И.К.Ковальчук, И.Н.Онищенко, А.П.Толстолужский
ННЦ «Харьковский физико-технический институт», Харьков, Украина*

Проведено теоретическое исследование электродинамических свойств гибридной замедляющей структуры, состоящей из соосных пучка и плазмы, помещенных внутри спирального волновода и идеально проводящего кожуха находящихся в сильном внешнем магнитном поле. В гидродинамическом приближении для пучка и плазмы и анизотропно проводящего цилиндра для спирали найдены дисперсионные соотношения для аксиально-симметричных волн в такой системе. Аналитически исследовано влияние плазменного столба на величину фазовой скорости волн в системе и найдена топография полей этих волн. Показано, что наличие плазмы приводит к росту фазовой скорости и существенному изменению радиального распределения полей по сравнению со спиралью в вакууме.

1. Введение

Линейная теория, описывающая взаимодействие электронных пучков малой плотности с различными вакуумными электродинамическими системами в настоящее время хорошо развита. Достаточно полно изучено и взаимодействие электронных пучков с плазмой. Создано новое направление - плазменная электроника. При этом обнаружен целый ряд важных особенностей, позволяющих использовать плазму и эффекты, возникающие при взаимодействии потоков заряженных частиц с ней для создания новых методов ускорения и для эффективного возбуждения электромагнитных волн. Из этих особенностей отметим две существенные:

1. Поля, возбуждаемые пучками заряженных частиц в плазме, являются объемными. Это позволяет осуществить взаимодействие электронного пучка с электромагнитными волнами более эффективно, чем в вакуумной электронике, так как взаимодействие с полем происходит во всем объеме пучка. Отметим, что в вакуумных структурах взаимодействие заряженных частиц осуществляется с поверхностными волнами, поэтому, особенно в области коротких длин волн, с полем эффективно взаимодействует, в основном, периферийная часть пучка.

2. При прохождении потоков заряженных частиц через плазму происходит компенсация объемного заряда пучка и его тока. Эта особенность позволяет использовать для возбуждения колебаний пучки больших токов и больших плотностей, недостижимых при использовании вакуумных систем.

Однако при использовании чисто плазменных структур возникают трудности в создании однородной плазмы, плазмы с заданными градиентами, согласовании плазменных структур с волноводными трактами и т.д. Поэтому естественно возникает желание реализовать преимущества как чисто плазменных, так и хорошо изученных вакуумных структур, т.е. реализовать гибридные структуры, представляющие собой замедляющую структуру (спираль, цепочку связанных резонаторов, набор колец, диэлектрик и др.) полностью или частично заполненных плазмой.

В настоящей работе достаточно подробно рассматривается одна из таких гибридных структур, представляющая собой спиральный волновод час-

точно заполненный плазмой и пучком, находящийся в сильном внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси системы. Спиральный волновод с плазмой помещен во внешний идеально проводящий кожух. В такой гибридной электродинамической структуре определены дисперсионные характеристики и найдена топография волн распространяющихся в ней, аналитически исследовано влияние плазмы на дисперсионные свойства системы.

Во второй части найдены выражения для инкремента неустойчивости в случае пучков малой плотности. Аналитически и численно исследованы неустойчивости для пучков большой плотности.

2. Постановка задачи

Рассмотрим неравновесную систему в виде цилиндрического плазменного волновода радиуса R_p , пронизываемого электронным пучком того же радиуса ($R_b = R_p$), движущимся вдоль оси Z в спиральном волноводе радиуса R_s ($R_s > R_{b,p}$) с шагом спирали h и углом намотки ψ , окруженный идеально проводящим кожухом. Система помещена в сильное внешнее магнитное поле H_0 , направленное вдоль оси системы.

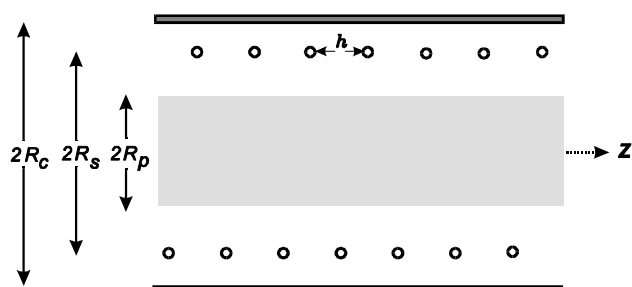


Рис.1. Гибридная спирально-плазменная система с пучком в идеально проводящем кожухе

Электромагнитное поле в рассматриваемой системе, как обычно, описывается уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -c^{-1} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = c^{-1} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi c^{-1} (\vec{j}_p + \vec{j}_b),$$

где: $\vec{j}_{b,p}$ – плотность тока пучка и плазмы, имеющие в рассматриваемом случае только одну отличную от нуля составляющую $\vec{j}_{b,p} = \{0, 0, \vec{j}_{bz,pz}\}$, c – скорость света в вакууме, тепловым движением будем пренебрегать ($T_e = T_i = 0$).

3. Вывод дисперсионного уравнения

При решении электродинамической задачи распространения длинных волн ($\lambda \gg h$) спираль рассматривается как бесконечно тонкий идеально проводящий анизотропный цилиндр. Граничные условия для полей имеют вид (см., например, [1-4]):

$$E_s^{(1)} = 0; \quad E_s^{(2)} = 0; \quad (2)$$

$$E_r^{(1)} = E_r^{(2)}; \quad H_s^{(1)} = H_s^{(2)};$$

Индекс (2) и (1) относится к полям внутри и вне спирали, соответственно, s – означает направление вдоль проводов, τ – перпендикулярное к ним направление в плоскости касательной к спирали. Из (2) следуют условия:

$$\{E_\varphi \cos \psi + E_z \sin \psi\} = 0; \quad \{E_\varphi\} = 0; \quad (3)$$

$$\{H_\varphi \cos \psi + H_z \sin \psi\} = 0; \quad \{E_z\} = 0;$$

где E_φ, E_z и H_φ, H_z – компоненты электрического и магнитного полей, а фигурные скобки означают скачок заключенной в них величины при переходе через спираль. Следует заметить, что $\psi > 0$ соответствует правовинтовой спирали.

Граничные условия на границе плазмы состоят из условия непрерывности тангенциальных компонент полей:

$$E_{\varphi,z}^{(3)} = E_{\varphi,z}^{(2)}; \quad H_{\varphi,z}^{(3)} = H_{\varphi,z}^{(2)}. \quad (4a)$$

$$\text{На кожухе} \quad E_{\varphi,z}^{(3)} = 0. \quad (4б)$$

Считая, что все переменные величины имеют зависимость вида $f(r)\exp(i(k_\perp z - \omega t))$, а пучок и плазма описываются в гидродинамическом приближении, из уравнений непрерывности и уравнений движения для частиц пучка находим выражение для плотностей тока в пучке и плазме и, подставляя их в (1), для продольных составляющих медленных ($v_{ph} < c$) аксиально-симметричных волн получаем уравнения:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) - \kappa^2 \epsilon_{\parallel} E_z = 0, \quad (5a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) - \kappa^2 H_z = 0, \quad (5б)$$

Здесь: $\epsilon_{\parallel} = 1 - \omega_p^2 / \omega^2 - \omega_b^2 / (-k_{\parallel} v_o)^2$,

$$\kappa^2 = k_{\parallel}^2 - k_o^2, \quad k_o = \omega / c, \quad \omega_p^2 = 4\pi e^2 n_{po} / m,$$

$$\omega_b^2 = 4\pi e^2 n_{bo} / m, \quad \gamma_{b,p} = 1 / (1 - v_{b,p}^2 / c^2)^{1/2},$$

n_{po}, n_{bo} – стационарные значения плотности плазмы

и пучка, v_o – невозмущенная скорость пучка, e – заряд электрона.

Общими решениями системы уравнений (5), удовлетворяющими условию конечности поля на оси системы, являются:

$$E_z = A Z_o(k_{\perp} r), \quad (6)$$

$$H_z = C I_o(\kappa r),$$

$$\text{где: } k_{\perp} = |\epsilon_{\parallel} \kappa^2|, \quad Z_o(k_{\perp} r) = \begin{cases} J_o(k_{\perp} r), & \epsilon_{\parallel} \kappa^2 < 0 \\ I_o(k_{\perp} r), & \epsilon_{\parallel} \kappa^2 > 0 \end{cases}$$

$I_o(x), J_o(x)$ – функция Бесселя и модифицированная первого рода нулевого порядка, A, C – постоянные.

В вакуумном промежутке – между плазменным столбом и спиралью эти решения примут вид:

$$E_z = A_v I_o(\kappa r) - B_v K_o(\kappa r), \quad (7)$$

$$H_z = C_v I_o(\kappa r) - D_v K_o(\kappa r),$$

Вне спирали:

$$E_z = A_e I_o(\kappa r) - B_e K_o(\kappa r), \quad (8)$$

$$H_z = C_e I_o(\kappa r) - D_e K_o(\kappa r),$$

Здесь $K_o(x)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода, $A_v, B_v, C_v, D_v, A_e, B_e, C_e, D_e$ – постоянные.

Используя выражения для продольных компонент поля для нахождения поперечных компонент поля и производя "сшивку" полей согласно граничным условиям (2-4) получим дисперсионное уравнение для медленных волн ($v_{ph} < c$) рассматриваемой системы:

$$\frac{\omega^2}{\kappa^2 c^2} \text{ctg}^2 \Psi = \frac{I_o(\kappa R_s) K_o(\kappa R_s)}{I_1(\kappa R_s) K_1(\kappa R_s)} \times \frac{(1 + Y_{ev} M_o(x_c))(1 - M_o(x_c)/M_o(x_s))}{(1 + Y_{ev} M_o(x_s))(1 - M_1(x_c)/M_1(x_s))} \quad (9)$$

Здесь: $x_i = \kappa R_i$; $M_j(x) = \frac{K_j(x)}{I_j(x)}$; $i = p, s, c$; $j = 1, 2$,

$$Y_{ev} = \frac{1}{M_o(x_s)} \frac{\frac{I_1(x_p)}{I_o(x_p)} - \frac{Z_1(k_{\perp} R_p)}{Z_o(k_{\perp} R_p)}}{\left[\frac{K_1(x_p)}{K_o(x_p)} + \frac{Z_1(k_{\perp} R_p)}{Z_o(k_{\perp} R_p)} \right]}$$

$$Z_j(k_{\perp} R_p) = \begin{cases} (-1)^j \left(\frac{k_{\perp}}{\kappa} \right)^j J_j(k_{\perp} R_p), & \epsilon_{\parallel} < 0, \\ \left(\frac{k_{\perp}}{\kappa} \right)^j I_j(k_{\perp} R_p), & \epsilon_{\parallel} > 0, \end{cases} \quad j = 0, 1.$$

Дисперсионное уравнение (9) определяет связь между частотой ω и продольным волновым числом k_{\parallel} волн, распространяющихся в системе плазменный волновод-спираль, находящейся в идеально проводящем кожухе, при заданных параметрах и геометрии системы ($\omega_p, \omega_b, v_o, R_p, R_s, R_c, \psi$).

Если считать заданными параметры дисперсионного уравнения (9) $\omega_p, \omega_b, v_o, R_p, R_s, R_c, \psi$ и $\beta_h = v_o / c$, то из дисперсионного уравнения (9) мы можем определить необходимый для получения этой фазовой скорости угол намотки спирали Ψ . Замечая, что соотношение: $D_p = \frac{K_1(x_p)}{K_o(x_p)} + \frac{Z_1(k_{\perp} R_p)}{Z_o(k_{\perp} R_p)}$,

$$D_s D_p = F_p \frac{M_o(x_s)}{M_o(x_p)} \left[F_{sc} - \frac{\omega^2}{\kappa^2 c^2} \frac{M_o(x_c)}{M_o(x_s)} \right], \quad (10)$$

где $D_s = \omega^2 / \kappa^2 c^2 - F_{sc}$ – дисперсионное уравнение спирали с кожухом,

$$F_{sc} = \text{tg}^2 \Psi \frac{I_o(\kappa R_s) K_o(\kappa R_s) (1 - M_o(x_c) / M_o(x_s))}{I_1(\kappa R_s) K_1(\kappa R_s) (1 - M_1(x_c) / M_1(x_s))},$$

$$F_p = \frac{I_1(x_p)}{I_o(x_p)} - \frac{Z_1(k_{\perp} R_p)}{Z_o(k_{\perp} R_p)}.$$

Как видно из (10) и выражения для F_{sc} влияние идеально проводящего кожуха на дисперсию такой системы сводится к учету членов пропорциональных $M_o(\kappa R_c) / M_o(\kappa R_s)$ и $M_1(\kappa R_c) / M_1(\kappa R_s)$. При значениях $R_c > R_s$, не нарушая общности решения, можно удалить кожух на бесконечность, положив $M_{o,1}(\kappa R_c) = 0$. Таким образом получим из (10):

$$D_s D_p = \frac{M_o(\kappa R_s)}{M_o(\kappa R_p)} F_s F_p. \quad (11)$$

$$\text{Здесь: } F_s = \text{tg}^2 \Psi \frac{I_o(\kappa R_s) K_o(\kappa R_s)}{I_1(\kappa R_s) K_1(\kappa R_s)}, \quad D_s = \frac{\omega^2}{\kappa^2 c^2} - F_s.$$

4. «Холодная» система

Исследуем дисперсионные свойства системы спираль-плазма-пучок на основе уравнения (11). При этом анализ начнем со случая «холодной» системы (полагая плотность электронного пучка $n_{об} = 0$).

Если радиус плазмы мал ($\kappa R_p \ll 1$) дисперсионное уравнение (11) принимает вид:

$$D_s = \frac{1}{2} (\kappa R_p)^2 F_s M_o(\kappa R_s) \begin{cases} 1 + |\varepsilon_{||}|, \varepsilon_{||} < 0 \\ 1 - |\varepsilon_{||}|, \varepsilon_{||} > 0 \end{cases}. \quad (12)$$

При малой плотности плазмы ($\omega_p^2 \ll \omega^2$), имеем

$$D_s = \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} (\kappa R_p)^2 K_o(\kappa R_p) \frac{F_s M_o(\kappa R_s)}{M_o(\kappa R_p)}. \quad (13)$$

Для случая тонкого плазменного шнура $R_s \gg R_p$ ($\kappa R_p \sim 1$), когда связь между плазмой и спиралью слабая, имеет место разделение плазменной и спиральной ветвей колебаний:

$$D_s D_p = \alpha F_s F_p, \quad (14)$$

где $\alpha = I_o(\kappa R_p) K_o(\kappa R_s) / I_o(\kappa R_s) K_o(\kappa R_p)$.

Как видно из выражений (11) и (12) при малом радиусе волновода ($R_p \rightarrow 0$) или при малой плотности плазмы ($n_p \rightarrow 0$) дисперсионное уравнение переходит в дисперсионное уравнение спирали в вакууме.

Рассмотрим влияние плазменного столба на величину фазовой скорости волны, распространяющейся в спиральном волноводе, частично заполненного плазмой. Считая, что влияние плазменного столба на дисперсию мало, из (11) найдем изменение фазовой скорости волны, обусловленное наличием плазмы:

$$\Delta\beta = \left(\frac{\partial D_s}{\partial \beta} \right) \frac{F_s}{D_p} \frac{M_o(x_s)}{M_o(x_p)} \begin{cases} \frac{\partial F_p}{\partial(\kappa R_p)} \Delta(x_p) \\ \frac{\partial F_p}{\partial(k_{\perp} R_p)} \Delta(k_{\perp} x_p) \end{cases}, \quad (15)$$

где

$$\frac{\partial D_s}{\partial \beta} = \frac{x_s}{\beta} \left\{ \frac{4}{x_s} - \frac{K_1(x_s)}{K_o(x_s)} \left[1 - \frac{K_o^2(x_s)}{K_1^2(x_s)} \right] - \frac{I_o(x_s)}{I_1(x_s)} \left[1 - \frac{I_1^2(x_s)}{I_o^2(x_s)} \right] \right\},$$

$$\frac{\partial F_p}{\partial(k_{\perp} R_p)} = \frac{I_1^2(x_p)}{I_o^2(x_p)} - \frac{I_o(x_p)}{x_p I_1(x_p)} - 1,$$

$\Delta(k_{\perp} R_p) = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} x_p$, $\beta = v_{ph} / c$ – значение фазовой скорости для спирали в вакууме.

Из выражения (15) следует, что наличие внутри спирали плазменного столба малой плотности или малого радиуса приводит к росту фазовой скорости по сравнению со спиралью в вакууме ($\Delta\beta > 0$). Увеличение фазовой скорости волн объясняется тем, что наличие плазменного столба приводит к смещению (образно «вытеснению») дисперсионной кривой спирали вверх по оси частот и, так как дисперсия спирали положительная, то точка дисперсионной кривой, соответствующая фиксированной частоте, смещается по оси волновых чисел в область меньших $k_{||}$, что приводит к увеличению фазовой скорости. В самом деле, для медленных волн малой плотности плазмы уравнение (13) можно представить виде:

$$\beta^2 = \beta_o^2 \left[1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} (x_p)^2 I_o^2(k_{||} R_p) M_o(k_{||} R_s) \right]. \quad (16)$$

Отсюда видно, что фазовая скорость в спирали с плазменным заполнением выше, чем в вакуумном варианте. Физически увеличение фазовой скорости волны в спирали при заполнении ее (даже частично) плазмой можно объяснить следующим образом. Известно, что диэлектрическая проницаемость свободного пространства при заполнении его плазмой уменьшается. Уменьшение диэлектрической проницаемости приводит к росту фазовой скорости волны, распространяющейся в нем ($\beta_{ph} \sim \varepsilon^{1/2}$).

Аналогично естественно ожидать, что заполнение плазмой вакуумной электродинамической структуры (даже не полное ее заполнение) также приведет к увеличению фазовой скорости собственной волны структуры. Отметим также, что изменение фазовой скорости волны в системе существенным образом зависит не только от величины плотности плазмы n_{op} , но и от геометрического фактора R_p / R_s .

5. Топография электромагнитных полей

Для определения топографии полей E_z , E_r , H_ϕ , H_z , H_r , E_ϕ воспользуемся соотношениями (6)-(8) и найдем радиальную структуру полей:

а) в плазменном волноводе ($0 < r \leq R_p$):

$$\begin{cases} E_z = A Z_0(k_\perp r) \\ E_r = -i \frac{k_\parallel}{\kappa} A Z_1(k_\perp r), \\ H_\phi = -i \frac{k_0}{\kappa} A Z_1(k_\perp r) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} H_z = C Z_0(k_\perp r) \\ H_r = -i \frac{k_\parallel}{\kappa} C Z_1(k_\perp r); \\ E_\phi = -i \frac{k_0}{\kappa} C Z_1(k_\perp r) \end{cases}$$

б) в вакуумном промежутке ($R_p < r \leq R_s$):

$$\begin{cases} E_z = A_v I_0(\kappa r) + B_v K_0(\kappa r) \\ E_r = -i \frac{k_\parallel}{\kappa} [A_v I_1(\kappa r) - B_v K_1(\kappa r)], \\ H_\phi = -i \frac{k_0}{\kappa} [A_v I_1(\kappa r) - B_v K_1(\kappa r)] \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} H_z = C_v I_0(\kappa r) + D_v K_0(\kappa r) \\ H_r = -i \frac{k_\parallel}{\kappa} [C_v I_1(\kappa r) - D_v K_1(\kappa r)]; \\ E_\phi = -i \frac{k_0}{\kappa} [C_v I_1(\kappa r) - D_v K_1(\kappa r)] \end{cases}$$

в) в вакууме ($R_s < r \leq R_p$):

$$\begin{cases} E_z = B_e K_0(\kappa r) \\ E_r = -i \frac{k_\parallel}{\kappa} B_e K_1(\kappa r), \\ H_\phi = -i \frac{k_0}{\kappa} B_e K_1(\kappa r) \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} H_z = D_e K_0(\kappa r) \\ H_r = -i \frac{k_\parallel}{\kappa} D_e K_1(\kappa r), \\ E_\phi = -i \frac{k_0}{\kappa} D_e K_1(\kappa r) \end{cases}$$

и все постоянные выражаются через одну из них, например A , которую мы считаем заданной соотношениями:

$$A_v = A \kappa R_p K_0(\kappa R_p) Z_0(k_\perp R_p) D_p;$$

$$B_v = A \kappa R_p I_0(\kappa R_p) Z_0(k_\perp R_p) F_p;$$

$$C_v = M_0(\kappa R_s) D_e; \quad C = C_v; \quad D_v = 0;$$

$$D_e = -i \frac{k_0}{\kappa} \operatorname{tg} \psi \frac{I_0(\kappa R_s)}{K_1(\kappa R_s)} (1 + Y_{ev} M_0(\kappa R_s)) A_v;$$

$$B_e = i \frac{k_0}{\kappa} \operatorname{ctg} \psi \frac{K_1(\kappa R_s)}{K_0(\kappa R_s)} D_e.$$

Положим для определенности величину $A = 1$.

Из этих соотношений видно, что при $\epsilon > 0$ волны как в плазменном цилиндре, так и в промежутке плазма - спираль являются поверхностными. При малой плотности плазмы ($\omega \gg \omega_p$) топография поля имеет вид характерный для вакуумной системы - волна является чисто поверхностной со значительным провисанием поля на оси (рис.2а).

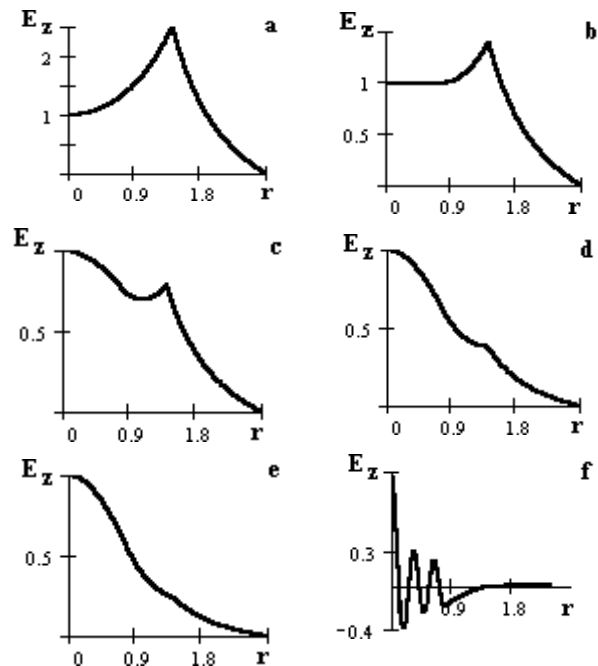


Рис.2. Зависимость продольной составляющей электрического поля E_z от радиуса для различных значений плазменной частоты

С ростом плотности плазмы распределение поля по радиусу становится более однородным и при $\omega = \omega_p$ поле постоянно по всему сечению цилиндра (рис.2б). Вне плазмы волна носит поверхностный характер (нарастает от границы плазмы к спирали). Существенно иное поведение продольной составляющей поля возникает при $\epsilon < 0$. В этом случае поле в плазме становится объемным и спадает к периферии плазменного столба. В промежутке плазма-спираль с ростом плотности плазмы ($\omega = 0.77\omega_p$) нарастание поля сменяется спадом вблизи границы плазмы (рис.2с) с последующим ростом к границе спирали. Дальнейший рост плотности плазмы ($\omega = 0.67\omega_p$) приводит к изменению характера поведения поля - нарастание поля к поверхности спирали сменяется спадом поля к ее поверхности (рис.2д), так что продольное поле имеет вид объемной волны ($\omega = 0.64\omega_p$) по всему сечению замед-

ляющей структуры (рис.2е). Такое поведение поля может быть объяснено следующим образом. При фиксированных значениях κR_p и κR_s с ростом k_{\perp} (или $|\epsilon|$) величина A_v - убывает, B_v - растет и, при некоторых значениях k_{\perp} изменение поля E_z за счет первого слагаемого $\Delta E_z^{(1)} = A_v \{I_0(\kappa R_s) - I_0(\kappa R_p)\}$ по абсолютной величине меньше, чем изменение поля $\Delta E_z^{(2)} = B_v \{I_0(\kappa R_s) - I_0(\kappa R_p)\} < 0$ за счет второго слагаемого ($|\Delta E_z^{(2)}| < |\Delta E_z^{(1)}|$), то имеет место спад поля от границы плазмы к спирали. Условием существования таких полей является разрешимость дисперсионного уравнения (10) при данных параметрах системы, что может быть достигнуто соответствующим изменением $\text{tg}\psi$. Кроме рассмотренной выше нулевой радиальной гармоники возбуждаемого поля ($0 \leq k_{\perp} R_p \leq \lambda_1$, $\lambda_1 = 2.4048$ – первый корень функции Бесселя $J_0(\lambda_1) = 0$) в плазменном волноводе могут существовать и волны с более высокими номерами радиальных гармоник. Топография полей для больших плотностей плазмы ($\omega_p \gg \omega$) приведена на рис.2f. Как и следовало ожидать, поле является осциллирующим по радиусу с числом осцилляций равным шести, что соответствует шестой радиальной гармонике поля.

Таким образом, в вакуумном промежутке при $\epsilon < 0$ могут распространяться волны, которые в зависимости от параметров системы могут носить как поверхностный, так и объемный характер, в отличие от случая $\epsilon > 0$, когда волна является поверхностной.

Из соотношений (40)-(42) легко найти величину продольной составляющей вектора Умова-Пойнтинга: S_{zp} – внутри плазмы и S_{zv} – в вакуумном промежутке плазма-спираль. В нашем случае:

$$S_z = \frac{c}{4} \int_{r_1}^{r_2} r dr (E_r H_{\phi}^*),$$

$r_1 = 0$, $r_2 = R_p$ для плазменного волновода;
 $r_1 = R_p$, $r_2 = R_s$ для промежутка плазма-спираль.

Результаты численного анализа зависимости S_{zp} и S_{zv} нормированных из условия $2c^{-1/2} E_z(r=0) = 1$ при изменении плотности плазмы и фиксированных значениях κR_p , κR_s и β_{ph} представлены в таблице.

ω_p / ω	S_{zp}	S_{zv}	S_{zp} / S_{zv}
0.0	0.0075	0.1972	0.038
1.0	0.0	0.0434	0.0
1.3	0.0024	0.0103	0.23
1.4	0.0043	0.0068	0.63
3.7	0.0548	0.0084	6.56

Как и следовало ожидать, с ростом плотности плазмы поток внутри плазменного столба убывает и при

условии плазменного резонанса ($\omega = \omega_p$) обращается в ноль, так как E_r и H_{ϕ} обращаются в ноль. В этом случае поле в плазменном волноводе становится чисто продольным. Дальнейшее увеличение плотности приводит к росту потока мощности внутри плазменного столба и при плотности плазмы ($\omega_p \approx 1.4 \omega$) поток мощности внутри плазменного волновода и поток ВЧ-мощности между плазмой и спиралью сравнимы между собой. При $\omega_p > 3 \omega$, в зависимости от параметров системы, практически весь поток может быть сосредоточен внутри плазмы.

6. Заключение

Таким образом нами в гидродинамическом приближении исследовано распространение волн в гибридной структуре, состоящей из анизотропно проводящего спирального цилиндра, частично заполненного соосным с ним плазмой и пучком помещенных в идеально проводящий кожух и находящихся в сильном внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси системы.

Получено общее дисперсионное уравнение такой системы, переходящее при малых плотностях пучка и плазмы или малых радиусах в дисперсионное уравнение спирального цилиндра в вакууме. Показано, что заполнение спирали (хотя бы частично) плазмой малой плотности или малого радиуса приводит к увеличению фазовой скорости волны по сравнению со спиралью в вакууме. Найдены аналитические выражения, описывающие изменение фазовой скорости волны, обусловленные наличием плазмы.

Получены соотношения для нахождения радиального распределения полей в "холодной" системе – спираль с плазменным заполнением. Показано, что наличие плазмы существенно изменяет радиальную структуру полей – из поверхностных ($\epsilon > 0$) волны становятся объемными ($\epsilon < 0$) как в плазменном столбе, так и в промежутке плазма спираль. Вычислены потоки мощности ВЧ-волн в плазме и промежутке плазма-спираль при различных значениях плотности плазмы. Показано, что изменение плотности плазмы приводит к перераспределению потоков как в плазме, так и в спирально плазменном промежутке.

Литература

1. А.И. Ахиезер, Я.Б. Файнберг Медленные электромагнитные волны//УФН. 1951. Т.44. №3. С.321-368.
2. Р.А. Силин, В.П. Сазонов Замедляющие системы// М.:Сов.радио. 1966. 523с.
3. Б.М. Булгаков, В.П. Шестопалов, Л.А. Шишкин и др. Медленные волны в спиральном волноводе с плазмой //ЖТФ.-1960. Т.30. №7. С.840-850.
4. А.К. Березин, В.А. Буц, И.К. Ковальчук, В.И.Курилко, И.Н. Онищенко, А.П. Толстолужский, Я.Б. Файнберг Электродинамика спирально-плазменных структур: Препринт ХФТИ 91-52. 1991. 31с.